

FREDEMAR RÜNCOS

**MODELAGEM, PROJETO E ANÁLISE DE
MÁQUINAS ASSÍNCRONAS TRIFÁSICAS
DUPLAMENTE ALIMENTADAS SEM
ESCOVAS**

Florianópolis, Março de 2006

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PROGRAMA DE PÓSGRADUAÇÃO EM ENGENHARIA
ELÉTRICA**

**MODELAGEM, PROJETO E ANÁLISE DE
MÁQUINAS ASSÍNCRONAS TRIFÁSICAS
DUPLAMENTE ALIMENTADAS SEM
ESCOVAS**

Tese submetida à Universidade Federal de Santa Catarina como parte dos requisitos para a obtenção do grau de Doutor em Engenharia Elétrica (Dr. Eng.).

Doutorando : **Fredemar Rüncos**

Orientador : **Prof. Renato Carlson, Dr.**

Co-Orientador : **Prof Patrick Kuo-Peng, Dr.**

Florianópolis, Março de 2006

MODELAGEM, PROJETO E ANÁLISE DE MÁQUINAS ASSÍNCRONAS TRIFÁSICAS DUPLAMENTE ALIMENTADAS SEM ESCOVAS

FREDEMAR RÜNCOS

‘Esta Tese foi julgada adequada para obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica, Área de Concentração em Conceção e Análise de Dispositivos Eletromagnéticos, e aprovada em sua forma final pelo Programa de pós-graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Santa Catarina’.

Prof. Renato Carlson, Dr.
Orientador

Prof. Alexandre Trofino Neto, Dr.
Coordenador do programa de pós-graduação em Engenharia Elétrica

Banca Examinadora:

Prof. Renato Carlson, Dr.
Presidente

Prof. Patrick Kuo-Peng, Dr.

Prof. Nelson Sadowski, Dr.

Prof. Antonio Carlos Ferreira, Dr

Prof. Marcelo Godoy Simões, Dr

DEDICATÓRIA

“O SONHO NA NOSSA VIDA SE COMPORTA COMO UMA MIRAGEM, quanto mais caminhamos em sua direção mais distante parece estar”.

O sonho é o combustível da vida.

À minha Família

Margaret, minha esposa,

Rudolfo Augusto e

Larissa Helena, meus filhos.

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar e acima de tudo à “**DEUS**” o grande arquiteto do universo, por sempre ter me dado saúde, energia e disposição para combater o bom combate.

À WEG pelo gesto maravilhoso de participar no projeto deste importante trabalho permitindo a fabricação e ensaios dos dois protótipos os quais foram imprescindíveis para validar a tese.

Aos professores do GRUCAD, pela disposição e gentileza de sempre nos ajudar a transpor as dificuldades encontradas ao longo do curso de doutorado. Ao meu orientador, *Professor Renato Carlson*, pela forma carinhosa e amigável de orientar o meu trabalho.

Aos colegas do departamento da engenharia do produto WM, Edson Koshinsky, Guido Püttjer, *Leandro Schemes e Carlos Guilherme da Costa Neves*, que ajudaram na elaboração do projeto dos protótipos e participaram em discussões muito importantes do trabalho, principalmente na elaboração do programa no Ansys para análise das vibrações da máquina.

Aos colegas da seção de ensaios da WM, Glauco André Wolf Cisz e Geovan Pape que se prontificaram e colaboraram na realização dos ensaios dos dois protótipos.

À secretária do departamento da engenharia do produto WM, *Ivanildes Bauer De Pin*, que soube pacientemente enumerar as páginas e fazer as cópias coloridas do trabalho.

E finalmente à minha esposa *Margaret* e a meus filhos *Rudolfo e Larissa* que souberam compreender os inúmeros finais de semana dedicados ao trabalho.

Resumo de tese apresentado à UFSC como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Doutor em Engenharia Elétrica

MODELAGEM, PROJETO E ANÁLISE DE MÁQUINAS ASSÍNCRONAS TRIFÁSICAS DUPLAMENTE ALIMENTADAS SEM ESCOVAS

Fredemar Rüncos

Março de 2006

Orientador: Prof. Renato Carlson

Área de Concentração: Análise e Concepção de Dispositivos Eletromagnéticos.

Palavra Chave: Máquinas Elétricas Assíncronas Duplamente Alimentadas, Sem escovas, Modelagem, Projeto e Análise.

Número de páginas: 366

RESUMO: Dentro do universo de máquinas elétricas girantes, a máquina assíncrona trifásica é a mais amplamente empregada nos acionamentos industriais. São empregadas tanto nas aplicações com velocidade e torque constante como nas aplicações em que são exigidas variações de velocidade.

A máquina de indução trifásica duplamente alimentada sem escovas apresenta-se como uma alternativa para as aplicações que requerem um ajuste de velocidade, porque apresenta maior flexibilidade no controle com o conversor de potência reduzida. Para grandes potências esta redução do conversor proporciona uma drástica redução no custo do conjunto motor/conversor, tornando esta alternativa bastante atraente.

O presente trabalho mostra o estado atual da arte com relação à máquina assíncrona trifásica sem escovas. A máquina é estudada do ponto de vista de projeto, modelagem e análise de performance. A modelagem é feita para o regime permanente através do circuito equivalente, que quando resolvido proporciona a análise da performance em regime permanente da máquina. No regime dinâmico são utilizadas as matrizes de transformação das variáveis do sistema de referência da máquina para o sistema de referência arbitrário, permitindo desta maneira uma completa análise da dinâmica da máquina. Do modelo dinâmico resultam as equações de espaço de estado que podem ser usadas para se fazer o controle da máquina.

Uma análise das excitações eletromagnéticas geradas no entreferro, e suas influências na vibração da estrutura do pacote de chapas da máquina é desenvolvida no trabalho. A análise da vibração é importante porque a máquina assíncrona trifásica duplamente alimentada sem escovas compartilha dois enrolamentos capazes de gerar excitações eletromagnéticas intensas no entreferro, cujas respostas devem ser minimizadas.

O foco principal do estudo é mostrar a viabilidade de uso desta máquina em aplicações que exigem regulação de velocidade, como a geração de energia elétrica através de turbinas eólicas e aplicações industriais onde requer baixas velocidades, porém com partida de alta inércia.

No trabalho é dedicado um capítulo para as regras básicas de projeto, com o objetivo de orientar o projetista na fase do projeto garantindo o bom desempenho da máquina. É feita também a análise de algumas aplicações, onde é mostrada a viabilidade de uso da máquina sem escovas, com a vantagem de apresentar menos manutenção devido ao fato de não necessitar de escovas.

Summary of the thesis presented at UFSC as part of the requirements to obtain the Doctor Degree in
Electrical Engineering

MODELING, PROJECT AND ANALISYS OF BRUSHLESS DOUBLE-FED THREE-PHASE ASSYNCHRONOUS MACHINE

Fredemar Rñncos

March 2006

Adviser: Prof. Renato Carlson

Concentration Area: Conception and Analysis of Electromagnetic Devices

Key Words: Double-Fed Brushless Assynchronous Machine, Brushless, Modeling, Project and
Analysis

Number of pages: 366

SUMMARY: In the universe of the electric machines, the three phase asynchronous machines are widely used on the industrial drives. They are used when constant torque and constant speed are required as well as when speed and torque control are employed.

The brushless double fed three phase asynchronous machine is a good alternative for variable speed application because it presents a high control flexibility reduced power converters. For large output power, the converter power reduction provides a drastic cost reduction of the set (motor and converter), what becomes this solution a good pay back.

The present job shows the state of the art related to brushless double fed three phase asynchronous machines. The machine is studied from the point of view of the project, modeling and performance analysis.

The modeling for the steady state condition is made by the equivalent circuit, and when it is adequately solved it provides the steady state behavior of the machine.

For the dynamic condition, the transformation of the machine variables to the arbitrary reference system is made through the transformation matrix. With this model is possible to perform the

dynamic analysis of the machine. From the dynamic model the space state equations are obtained to make the machine control strategy.

An analysis of the electromagnetic excitation produced in the air gap, and its influences on the vibration of the lamination core structure is developed in this work. The vibration analysis is important for the brushless double fed three phase asynchronous machine because it shares two three phase winding, that can generate strong electromagnetic excitation and whose vibration responses must be minimized.

The main focus of this work is to show the viability of the brushless double fed three phase asynchronous machine in the application which speed and torque regulation are required, as such wind power generation, and industrial application with low speed and high inertia.

A chapter is dedicated to basic project rules, as a guide line for the machine designer to guarantee a good machine performance.

Some application analysis are made, and they show the viability of the brushless double fed three phase asynchronous machine due to the fact it does not need brushes and consequently, less maintenance.

SUMÁRIO

1- INTRODUÇÃO GERAL	01
2 – ANÁLISE DO ESTADO ATUAL	05
2.1 Introdução	05
2.2 Máquina Assíncrona Trifásica de Rotor de Gaiola Alimentação Única [MATRGAU]	05
2.3 Máquina Assíncrona Trifásica de Rotor Bobinado duplamente Alimentado através de Escovas [MATRBAE]	06
2.4 Máquina Assíncrona Trifásica de Rotor Bobinado duplamente Alimentado através de Transformador Rotativo [MATRBTR]	07
2.5 Máquina Assíncrona Trifásica de Rotor Bobinado sem Escova Ligada em Cascata duplamente Alimentada [MATBCDA]	08
2.6 Máquina Assíncrona Trifásica de Rotor Bobinado sem Escova duplamente Alimentada [MATRBDA]	09
2.7 Máquina Assíncrona Trifásica de Rotor Bobinado sem Escova com Grupos concêntricos Curto Circuitados [MATRBGC]	10
2.8 Máquina Assíncrona Trifásica de Rotor de Gaiola duplamente Alimentada [MATRGDA]	11
2.9 Conclusão	13
3 – ESTRUTURA FÍSICA DA MÁQUINA ASSÍNCRONA TRIFÁSICA DUPLAMENTE ALIMENTADA SEM ESCOVAS	15
3.1 Introdução	15
3.2 Partes Construtivas da Máquina	15
3.3 Hipóteses Simplificativas	18
3.4 Sistema de Coordenadas	18
3.5 Ondas de induções no entreferro da MATDASE	22
3.5.1 Introdução	22
3.5.2 Ondas de permeância do entreferro.....	22
3.5.3 Ondas de densidade linear de corrente do enrolamento principal do estator.....	24
3.5.4 Ondas de induções geradas pelo enrolamento principal do estator.....	27
3.5.5 Ondas de induções geradas pelo circuito rotórico.....	34
3.5.6 Ondas de induções geradas pelo enrolamento auxiliar do estator.....	46
3.6 Modos de operação da MATDASE	52
3.6.1 Operação em cascata “mais”	52
3.6.2 Operação em cascata “menos”.....	55
3.7 Dados Construtivos dos Protótipos	58
3.7.1 Máquina com rotor de gaiola [MATRGDA]	58
3.7.2 Máquina com rotor bobinado ligado em cascata [MATRBDA]	62
3.7.3 Máquina com rotor bobinado e grupos em curto circuito [MATRBGC]	67
4 – MODELO EM REGIME PERMANENTE DA MÁQUINA ASSÍNCRONA TRIFÁSICA DUPLAMENTE ALIMENTADA SEM ESCOVAS	71
4.1 Introdução	71
4.2 O Circuito Equivalente	71

4.3	Funcionamento em Regime Permanente das [MATRBGC]	73
4.3.1	Estator da máquina auxiliar ligado em curto-circuito	74
4.3.2	Estator da máquina auxiliar ligado a um banco de resistores	78
4.3.3	Estator da máquina auxiliar ligado à rede através do conversor de frequência ...	84
4.4	Análise Comparativa em Regime com os Resultados experimentais	98
4.4.1	Máquina com rotor de gaiola [MATRGDA]	98
4.4.2	Máquina com Rotor de Gaiola [MATRBDA]	103
4.4.3	Máquina com Rotor de Gaiola [MATRBGC]	107
 5 – MODELO EM REGIME DINÂMICO DA MÁQUINA ASSÍNCRONA TRIFÁSICA		
DUPLAMENTE ALIMENTADA SEM ESCOVAS		113
5.1	Introdução	113
5.2	Sistema de Referência (abc) da Máquina	113
5.3	Sistema de Referência Arbitrário (qdo) da Máquina	118
5.4	Equações no Sistema de Referência (abc) da Máquina	123
5.4.1	A conexão em cascata “mais”	123
5.4.2	Equações dos enlaces de fluxo	123
5.4.3	Equações de tensões	126
5.4.4	Equações do torque eletromagnético	128
5.5	Equações no Sistema de Referência Arbitrário (qdo) da Máquina	130
5.5.1	Introdução	130
5.5.2	Equações dos enlaces de fluxo	130
5.5.3	Equações de tensões	133
5.5.4	Equações do torque eletromagnético	138
5.6	Equações de Espaço de Estado da Máquina	139
5.7	Análise da Dinâmica da Máquina	144
5.7.1	Introdução	144
5.7.2	Funcionamento em regime dinâmico de partida	145
5.7.3	Funcionamento em regime dinâmico como motor ou como gerador	162
 6 – ANÁLISE DAS VIBRAÇÕES DA MÁQUINA ASSÍNCRONA TRIFÁSICA		
DUPLAMENTE ALIMENTADA SEM ESCOVAS		175
6.1	Introdução	175
6.2	Ondas de Densidade de Forças Tangenciais no Entreferro	175
6.3	Torques Gerados pelas Ondas de Induções	180
6.4	Ondas de Densidade de Forças Radiais no Entreferro	182
6.5	Frequências Naturais do Pacote de Chapas do Estator	186
6.5.1	Cálculo das frequências naturais do pacote de chapas do estator pelo método analítico	186
6.5.2	Cálculo das frequências naturais do pacote de chapas do estator pelo método de elementos finitos	191
6.6	Análise das Vibrações da Máquina	197
 7 – O PROJETO DA MÁQUINA ASSÍNCRONA TRIFÁSICA DUPLAMENTE		
ALIMENTADA SEM ESCOVAS		215
7.1	Introdução	215
7.2	Aspectos Construtivos	215
7.3	Número de Pólos do Enrolamento Principal e Auxiliar	220

7.4	O Circuito do Rotórico	224
7.5	Escolha do Número de Ranhuras	227
7.6	O Circuito Magnético da Máquina	229
7.7	Dimensionamento do Enrolamento Principal e Auxiliar	229
7.8	Análise Comparativa do Desempenho	232
 8 – APLICAÇÕES DA MÁQUINA ASSÍNCRONA TRIFÁSICA DUPLAMENTE ALIMENTADA SEM ESCOVAS		
	237	
8.1	Introdução	237
8.2	Aplicações Industriais	237
8.3	Geração de Energia Elétrica através de Turbinas Eólicas	245
8.4	Geração de Energia Elétrica através de Turbinas Hidráulicas	256
8.5	Laboratório para Ensaios de Máquinas Elétricas	256
 9 – CONCLUSÃO		
	261	
 REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA		
	263	
 <u>APÊNDICE A</u>		
	Ensaio da performance do protótipo MATRGDA-FAF315-15kW	267
 <u>APÊNDICE B</u>		
	Ensaio da performance do protótipo MATRBDA-HAW560-75kW	287
 <u>APÊNDICE C</u>		
	Ensaio da performance do protótipo MATRBGC-HGW560-75kW	303
 <u>APÊNDICE D</u>		
	Determinação dos coeficientes de amortecimento modais do protótipo MATRGDA-FAF315-15kW	317
 <u>APÊNDICE E</u>		
	Determinação dos coeficientes de amortecimento modais do protótipo MATRBGC-HGW560-75kW	327
 <u>APÊNDICE F</u>		
	Determinação dos parâmetros do circuito equivalente do protótipo MATRBDA-HAW560-75kW	355

SIMBOLOGIA

a_1	Índice das variáveis do estator da máquina auxiliar
a_2	Índice das variáveis do rotor da máquina auxiliar
a_{p1}	Parte inteira do enrolamento principal do estator
$A_{F_e N_1}$	Área equivalente de ferro da ranhura do estator
[A]	Matriz constante na equação de espaço de estado
b_{01}	Abertura da ranhura do estator
b_{02}	Abertura da ranhura do rotor
b_{a1}	Onda de indução gerada pelo enrolamento auxiliar do estator
b_{a2}	Onda de indução gerada pelo enrolamento auxiliar do rotor
b_{md1}	Largura média da ranhura e do dente do estator
b_{mr1}	Largura média da ranhura e do dente do estator
b_{p1}	Onda de indução gerada pelo enrolamento principal do estator
b_{p2}	Onda de indução gerada pelo enrolamento principal do rotor
b_{xP_0}	Onda de indução genérica
$b_{x_1 P_0}$	Onda de indução genérica
$b_{x_2 P_0}$	Onda de indução genérica
b_d	Cálculo das ondas de densidade de força radiais
[B]	Matriz constante na equação de espaço de estado
B_{a1}	Amplitude da indução gerada pelo enrolamento auxiliar do estator
B_{a2}	Amplitude da indução gerada pelo enrolamento auxiliar do rotor
B_{p1}	Amplitude da indução gerada pelo enrolamento principal do estator
B_{p2}	Amplitude da indução gerada pelo enrolamento principal do rotor
B_{xP_0}	Amplitude da onda de indução genérica
B_{x1P_0}	Amplitude da onda de indução genérica
B_{x2P_0}	Amplitude da onda de indução genérica
c_{a1}	Parte fracionária do enrolamento auxiliar do estator
c_{a2}	Parte fracionária do enrolamento auxiliar do rotor
c_{p1}	Parte fracionária do enrolamento principal do estator
c_{p2}	Parte fracionária do enrolamento principal do rotor
[C]	Matriz constante na equação de espaço de estado
[C] [c]	Matriz dos amortecimentos na equação dinâmica
[D]	Matriz constante na equação de espaço de estado
D_1	Diâmetro interno do estator da máquina
dlc_{a1}	Distribuição linear dos condutores do enrolamento auxiliar do estator

dlc_{p2}	Distribuição linear dos condutores do enrolamento principal do rotor
$DFT_{n_{ft}}$	Amplitude da onda de densidade de força tangencial
E_{Fe1}	Módulo de elasticidade do ferro silício
e_{p2}	Campo elétrico induzido nos condutores do circuito rotórico principal
$f_{a1n_{ba1}}$	Frequência da indução gerada pelo enrolamento auxiliar do estator
$f_{a2n_{ba2}}$	Frequência da indução gerada pelo enrolamento auxiliar do rotor
$f_{a1n_{ja1}}$	Frequência da corrente do enrolamento auxiliar do estator
$f_{a2n_{ja2}}$	Frequência da corrente do enrolamento auxiliar do rotor
$f_{a1N_{\delta1}}$	Fator de abertura da ranhura do enrolamento auxiliar do estator
$f_{a2N_{\delta2}}$	Fator de abertura da ranhura do enrolamento auxiliar do rotor
$f_{a1w_{\delta1}}$	Fator de bobinagem do enrolamento auxiliar do estator
f_{ae1}	Frequência da corrente induzido no enrolamento auxiliar do estator
f_{ae1}^{-}	Frequência da corrente induzido no enrolamento auxiliar do estator para cascata menos
f_{ae1}^{+}	Frequência da corrente induzido no enrolamento auxiliar do estator para cascata mais
f_m	Frequência mecânica do rotor
f_{aa1}	Vetor representativo da fase a do enrolamento auxiliar do estator
f_{aa2}	Vetor representativo da fase a do enrolamento auxiliar do rotor
f_{aabc1}	Vetor representativo das fases abc do enrolamento auxiliar do estator
f_{aabc2}	Vetor representativo das fases abc do enrolamento auxiliar do rotor
f_{ab1}	Vetor representativo da fase b do enrolamento auxiliar do estator
f_{ab2}	Vetor representativo da fase b do enrolamento auxiliar do rotor
f_{ac1}	Vetor representativo da fase c do enrolamento auxiliar do estator
f_{ac2}	Vetor representativo da fase c do enrolamento auxiliar do rotor
f_{aqdo1}	Vetor representativo nos eixos qd0 do enrolamento auxiliar do estator
f_{aqdo2}	Vetor representativo nos eixos qd0 do enrolamento auxiliar do rotor
f_{nf0}	Frequência natural de flexão radial
f_{nfl}	Frequências naturais de flexão longitudinais
f_{nfr}	Frequências naturais de flexão radial
f_{pa1}	Vetor representativo da fase a do enrolamento principal do estator
f_{pa2}	Vetor representativo da fase a do enrolamento principal do rotor
f_{pabc1}	Vetor representativo das fases abc do enrolamento principal do estator
f_{pabc2}	Vetor representativo das fases abc do enrolamento principal do rotor
f_{pb1}	Vetor representativo da fase b do enrolamento principal do estator
f_{pb2}	Vetor representativo da fase b do enrolamento principal do rotor

f_{pc1}	Vetor representativo da fase c do enrolamento principal do estator
f_{pc2}	Vetor representativo da fase c do enrolamento principal do rotor
f_{pe1}	Frequência da tensão do enrolamento principal do estator
f_{pe2}	Frequência da tensão do enrolamento principal do rotor
f_{pqdo1}	Vetor representativo nos eixos qd0 do enrolamento principal do estator
f_{pqdo2}	Vetor representativo nos eixos qd0 do enrolamento principal do rotor
$f_{p1N1n_{dp1}}$	Fator de abertura da ranhura do estator máquina principal
$f_{p2N2n_{dp2}}$	Fator de abertura da ranhura do rotor máquina principal
$f_{p1w_{dp1}}$	Fator de bobinagem do enrolamento principal
$f_{p2w_{dp2}}$	Fator de bobinagem do circuito rotórico principal
$f_{p2n_{jp2}}$	Frequência no circuito rotórico principal
$f_{rb_{x1}b_{x2}}$	Força radial
f_{sa}	Frequência síncrona da máquina auxiliar
f_{sn}^{+}	Frequência síncrona natural da cascata mais
f_{sn}^{-}	Frequência síncrona natural da cascata menos
f_{sp}	Frequência síncrona da máquina principal
$f_{n_{ft}}$	Força tangencial
$F_{rb_{x1}b_{x2}}$	Amplitude da força radial
F_{tTotal}	Amplitude da força tangencial total
$FT_{n_{ft}}$	Amplitude da força tangencial
$[f(t)]$	Matriz que representa as forças externas aplicadas ao sistema
g_{a1}	Número inteiro
g_{a2}	Número inteiro
g_{p1}	Número inteiro
g_{p2}	Número inteiro
G_{Fe1}	Módulo de elasticidade ao cisalhamento do ferro silício da chapa do estator
G_{ik}	Termo da matriz de transferência mecânica da estrutura
h_{c1}	Altura da coroa do estator
h_{N1}	Altura da ranhura do estator
$i_{pa1m_{p1}}(t)$	Valor instantâneo
i_{pabc1}	Correntes de fase do estator da máquina principal
i_{pd1}	Corrente do eixo direto d do estator da máquina principal
i_{po1}	Corrente do eixo 0 ao estator da máquina principal
i_{pq1}	Corrente do eixo em quadratura q do estator da máquina principal

i_{pqdo1}	Correntes nos eixos qd0 de fase do estator da máquina principal
i'_{aabc1}	Correntes de fase do estator auxiliar referidas ao estator da máquina principal
i'_{aabc2}	Correntes de fase do rotor auxiliar referidas ao estator da máquina principal
i'_{ad1}	Corrente do eixo direto d do estator auxiliar referidas ao estator da máquina principal
i'_{ao1}	Corrente do eixo 0 do estator auxiliar referidas ao estator da máquina principal
i'_{aq1}	Corrente do eixo em quadratura q do estator auxiliar referida ao estator da máquina principal
i'_{ad2}	Corrente do eixo direto d do rotor auxiliar referida ao estator da máquina principal
i'_{ao2}	Corrente do eixo 0 do rotor auxiliar referida ao estator da máquina principal
i'_{aq2}	Corrente do eixo em quadratura q do rotor auxiliar referida ao estator da máquina principal
i'_{aqdo1}	Correntes nos eixos qd0 de fase do estator da máquina auxiliar
i'_{aqdo2}	Correntes nos eixos qd0 de fase do rotor da máquina auxiliar
i'_{pabc2}	Correntes de fase do rotor principal referidas ao estator da máquina principal
i'_{pd2}	Corrente do eixo direto d do rotor principal referida ao estator da máquina principal
i'_{po2}	Corrente do eixo 0 do rotor principal referida ao estator da máquina principal
i'_{pq2}	Corrente do eixo em quadratura q do rotor principal referida ao estator da máquina principal
i'_{pqdo2}	Correntes nos eixos qd0 de fase do rotor da máquina principal
$I_{a2m_{a2}}$	Amplitude da corrente eficaz do circuito rotórico auxiliar
$I_{p2m_{p2}}$	Amplitude da corrente eficaz do circuito rotórico principal
I_b	Corrente de fase base
$I_{pc1m_{p1}}$	Valor eficaz da corrente aplicada no enrolamento do estator principal por fase
\mathcal{I}_{ac1}	Corrente de fase do enrolamento auxiliar do estator ligado em cascata
\mathcal{I}_{ac2}	Corrente de fase do enrolamento auxiliar do rotor ligado em cascata
\mathcal{I}_{aco}	Corrente de fase do ramo em vazio do enrolamento auxiliar do estator ligado em cascata
\mathcal{I}_{pc1}	Corrente de fase do enrolamento principal do estator ligado em cascata
\mathcal{I}_{pc2}	Corrente de fase do enrolamento principal do rotor ligado em cascata
\mathcal{I}_{pco}	Corrente de fase do ramo em vazio do enrolamento principal do estator ligado em cascata
j_{a1}	Onda de densidade de linear de corrente gerada pelo enrolamento auxiliar do estator
j_{a2}	Onda de densidade de linear de corrente gerada pelo enrolamento auxiliar do rotor
j_{p1}	Onda de densidade de linear de corrente gerada pelo enrolamento principal do estator
j_{p2}	Onda de densidade de linear de corrente gerada pelo enrolamento principal do rotor
j_{yP_0}	Onda de densidade de linear de corrente genérica

J_{Carga}	Inércia da carga
$J_{Externa}$	Inercia externa
J_{MAT}	Inércia da máquina
J_{pcd1}	Momento de inércia polar da coroa do estator no local do dente
J_{pcr1}	Momento de inércia polar da coroa do estator no local da ranhura
J_{td1}	Momento de inércia de torção para a coroa do estator no local do dente
J_{tr1}	Momento de inércia de torção para a coroa do estator no local da ranhura
J_{tres1}	Momento de inércia de torção resultante
J_{zc1}	Momento de inércia da seção da coroa do estator na direção do eixo z
J_{zd1}	Momento de inércia de massa de um dente do estator na direção do eixo z
J_{xc1}	Momento de inércia da seção da coroa do estator na direção do eixo x
k_{ace}	Constante de transformação das tensões do enrolamento auxiliar na ligação cascata
k_{aci}	Constante de transformação das correntes do enrolamento auxiliar na ligação cascata
k_{acz}	Constante de transformação das impedâncias do enrolamento auxiliar na ligação cascata
k_{ae}	Constante de transformação das tensões do enrolamento auxiliar
k_{ai}	Constante de transformação das correntes do enrolamento auxiliar
k_{az}	Constante de transformação das impedâncias do enrolamento auxiliar
k_{pe}	Constante de transformação das tensões do enrolamento principal
k_{pi}	Constante de transformação das correntes do enrolamento principal
k_{pz}	Constante de transformação das impedâncias do enrolamento principal
k_{c1}	Fatores de Carter do estator
k_{c2}	Fatores de Carter do rotor
k_{cu1}	Fator de acoplamento da massa de cobre do enrolamento do estator
k_{LD}	Constante de esbeltez
k_{rmc1}	Fator de acréscimo de massa da coroa do estator
k_s	Fator de saturação
k_{mc1}	Fator de acréscimo de massa da coroa do estator para o cálculo da deformação torcional
$[K_{a1}]$	Matriz de transformação das variáveis do estator da máquina auxiliar
$[K_{a2}]$	Matriz de transformação das variáveis do rotor da máquina auxiliar
$[K_{p1}]$	Matriz de transformação das variáveis do estator da máquina principal
$[K_{p2}]$	Matriz de transformação das variáveis do rotor da máquina principal
$[K][k]$	Matriz de rigidez na equação dinâmica
$[L_{ac11}]$	Auto indutância do enrolamento auxiliar do estator

$[L_{ac12}]$	Indutância mútua entre as fases do circuito auxiliar do estator e do rotor
$[L_{ac21}]$	Indutância mútua entre as fases do circuito auxiliar do rotor e do estator
$[L_{ac22}]$	Auto indutância do enrolamento auxiliar do estator
L_{acd1}	Indutância de dispersão do enrolamento auxiliar do estator
L_{acd2}	Indutância de dispersão do circuito auxiliar do rotor
L_{acm}	Indutância magnetizante da máquina auxiliar
$[L_{aqdo11}]$	Auto indutância do enrolamento auxiliar do estator nos eixos qd0
$[L_{aqdo12}]$	Indutância mútua entre as fases do circuito auxiliar do estator e do rotor nos eixos qd0
$[L_{aqdo21}]$	Indutância mútua entre as fases do circuito auxiliar do rotor e do estator nos eixos qd0
$[L_{aqdo22}]$	Auto indutância do enrolamento auxiliar do rotor nos eixos qd0
L_{Fe1}	Comprimento de ferro do pacote de chapas do estator
L_{Fe2}	Comprimento de ferro do pacote de chapas do rotor
$[L_{pc11}]$	Auto indutância do enrolamento principal do estator
$[L_{pc12}]$	Indutância mútua entre as fases do circuito principal do estator e do rotor
$[L_{pc21}]$	Indutância mútua entre as fases do circuito principal do rotor e do estator
$[L_{pc22}]$	Auto indutância do enrolamento principal do rotor
L_{pcd1}	Indutância de dispersão do enrolamento principal do estator
L_{pcd2}	Indutância de dispersão do circuito principal do rotor
L_{pcm}	Indutância magnetizante da máquina principal
$[L_{pqdo11}]$	Auto indutância do enrolamento principal do estator nos eixos qd0
$[L_{pqdo12}]$	Indutância mútua entre as fases do circuito principal do estator e do rotor nos eixos qd0
$[L_{pqdo21}]$	Indutância mútua entre as fases do circuito principal do rotor e do estator nos eixos qd0
$[L_{pqdo22}]$	Auto indutância do enrolamento auxiliar do rotor nos eixos qd0
m_{a1}	Número de fases do enrolamento auxiliar do estator
m_{a2}	Número de fases do enrolamento auxiliar do rotor
m_{chc1}	Massa de chapa da coroa do estator
m_{chd1}	Massa dos dentes da chapa do estator
m_{cu1}	Massa de cobre dos enrolamentos do estator
m_{p1}	Número de fases do enrolamento principal do estator
m_{p2}	Número de fases do enrolamento principal do rotor
M_{a1}	Número de faixas de zona por ciclo do enrolamento auxiliar do estator
M_{a2}	Número de faixas de zona por ciclo do enrolamento auxiliar do rotor
MDC	Máximo Divisor Comum

MMC	Mínimo Múltiplo Comum
Mod	Função intrínseca que fornece o resto da divisão do primeiro pelo segundo argumento
M_{p1}	Número de faixas de zona por ciclo do enrolamento principal do estator
M_{p2}	Número de faixas de zona por ciclo do enrolamento principal do rotor
$[M] [m]$	Matriz massa na equação dinâmica
n	Rotação em porcentagem
n_b	Rotação básica
n_o	Rotação inicial em porcentagem
N_1	Número de ranhuras do estator
N_2	Número de ranhuras do rotor
$N_{a1cond1}$	Número de condutores em série por fase do enrolamento auxiliar do estator
$N_{a2cond2}$	Número de condutores em série por fase do circuito rotórico auxiliar
N_{cam}	Número de camadas do enrolamento por ranhura
$N_{p1cond1}$	Número de condutores em série por fase do enrolamento principal
$N_{p2cond2}$	Número de condutores em série por fase do circuito rotórico auxiliar
N_{p2}	Número de pólos
$N_{Ranhuras}$	Número de ranhuras
p	Onda de permeância do entreferro
p_1	Índice das variáveis do estator da máquina principal
p_2	Índice das variáveis do rotor da máquina principal
p_{a1}	Número de pares de pólos do enrolamento auxiliar do estator
p_{a2}	Número de pares de pólos do enrolamento auxiliar do rotor
P_{ace}	Potência em watt que atravessa o entreferro da máquina auxiliar
P_{aceixo}	Potência mecânica em watt no eixo da máquina auxiliar
P_{ceixo}	Potência mecânica total em watt no eixo da máquina
p_{acest}	Perda em watt no estator da máquina auxiliar
p_{acrot}	Perda em watt no rotor da máquina auxiliar
P_b	Potência ativa base
p_{p1}	Número de pares de pólos do enrolamento principal do estator
p_{p2}	Número de pares de pólos do enrolamento principal do rotor
P_{pce}	Potência em watt que atravessa o entreferro da máquina principal
P_{pceixo}	Potência mecânica em watt no eixo da máquina principal
p_{pcest}	Perda em watt no estator da máquina principal
p_{pcrot}	Perda em watt no rotor da máquina principal
P_0	Parte constante da onda de permeância do entreferro
P_1	Amplitude da onda de permeância do entreferro

$[p(t)]$	Matriz coluna representa o vetor de coordenadas modais
$[q]$	Coordenadas generalizadas
q	Número de ranhura por pólo e fase
q_{a1}	Número de ranhura por pólo e fase do enrolamento auxiliar do estator
q_{a2}	Número de ranhura por pólo e fase do enrolamento auxiliar do rotor
q_{p1}	Número de ranhura por pólo e fase do enrolamento principal do estator
q_{p2}	Número de ranhura por pólo e fase do enrolamento principal do rotor
Q_b	Potência reativa base
r	Modos de excitação da onda de densidade superficial de força radial no entreferro
r_{p2}	
R	Raio médio do entreferro da máquina
$[R]$	Matriz na equação de espaço de estado
R_1	Raio correspondente ao diâmetro interno do estator
R_{a1}	Resistência de fase do enrolamento auxiliar do estator
R_{a2}	Resistência de fase do enrolamento auxiliar do rotor
R_{ac1}	Resistência de fase do enrolamento auxiliar do estator na ligação cascata
R_{ac2}	Resistência de fase do enrolamento auxiliar do rotor na ligação cascata
R_{acad}	Resistência de fase adicional na máquina auxiliar
R_{acfe1}	Resistência de fase do estator de perdas no ferro na máquina auxiliar na ligação cascata
R_{acfe2}	Resistência de fase do rotor de perdas no ferro na máquina auxiliar na ligação cascata
R_{afe1}	Resistência de fase do estator de perdas no ferro na máquina auxiliar
R_{afe2}	Resistência de fase do rotor de perdas no ferro na máquina auxiliar
R_{cad}	Resistência de fase adicional na máquina auxiliar referida ao estator da máquina principal na ligação cascata
R_{ge1}	Rigidez da coroa do estator
R_{p1}	Resistência de fase do enrolamento principal do estator
R_{p2}	Resistência de fase do enrolamento principal do rotor
R_{pc1}	Resistência de fase do enrolamento principal do estator na ligação cascata
R_{pc2}	Resistência de fase do enrolamento principal do rotor na ligação cascata
R_{pcfe1}	Resistência de fase do estator de perdas no ferro na máquina principal na ligação cascata
R_{pcfe2}	Resistência de fase do rotor de perdas no ferro na máquina principal na ligação cascata
R_{pfe1}	Resistência de fase do estator de perdas no ferro na máquina principal
R_{pfe2}	Resistência de fase do rotor de perdas no ferro na máquina principal
R_{rmc1}	Raio médio da coroa do estator
R_{rmc1}	Raio médio da coroa do estator

$[S]$	Matriz na equação de espaço de estado
s_a	Escorregamento da máquina auxiliar
\mathcal{S}_{ac1}	Potência aparente no estator da máquina auxiliar
s_p	Escorregamento da máquina auxiliar
\mathcal{S}_{pc1}	Potência aparente no estator da máquina principal
t	Tempo
t_{N1}	Passo de ranhura do estator
t_{N2}	Passo de ranhura do estator
T	Torque
T_{ae}	Torque eletromagnético da máquina auxiliar
T_b	Torque básico
T_{ce}	Torque eletromagnético da máquina
$T_{Externo}$	Torque externo
T_{pe}	Torque eletromagnético da máquina principal
$T_{n_{\beta}}$	Amplitude do torque gerado no entreferro
u_{a1P_0}	Tensão induzida por unidade de comprimento no enrolamento auxiliar do estator
u_{p2P_0}	Tensão induzida por unidade de comprimento no enrolamento principal do rotor
u_{pabc1}	Tensões de fase do estator da máquina principal
u_{pa1}	Tensão da fase a do estator da máquina principal
u_{pb1}	Tensão da fase b do estator da máquina principal
u_{pc1}	Tensão da fase c do estator da máquina principal
u_{pqdo1}	Tensões de fase do estator da máquina principal nos eixos qd0
u_{pd1}	Tensão da fase a do estator da máquina principal no eixo direto d
u_{pq1}	Tensão da fase a do estator da máquina principal no eixo em quadratura q
u_{po1}	Tensão da fase a do estator da máquina principal no eixo 0
u'_{aabc1}	Tensões de fase do estator da máquina auxiliar
u'_{aa1}	Tensão da fase a do estator da máquina auxiliar
u'_{ab1}	Tensão da fase b do estator da máquina auxiliar
u'_{ac1}	Tensão da fase c do estator da máquina auxiliar
u'_{aabc2}	Tensões de fase do rotor da máquina auxiliar
u'_{aa2}	Tensão da fase a do rotor da máquina auxiliar
u'_{ab2}	Tensão da fase b do rotor da máquina auxiliar
u'_{ac2}	Tensão da fase c do rotor da máquina auxiliar
u'_{aqdo1}	Tensões de fase do estator da máquina auxiliar nos eixos qd0
u'_{ad1}	Tensão da fase a do estator da máquina auxiliar no eixo direto d

u'_{aq1}	Tensão da fase a do estator da máquina auxiliar no eixo em quadratura q
u'_{ao1}	Tensão da fase a do estator da máquina auxiliar no eixo 0
u'_{pabc2}	Tensões de fase do rotor da máquina principal
u'_{pa2}	Tensão da fase a do rotor da máquina principal
u'_{pb2}	Tensão da fase b do rotor da máquina principal
u'_{pc2}	Tensão da fase c do rotor da máquina principal
U_{a1}	Tensão de fase do enrolamento auxiliar
$U_{a1P0\Omega_{hp2}}$	Amplitude da tensão induzida por unidade de comprimento no enrolamento auxiliar do estator
U_{ac1}	Tensão de fase do estator do enrolamento auxiliar referida ao estator da máquina principal na ligação cascata
U_{ac2}	Tensão de fase do rotor do enrolamento auxiliar referida ao estator da máquina principal na ligação cascata
U_{na1}	Tensão nominal de fase do enrolamento auxiliar do estator
U_{ncon}	Tensão nominal de fase do conversor
$U_{p2P0\Omega_{hp1}}$	Amplitude da tensão induzida por unidade de comprimento no enrolamento principal do rotor
U_{pc1}	Tensão de fase do estator do enrolamento principal na ligação cascata
U_{pc2}	Tensão de fase do rotor do enrolamento principal referida ao estator da máquina principal na ligação cascata
$[u]$	Matriz que representa os autovetores das coordenadas generalizadas
$[U]$	Tensões nos terminais da MATDASE referidas ao estator da máquina principal
$[U]$	Matriz que diagonaliza a matriz de massa e a matriz de rigidez
W_{pe}	Energia armazenada no campo eletromagnético da máquina
$[W]$	Matriz na equação de espaço de estado
x_{p1}	Arco correspondente ao deslocamento geométrico no entreferro da máquina
x_{p2}	Reatância de dispersão do circuito rotórico principal
X_{a1}	Reatância de dispersão do enrolamento auxiliar do estator
X_{a2}	Reatância de dispersão do enrolamento auxiliar do rotor
X_{ac1}	Reatância de dispersão do enrolamento auxiliar do estator referida ao enrolamento principal na ligação cascata
X_{acad}	Reatância de fase adicional na máquina auxiliar
X_{am}	Reatância magnetizante de fase da máquina auxiliar
X_{acm}	Reatância magnetizante de fase da máquina auxiliar referida ao enrolamento principal na ligação cascata
X_{cad}	Reatância de fase adicional na máquina auxiliar referida ao estator da máquina principal na ligação cascata

X_{p1}	Reatância de dispersão do enrolamento principal do estator
X_{p2}	Reatância de dispersão do enrolamento principal do rotor
X_{pc1}	Reatância de dispersão do enrolamento principal na ligação cascata
X_{pc2}	Reatância de dispersão do enrolamento auxiliar do rotor referida ao enrolamento principal na ligação cascata
X_{pm}	Reatância magnetizante de fase da máquina principal
X_{pcm}	Reatância magnetizante de fase da máquina auxiliar referida ao enrolamento principal na ligação cascata
$[X]$	Correntes nas fases da MATDASE referidas ao estator da máquina principal
$[\dot{X}]$	Derivadas das correntes nas fases da MATDASE referidas ao estator da máquina principal
$[Z]$	Matriz na equação de espaço de estado
\dot{Z}_{a1}	Impedância de fase do estator da máquina auxiliar
\dot{Z}_{a2}	Impedância de fase do rotor da máquina auxiliar
\dot{Z}_{ac1}	Impedância de fase do estator da máquina auxiliar referida ao enrolamento principal na ligação cascata
\dot{Z}_{ac2}	Impedância de fase do rotor da máquina auxiliar referida ao enrolamento principal na ligação cascata
\dot{Z}_{acfe1}	Impedância de fase do estator de perdas no ferro da máquina auxiliar referida ao enrolamento principal na ligação cascata
\dot{Z}_{acfe2}	Impedância de fase do rotor de perdas no ferro da máquina auxiliar referida ao enrolamento principal na ligação cascata
\dot{Z}_{acm}	Impedância magnetizante de fase da máquina auxiliar referida ao enrolamento principal na ligação cascata
\dot{Z}_{cad}	Impedância adicional ligada ao estator da máquina auxiliar
\dot{Z}_{p1}	Impedância de fase do estator da máquina principal
\dot{Z}_{p2}	Impedância de fase do rotor da máquina auxiliar
\dot{Z}_{pc1}	Impedância de fase do estator da máquina principal na ligação cascata
\dot{Z}_{pc2}	Impedância de fase do rotor da máquina auxiliar referida ao enrolamento principal na ligação cascata
\dot{Z}_{pcfe1}	Impedância de fase do estator de perdas no ferro da máquina principal referida ao enrolamento principal na ligação cascata
\dot{Z}_{pcfe2}	Impedância de fase do rotor de perdas no ferro da máquina principal referida ao enrolamento principal na ligação cascata
\dot{Z}_{pcm}	Impedância magnetizante de fase da máquina principal referida ao enrolamento principal na ligação cascata

b_{a1}	Representa o deslocamento entre os eixos qd0 e o eixo do enrolamento auxiliar do estator. É o argumento na matriz de transformação $[K_{a1}]$
b_{a2}	Representa o deslocamento entre os eixos qd0 e o eixo do enrolamento auxiliar do rotor. É o argumento na matriz de transformação $[K_{a2}]$
b_{p1}	Representa o deslocamento entre os eixos qd0 e o eixo do enrolamento principal do estator. É o argumento na matriz de transformação $[K_{p1}]$
b_{p2}	Representa o deslocamento entre os eixos qd0 e o eixo do enrolamento principal do rotor. É o argumento na matriz de transformação $[K_{p2}]$
q_{a1}	Posição angular dos eixos do circuito do estator da máquina auxiliar
q_{a2}	Posição angular dos eixos do circuito do rotor da máquina auxiliar
q_{a10}	Posição angular inicial dos eixos do circuito do estator da máquina auxiliar
q_{a20}	Posição inicial dos eixos dos circuitos do rotor da máquina auxiliar
q_{ae10}	Fase inicial da tensão de alimentação do estator da máquina auxiliar
q_{ae20}	Fase inicial da tensão de alimentação do rotor da máquina auxiliar
q_{qdo}	Posição angular dos eixos de referência qd0
q_m	Posição angular mecânica do rotor
q_{p1}	Posição angular do enrolamento do estator da máquina principal
q_{p2}	Posição angular do circuito do rotor da máquina principal
q_{p20}	Posição angular inicial do circuito do rotor da máquina principal
q_{pe1}	Coordenada espacial elétrica do enrolamento principal do estator
q_{pe10}	Fase inicial da tensão de alimentação do estator da máquina principal
d	Entreferro da máquina
d_0	Entreferro constante (idealizado)
j	Constante de fase da onda
j_l	Constante de fase da onda de permeância
$j_{n_{ba1}}$	Constante de fase da onda de indução gerada pelo estator da máquina auxiliar
$j_{n_{ba2}}$	Constante de fase da onda de indução gerada pelo rotor da máquina auxiliar
$j_{n_{bp1}}$	Constante de fase da onda de indução gerada pelo estator da máquina principal
$j_{n_{bp2}}$	Constante de fase da onda de indução gerada pelo rotor da máquina principal
$j_{n_{bx1}}$	Constante de fase da onda de indução genérica
$j_{n_{bx2}}$	Constante de fase da onda de indução genérica
$j_{n_{dla1}}$	Constante de fase da distribuição linear dos condutores enrolamento auxiliar do estator
$j_{n_{dip2}}$	Constante de fase da distribuição linear dos condutores enrolamento principal do rotor
$j_{n_{ft}}$	Constante de fase da onda de densidade de força tangencial

$j_{n_{ja2}}$	Constante de fase onda de densidade linear de corrente do enrolamento principal do rotor
$j_{n_{jp1}}$	Constante de fase da onda de densidade linear de corrente do enrolamento principal do estator
j_{pe10}	Fase inicial da corrente de alimentação do estator da máquina principal
j_{za1}	Defasagem entre a tensão e a corrente do enrolamento auxiliar do estator
Δ	Deslocamento angular entre duas ranhuras adjacentes
Δ_{N1}	Deslocamento angular entre duas ranhuras adjacentes do estator
Δ_{N2}	Deslocamento angular entre duas ranhuras adjacentes do rotor
Δ_{rmc1}	Parâmetro para o cálculo do raio médio da coroa do estator
Φ_{bp1P_0}	Fluxo do vetor indução magnética da máquina principal
t_{p1}	Passo polar ou Passo pleno do enrolamento principal expresso em metros
t_{pc1}	Passo polar da máquina
t_{ps1}	Passo do enrolamento principal
$t_{pn_{\beta}}$	Torque de vibração ou torque pendular
t_s	Passo do enrolamento
$t_{sn_{\beta}}$	Torques síncronos
$t_{n_{\beta}}$	Torque total
l	Representa os autovalores associados às matrizes $[m]$ e $[k]$
l_{pabc1}	Enlaces de fluxo do estator da máquina principal
l'_{pabc2}	Enlaces de fluxo do rotor da máquina principal referidos ao estator da máquina principal
l'_{aabc1}	Enlaces de fluxo do estator da máquina auxiliar referidos ao estator da máquina principal
l'_{aabc2}	Enlaces de fluxo do rotor da máquina auxiliar referidos ao estator da máquina principal
l_{pqdo1}	Enlaces de fluxo do estator da máquina principal referidos aos eixos de referência qd0
l_{pd1}	Enlace de fluxo do estator da máquina principal no eixo direto d
l_{po1}	Enlace de fluxo do estator da máquina principal no eixo 0
l_{pq1}	Enlace de fluxo do estator da máquina principal no eixo em quadratura q
l'_{pqdo2}	Enlaces de fluxo do rotor da máquina principal referidos aos eixos de referência qd0
l'_{pd2}	Enlace de fluxo do rotor da máquina principal no eixo direto d
l'_{po2}	Enlace de fluxo do rotor da máquina principal no eixo 0
l'_{pq2}	Enlace de fluxo do rotor da máquina principal no eixo em quadratura q
l'_{aqdo1}	Enlaces de fluxo do estator da máquina auxiliar referidos aos eixos de referência qd0
l'_{ad1}	Enlace de fluxo do estator da máquina auxiliar no eixo direto d

I'_{ao1}	Enlace de fluxo do estator da máquina principal no eixo 0
I'_{aq1}	Enlace de fluxo do estator da máquina auxiliar no eixo em quadratura q
I'_{aqdo2}	Enlaces de fluxo do rotor da máquina auxiliar referidos aos eixos de referência qd0
I'_{ad2}	Enlace de fluxo do rotor da máquina auxiliar no eixo direto d
I'_{ao2}	Enlace de fluxo do rotor da máquina auxiliar no eixo 0
I'_{aq2}	Enlace de fluxo do rotor da máquina auxiliar no eixo em quadratura q
W_{a1}	Velocidade angular dos eixos do enrolamento auxiliar estator
W_{a2}	Velocidade angular dos eixos do enrolamento auxiliar rotor
W_{ae10}	Velocidade angular inicial da tensão do enrolamento auxiliar do estator
W_{qdo}	Velocidade angular dos eixos dos eixos de referência
W_m	Velocidade angular mecânica do rotor em relação ao estator
W_{p1}	Velocidade angular dos eixos do enrolamento principal estator
W_{p2}	Velocidade angular dos eixos do enrolamento principal do rotor
W_{pe1}	Frequência angular da corrente de alimentação do enrolamento principal
W_{pe20}	Velocidade angular inicial da tensão do enrolamento principal do rotor
W_r	Frequência angular natural do sistema
$W_{n_{ba1}}$	Frequência angular da onda de indução gerada pelo enrolamento auxiliar do estator
$W_{n_{ba2}}$	Frequência angular da onda de indução gerada pelo enrolamento auxiliar do rotor
$W_{n_{bp1}}$	Frequência angular da onda de indução gerada pelo enrolamento principal do estator
$W_{n_{bp2}}$	Frequência angular da onda de indução gerada pelo enrolamento principal do rotor
$W_{n_{bx1}}$	Frequência angular da onda de indução genérica
$W_{n_{bx2}}$	Frequência angular da onda de indução genérica
$W_{n_{\beta}}$	Frequência angular da onda de densidade de força tangencial
$W_{n_{ja1}}$	Frequência angular da frente de onda de densidade linear de corrente do estator máquina auxiliar
$W_{n_{ja2}}$	Frequência angular da frente de onda de densidade linear de corrente do rotor máquina auxiliar
$W_{n_{jp1}}$	Frequência angular da frente de onda de densidade linear de corrente do estator máquina principal
$W_{n_{jp2}}$	Frequência angular da frente de onda de densidade linear de corrente induzida no circuito rotórico
W_l	Velocidade angular da onda de permeância
m_{a1}	Ordem das harmônicas de corrente do enrolamento auxiliar do estator
m_{a2}	Ordem das harmônicas de corrente do enrolamento auxiliar do rotor
m_0	Permeabilidade magnética do ar

m_{p1}	Ordem das harmônicas de corrente do enrolamento principal do estator
m_{p2}	Ordem das harmônicas de corrente do enrolamento principal do rotor
n_{ba1}	Ordem ou número de pares de pólos da harmônica de indução gerada pelo enrolamento auxiliar do estator
n_{ba2}	Ordem ou número de pares de pólos da harmônica de indução gerada pelo enrolamento auxiliar do rotor
n_{bp1}	Ordem ou número de pares de pólos da harmônica de indução gerada pelo enrolamento principal do estator
n_{bp2}	Ordem ou número de pares de pólos da harmônica de indução gerada pelo enrolamento principal do rotor
n_{bx1}	Ordem ou número de pares de pólos da harmônica de indução genérica
n_{bx2}	Ordem ou número de pares de pólos da harmônica de indução genérica
n_{dla1}	Ordem ou número de pares de pólos da harmônica da distribuição linear dos condutores do enrolamento auxiliar do estator
n_{dla2}	Ordem ou número de pares de pólos da harmônica da distribuição linear dos condutores do enrolamento auxiliar do rotor
n_{dlp1}	Ordem ou número de pares de pólos da harmônica da distribuição linear dos condutores do enrolamento principal do estator
n_{dlp2}	Ordem ou número de pares de pólos da harmônica da distribuição linear dos condutores do enrolamento principal do rotor
n_{ft}	Ordem da onda, que corresponde ao modo de excitação da onda de densidade de força tangencial.
n_{ja1}	Ordem ou número de pares de pólos da harmônica de densidade linear de corrente gerada pelo enrolamento auxiliar do estator
n_{ja2}	Ordem ou número de pares de pólos da harmônica de densidade linear de corrente gerada pelo enrolamento auxiliar do rotor
n_{jp1}	Ordem ou número de pares de pólos da harmônica de densidade linear de corrente gerada pelo enrolamento principal do estator
n_{jp2}	Ordem ou número de pares de pólos da harmônica de densidade linear de corrente gerada pelo enrolamento principal do rotor
q_{a1}	Posição angular dos eixos do enrolamento auxiliar do estator
q_{a2}	Posição angular dos eixos do enrolamento auxiliar do rotor
q_{p1}	Posição angular dos eixos do enrolamento principal do estator
q_{p2}	Posição angular dos eixos do enrolamento principal do rotor
$u_{n_{jp1}}$	Velocidade angular da harmônica de densidade linear de corrente gerada pelo enrolamento principal do estator
S_r	Densidade superficial de força radial
$S_{r_{bx1}bx2}$	Densidade superficial de força radial gerada pelas ondas de indução genéricas

$S_{m_{\beta}}$	Onda de densidade superficial de forças tangenciais
S_{tTotal}	Densidade superficial de força tangencial total
g_{Fe1}	Massa específica volumétrica do ferro da chapa do estator
h_d	Parâmetro para o cálculo do momento de inércia de torção da coroa do estator no local do dente
h_r	Parâmetro para o cálculo do momento de inércia de torção da coroa do estator no local do dente
MATRG AU	Máquina Assíncrona Trifásica de Rotor de Gaiola Alimentação Única
MATRB AE	Máquina Assíncrona Trifásica de Rotor Bobinado duplamente Alimentada através de Escovas
MATRB TR	Máquina Assíncrona Trifásica de Rotor Bobinado duplamente alimentada através de Transformador Rotativo
MATB C DA	Máquina Assíncrona Trifásica de rotor Bobinado sem escova ligada em Cascata Duplamente Alimentada
MATRB DA	Máquina Assíncrona Trifásica de Rotor Bobinado sem escova Duplamente Alimentada
MATRB GC	Máquina Assíncrona Trifásica de Rotor Bobinado sem escova com Grupos Concêntricos Curto-circuitados
MATRG DA	Máquina Assíncrona Trifásica de Rotor de Gaiola Duplamente Alimentada
MATD ASE	Máquina Assíncrona Trifásica Duplamente Alimentada Sem Escovas

1. Introdução Geral

Dentro do universo de máquinas elétricas girantes, a máquina assíncrona trifásica é a mais amplamente empregada nos acionamentos industriais. É empregada tanto nas aplicações com velocidade e torque constante como nas aplicações em que são exigidas variações de velocidade.

Nos acionamentos industriais onde se requer variação de velocidade o motor assíncrono trifásico de gaiola alimentado por inversor é bastante utilizado, basicamente devido a sua robustez, baixo custo e baixo índice de manutenção.

Nas aplicações como motor, onde se exige grandes potências, o conjunto motor de gaiola/conversor apresenta atualmente custos muito elevados.

Nas aplicações como gerador, onde a máquina primária impõe variação de velocidade, a máquina assíncrona de gaiola não é a melhor opção.

A máquina de indução trifásica duplamente alimentada apresenta-se como uma boa alternativa para este caso, oferecendo um ajuste de velocidade, com maior flexibilidade no controle e com o acionamento (conversor) reduzido. Para grandes potências esta redução do conversor proporciona uma drástica redução no custo do conjunto motor/conversor, tornando esta alternativa bastante atraente.

A grande vantagem da máquina assíncrona duplamente alimentada é o fato de que ela pode trabalhar tanto em regime motor como em regime gerador. Como exemplo de aplicação, citemos a geração eólica onde é exigido que o gerador opere satisfatoriamente bem numa ampla faixa de velocidade. Esta exigência é proveniente da maximização do rendimento da turbina eólica. Nesta aplicação a máquina assíncrona trifásica duplamente alimentada, convenientemente integrada com o conversor, é uma boa alternativa.

A máquina duplamente alimentada normalmente apresenta dois enrolamentos, um no estator o outro no rotor, obrigando o uso de escovas. Esta solução, apesar de ser bastante utilizada atualmente, apresenta o inconveniente do sistema de escovas apresentar pouca confiabilidade e um índice muito alto de manutenção, fazendo com que os custos operacionais sejam elevados.

A solução sem escovas da máquina assíncrona duplamente alimentada, já foi proposta por Louis J. Hunt [1], em 1907. Hunt mostrou que, o efeito de duas máquinas de indução ligadas em cascata poderia ser juntado numa única. Para isto, o núcleo magnético do estator seria compartilhado por dois enrolamentos trifásicos de diferentes números de pólos, escolhidos de tal maneira que o acoplamento eletromagnético entre eles não ocorra. Sendo p_{p1} o número de pares de pólos do enrolamento principal do estator e p_{a1} o número de pares de pólos do enrolamento auxiliar, a máquina ligada em cascata estaria apta para trabalhar como uma máquina de indução com $(p_{p1} + p_{a1})$ pares de pólos.

O núcleo do rotor também seria compartilhado por dois enrolamentos trifásicos com $p_{p2} = p_{p1}$ e $p_{a2} = p_{a1}$ pares de pólos. Estes dois enrolamentos seriam ligados em série, onde as correntes induzidas no enrolamento de p_{p2} pares de pólos circularia através do enrolamento de p_{a2} pares de pólos do rotor, criando um campo com p_{a2} pares de pólos, que por sua vez, interagiria com o enrolamento de p_{a1} pares de pólos do enrolamento auxiliar do estator.

Uma alternativa significativa à máquina de Hunt foi proposta por A. R. W. Broadway e L. Burbridge [2], onde os dois enrolamentos do estator estariam acoplados eletromagneticamente por uma gaiola de construção especial no rotor com um número de barras (número de pólos) N_{p2} , dado por $N_{p2} = (p_{p1} + p_{a1})$. Esta solução se apresentava como sendo mais robusta e de maior facilidade de fabricação.

Fräger [3] propôs uma terceira alternativa à máquina de Hunt onde os dois enrolamentos do estator estariam acoplados eletromagneticamente por um enrolamento rotórico cujos grupos que formam os pólos são independentes e formados por bobinas concêntricas curto-circuitadas. O número de pólos do enrolamento do rotor é dado por $N_{p2} = (p_{p1} + p_{a1})$. Esta solução apesar de ser uma boa alternativa à máquina de Hunt não representou um avanço do ponto de vista de fabricação.

Nas duas ultimas décadas do século passado surgiram vários trabalhos no sentido de melhor compreender o desempenho da máquina assíncrona trifásica duplamente alimentada sem escovas, à maioria deles se referindo a solução de Broadway, isto é, o rotor com gaiola especial, devido à vantagem de fabricação.

Dentre os diversos trabalhos abordados podemos destacar os que procuram estabelecer critérios de projetos [4], teoria geral de funcionamento [5 - 6], modelos dinâmicos reduzindo a máquina ao sistema de referência de eixos arbitrários [7 - 10], com o objetivo de se fazer análises dinâmicas e de estabilidade da máquina. Trabalhos procurando estudar a controlabilidade da máquina mostrando sua viabilidade na aplicação em turbinas eólicas onde se requer que a máquina opere numa ampla faixa de variação de velocidade [4, 11 - 15]. Alguns destes trabalhos se preocuparam em modelar esta máquina em elementos finitos 2D, com o objetivo de se analisar as distribuições de correntes na gaiola como também as perdas no ferro [16 -18].

Apesar de todos estes estudos feitos sobre a máquina assíncrona trifásica duplamente alimentada sem escovas, até os dias de hoje, algumas questões permanecem sem respostas, tais como:

- 1) Qual o comportamento, em termos de vibração, desta máquina nas aplicações onde se requer grandes torques a baixa rotação?
- 2) Ela é mais adequada para aplicações em alta velocidade ou em baixa velocidade?

- 3) Apesar do grande desenvolvimento da eletrônica de potência, esta máquina não é usada nas aplicações onde se requer regulação de velocidade, tais como:
- a) Geração de energia elétrica através de turbinas eólicas e hidráulicas;
 - b) Aplicações industriais, como em ventiladores, bombas, compressores, britadores, moinhos;
 - c) Transporte de massa, como elevadores, correias transportadoras.

Modernamente, a tendência é de se ter acionamentos “brushless”, isto é, sem escovas, para eliminar os problemas de manutenção no sistema de escovas. A máquina assíncrona trifásica duplamente alimentada sem escovas, atende perfeitamente esta exigência.

Como uma segunda tendência, as aplicações tendem a ser “gearless”, isto é, procura-se eliminar ampliadores ou redutores de velocidade. O acionamento “gearless” sugere duas possibilidades, a primeira, o desenvolvimento de máquinas elétricas de alta velocidade e a segunda, o desenvolvimento de máquinas de baixa velocidade.

Esta tendência visa também reduzir os problemas de manutenção e ambientais introduzidos pelos redutores ou ampliadores de velocidade, devido ao uso de óleo lubrificante. Outro ponto importante é o ganho no rendimento como um todo do acionamento.

Entre as duas tendências mencionadas acima, o mais premente é resolver os problemas decorrentes do uso de escovas. As escovas, através do desgaste, introduzem muitos problemas nas máquinas, principalmente a redução do nível de isolamento e a necessidade da inspeção periódica. Esta atividade de inspecionar a máquina, dependendo de onde ela estiver instalada, representa um custo bastante elevado de manutenção e operação, além disso ela sempre apresenta um índice de confiabilidade menor do que a máquina que não usa escovas.

Quanto a aplicações “gearless”, a máquina assíncrona duplamente alimentada sem escovas se apresenta como solução às aplicações de baixa velocidade.

O presente trabalho pretende responder as três questões levantadas demonstrando que a máquina assíncrona trifásica sem escovas pode ser uma alternativa atraente no sentido de atender as duas tendências dos acionamentos modernos, principalmente à eliminação das escovas.

2. Análise do Estado Atual da Máquina Assíncrona Trifásica Duplamente Alimentada Sem Escovas

2.1. Introdução

Quando se fala em motor elétrico, logo surge à mente o motor de gaiola trifásico. Isto se deve ao fato desta máquina ser amplamente utilizada nas aplicações industriais. Nestas aplicações, normalmente é requerido torque motor com velocidade constante ou variável.

Hoje, no entanto, em função da necessidade de novas aplicações é necessário que a máquina trabalhe tanto como motor ou gerador quanto na condição de velocidade constante ou variável.

O objetivo do presente trabalho é o de estudar a máquina assíncrona trifásica duplamente alimentada sem escovas [MATDASE]. No entanto, para se ter uma visão ampla do estado da arte das máquinas assíncronas trifásicas, iremos neste capítulo discorrer sobre as mesmas analisando-as do ponto de vista do projeto e da aplicação.

2.2. Máquina Assíncrona Trifásica de Rotor de Gaiola Alimentação Única [MATRGAU]

A máquina assíncrona trifásica de rotor de gaiola com alimentação única [MATRGAU] é a mais bem estabelecida do ponto de vista do projeto e de aplicação. Desde sua invenção em 1889 por Dolivo Dobrovolsky [19 - 20], é constituída de um enrolamento trifásico no estator que é ligado diretamente à rede elétrica, e uma gaiola de esquilo no rotor.

Quando os enrolamentos do estator da máquina estão ligados diretamente à rede elétrica a velocidade é constante. Quando estes são conectados à rede elétrica através de conversores de frequência ligados 'back-to-back', o elo CC desacopla a frequência do enrolamento do estator da frequência da rede elétrica. Variando-se a frequência de alimentação do enrolamento do estator varia-se a velocidade da máquina.

A Fig. 2.2.1 mostra esquematicamente duas alternativas, a primeira (Fig. 2.2.1.a) quando a máquina é ligada diretamente à rede elétrica, e a segunda (Fig. 2.2.1.b), quando ela é ligada à rede elétrica através de conversores de frequência.

Nas aplicações como motor com velocidade constante, a solução da Fig. 2.2.1.a é excelente. Para as aplicações como motor onde se requer variação de velocidade, em pequenas potências, a solução da Fig. 2.2.1.b é a solução mais moderna e apresenta as vantagens de ser compacta, robusta, de baixo custo e de baixa manutenção. Como motor, nas aplicações com velocidade variável de grande potência, a solução da Fig. 2.2.1.b apresenta a desvantagem do alto custo do conversor de frequência.

Para aplicação como gerador, onde a máquina primária apresenta rotação fixa a solução da Fig. 2.2.1.a também é adequada. Para aplicação como gerador, onde a rotação da máquina primária varia como, por exemplo, geração eólica, esta solução apresenta duas desvantagens:

- Quando não acionada por conversor de frequência, a faixa de variação de velocidade é pequena, limitando seu uso. Para minimizar esta desvantagem são usadas máquinas de dupla polaridade;
- Quando acionada por conversor de frequência, o custo é muito alto porque toda a potência passa pelo conversor e, portanto exige que o conversor tenha a mesma potência nominal do gerador.

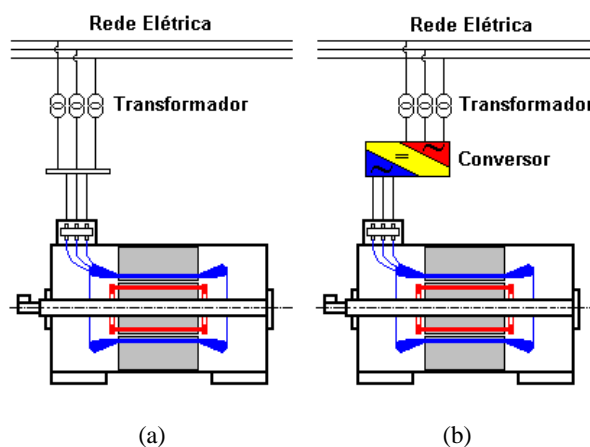


Fig. 2.2.1 - Máquina assíncrona trifásica de rotor de gaiola ligada à rede

Apesar das duas desvantagens citadas, esta máquina é bastante usada na geração eólica, em turbinas de menor potência, isto é, até 1000 kW. Nestas aplicações, para aumentar a faixa de variação de velocidade, normalmente o estator é constituído de dois enrolamentos, ou seja, dupla polaridade.

2.3. Máquina Assíncrona Trifásica de Rotor Bobinado Duplamente Alimentada através de Escova [MATRBAE]

A máquina assíncrona trifásica de rotor bobinado duplamente alimentada através de escovas [MATRBAE] apresenta um enrolamento no estator e outro no rotor. O acesso ao circuito rotórico é feito através do sistema anel coletor e escovas. Através do sistema de escovas o rotor da máquina pode ser curto-circuitado, ou conectado a um banco de resistores, conforme mostrado na Fig. 2.3.1.a, ou quando se deseja controlar a máquina conectá-la à rede através de conversores estáticos, conforme mostrado esquematicamente na Fig. 2.3.1b.

A conexão ao banco de resistores é usada quando se requer uma aceleração pesada, isto é, aplicações onde se requer grandes torques ou inércias elevadas. Durante a partida, o rotor da máquina é conectado a um banco de resistências e o estator diretamente na rede. Após a partida o rotor é curto-circuitado. Quando se deseja fazer uma pequena regulação de velocidade é necessário

manter uma resistência adicional conectada ao circuito rotórico. A desvantagem é a manutenção constante devido ao uso de anéis coletores e escovas.

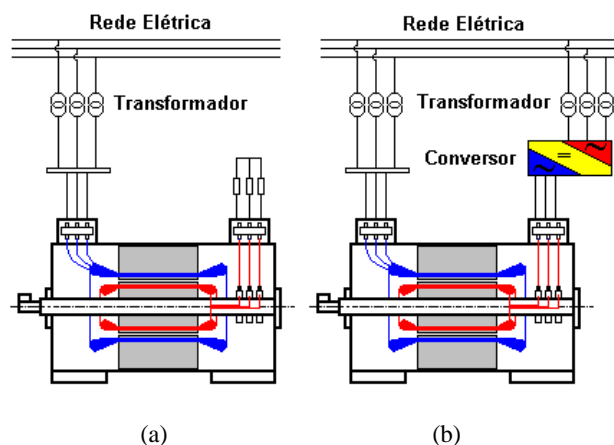


Fig. 2.3.1 - Máquina assíncrona trifásica de rotor bobinado com escova ligada à Rede.

Esta solução é largamente utilizada na aplicação como gerador acionado por turbina eólica, devido à sua facilidade de controle. O conversor CA-CA de quatro quadrantes que controla a máquina é conectado ao circuito rotórico permitindo controlar o torque e o fator de potência no lado do circuito do estator. Esta solução é bastante atraente pelo fato de o conversor ser da ordem de 30% da potência nominal da máquina.

As desvantagens dessa solução são:

- Necessidade do uso de anéis coletores e escovas, exigindo manutenção elevada;
- Necessidade do uso de amplificador de múltiplos estágios de velocidade (gearbox), requerendo manutenção e uso de óleo que podem contaminar o meio ambiente.

2.4. Máquina Assíncrona Trifásica de Rotor Bobinado Duplamente Alimentada através de Transformador Rotativo [MATRBTR]

A máquina assíncrona trifásica de rotor bobinado duplamente alimentada através de transformador rotativo [MATRBTR] apresenta um enrolamento no estator e outro no rotor. A alimentação do circuito rotórico é feita através de um transformador rotativo solidário ao eixo da máquina. A Fig. 2.4.1 mostra esquematicamente esta solução.

Esta solução é bastante interessante do ponto de vista de aplicação, porque o acesso ao circuito rotórico é feito sem o uso de escovas. Nesta solução se pode desenhar a máquina com um grande número de pólos, reduzindo os múltiplos estágios do redutor/amplificador de velocidade. A desvantagem que esta solução apresenta é o fato que a máquina não pode ser controlada no ponto de rotação síncrona. Neste ponto de rotação a frequência no circuito rotórico é nula, e nesta condição o transformador não consegue impor tensão. A máquina assíncrona trifásica de rotor bobinado com transformador rotativo tem sido muito pouco estudada até os dias de hoje.

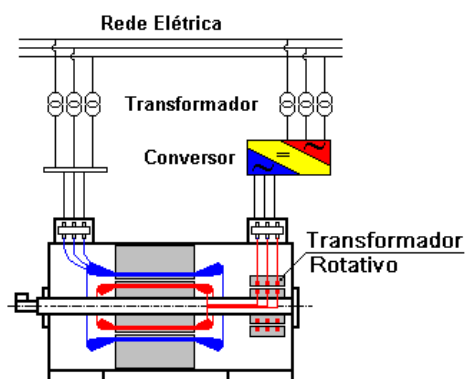


Fig. 2.4.1 - Máquina assíncrona trifásica de rotor bobinado com transformador rotativo ligado à rede.

2.5. Máquina Assíncrona Trifásica de rotor Bobinado sem escova ligada em Cascata Duplamente Alimentada [MATBCDA]

A máquina trifásica ligada em cascata já era conhecida no início do século 20 para uso nas aplicações onde o sistema elétrico não suportava partidas pesadas, porém não despertou interesse por falta de uma eletrônica adequada.

A máquina assíncrona trifásica de rotor bobinado sem escova ligada em cascata duplamente alimentada [MATBCDA] é constituída por duas máquinas assíncronas trifásicas separadas, montadas sobre o mesmo eixo. Chamaremos de máquina principal a máquina cujo estator está ligado diretamente à rede e a outra, cujo estator está ligado à rede através do conversor, chamaremos de máquina auxiliar.

Os dois rotores estão montados sobre o mesmo eixo e seus enrolamentos são conectados eletricamente em cascata. A Fig. 2.5.1 abaixo mostra um diagrama esquemático desta solução.

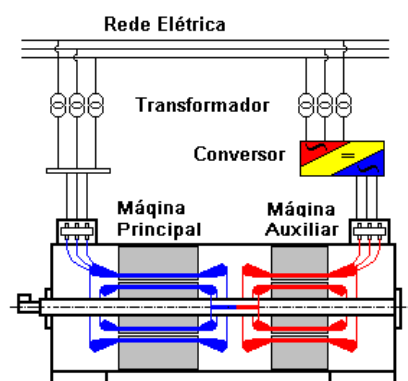


Fig. 2.5.1 - Máquina assíncrona trifásica de rotor bobinado sem escova ligada em cascata duplamente alimentada ligada à rede

As duas máquinas podem ter qualquer combinação de pólos e os dois rotores podem ser conectados em cascata de duas maneiras:

- Ligação “mais” quando os rotores estão conectados eletricamente na sequência de fase cujos conjugados se somam;
- Ligação “menos” quando os rotores estão conectados eletricamente na sequência de fase cujos conjugados se subtraem.

Esta solução apresenta a vantagem de não precisar de escovas, permitindo-se fazer o controle da máquina principal através da máquina auxiliar. A MATBCDA é equivalente a uma máquina de indução com número de pólos que é dado pela soma dos pólos da máquina principal e auxiliar, operando normalmente em baixas rotações, sendo possível eliminar os múltiplos estágios do redutor de velocidade.

Esta máquina se apresenta como uma alternativa para aplicações onde se requer variação de velocidades [21], como, por exemplo, gerador acionado por turbinas eólicas.

A desvantagem desta solução é fato dela ter dois estatores e dois rotores fazendo com que seu comprimento seja maior.

2.6. Máquina Assíncrona Trifásica de Rotor Bobinado sem escova Duplamente Alimentada [MATRBDA]

Hunt [1] em 1907 já mostrou que o efeito de duas máquinas de indução ligadas em cascata poderia ser obtido juntando-se as duas em uma única máquina. Para isto, os enrolamentos principal e auxiliar devem compartilhar o mesmo núcleo magnético. Portanto, a máquina assíncrona trifásica de rotor bobinado sem escova duplamente alimentada [MATRBDA], apresenta dois enrolamentos trifásicos de diferentes números de pólos no estator e dois enrolamentos trifásicos de diferentes números de pólos no rotor. Os dois enrolamentos do rotor são ligados em série, isto é, ligados em cascata “mais” ou em cascata “menos”, conforme comentado no parágrafo anterior. A Fig. 2.6.1 mostra o diagrama esquemático desta solução.

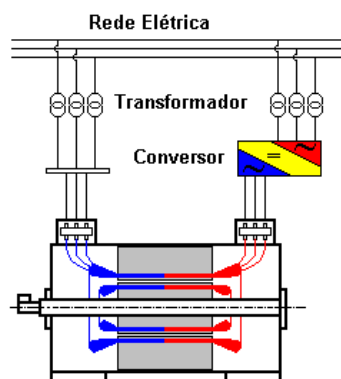


Fig. 2.6.1 - Máquina assíncrona trifásica de rotor bobinado sem escova duplamente alimentada ligada à rede

Nesta solução como os dois enrolamentos do estator dividem o mesmo núcleo magnético, o número de pares de pólos deverá ser escolhido adequadamente para evitar o acoplamento

magnético entre eles. Esta máquina apesar de ter sido sugerida por Hunt no início do século 20, até hoje tem sido muito pouco usada.

2.7. Máquina Assíncrona Trifásica de Rotor Bobinado sem escova Com Grupos Concêntricos Curto-circuitados [MATRBGC]

A máquina assíncrona trifásica de rotor bobinado sem escova com grupos concêntricos curto-circuitados [MATRBGC] foi proposta por Carsten Fräger [3] como uma variante para a máquina assíncrona trifásica em cascata. Neste caso, o estator também apresenta dois enrolamentos trifásicos compartilhando o mesmo núcleo magnético, porém no rotor encontra-se apenas um enrolamento com características especiais onde os grupos são concêntricos e curto-circuitados, simulando uma gaiola. A Fig. 2.7.1 mostra como as bobinas são dispostas e curto-circuitadas.

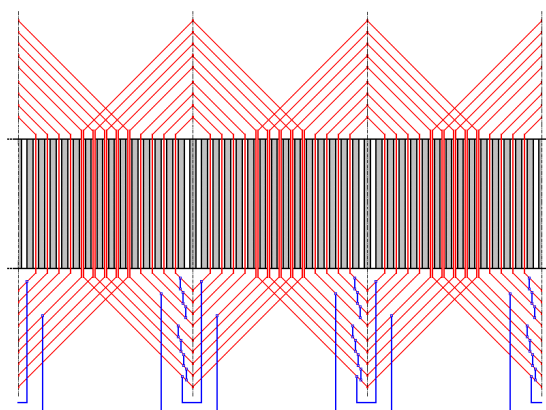


Fig. 2.7.1 – Disposição e ligação das bobinas do rotor

Conforme mostrado na Fig. 2.7.1 as bobinas de cada grupo estão curto-circuitadas porém são isoladas galvanicamente uma das outras.

O número de grupos (número de pólos) de bobinas do enrolamento do rotor deve ser escolhido adequadamente em função do número de pólos dos enrolamentos principal e auxiliar, e é dado por $N_{p2} = (p_{p1} + p_{a1})$.

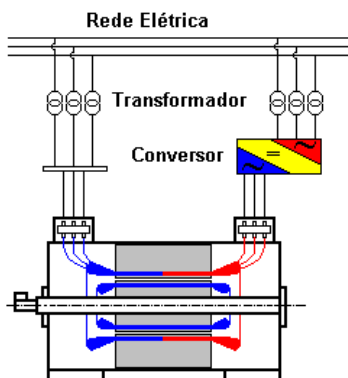


Fig. 2.7.2 - Máquina assíncrona trifásica de rotor bobinado sem escova, com grupos concêntricos curto-circuitados, ligada à rede elétrica.

O funcionamento desta máquina é semelhante ao da máquina apresentada no parágrafo 2.6, onde o enrolamento principal é ligado diretamente à rede, e o enrolamento auxiliar é ligado á rede através do conversor. A Fig. 2.7.2 ilustra a conexão desta máquina à rede elétrica.

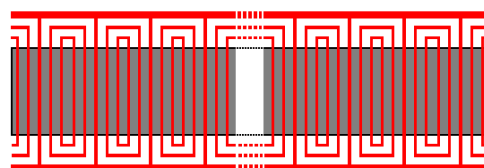
Esta solução tem sido muito pouco divulgada nos meios acadêmicos e até os dias de hoje não tem sido empregada nas aplicações industriais.

2.8. Máquina Assíncrona Trifásica de Rotor de Gaiola Duplamente Alimentada [MATRGDA]

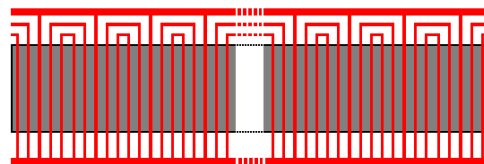
A máquina assíncrona trifásica de rotor de gaiola duplamente alimentada [MATRGDA] foi proposta por A. R. W. Broadway e L. Burbridge [2] como um avanço significativo à solução apresentada por Hunt. Nesta solução a máquina apresenta também dois enrolamentos trifásicos compartilhando um mesmo estator. Estes dois enrolamentos estão eletromagneticamente acoplados por uma gaiola de construção especial com o número de barras (número de pólos) dado por

$$N_{p2} = (p_{p1} + p_{a1}).$$

A Fig. 2.8.1 mostra a configuração da gaiola com anel de curto-circuito. A Fig. 2.8.2 mostra a configuração da gaiola sem anel de curto-circuito.

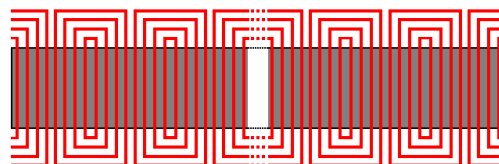


Configuração 1

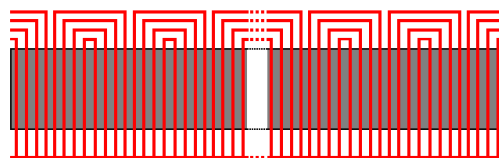


Configuração 2

Fig. 2.8.1 – Configuração da gaiola com anel de curto-circuito



Configuração 1



Configuração 2

Fig. 2.8.2 – Configuração da gaiola sem anel de curto -circuito.

As Figs. 2.8.3 e 2.8.4 mostram estas configurações em três dimensões para as duas configurações da gaiola.

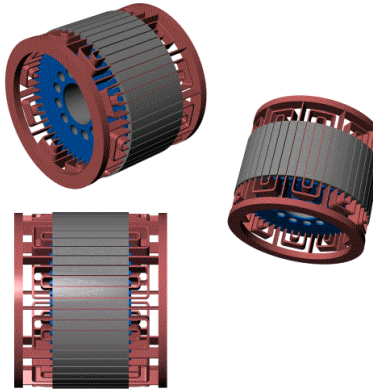


Fig. 2.8.3 – Configuração espacial da gaiola com anel de curto -circuito.

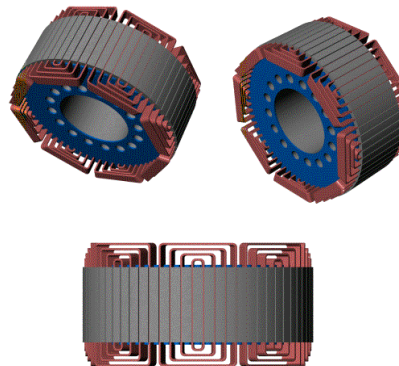


Fig. 2.8.4 – Configuração espacial da gaiola sem anel de curto -circuito.

Esta solução se apresentava como sendo mais robusta e de maior facilidade de fabricação. A máquina funciona com o enrolamento principal conectado diretamente à rede elétrica e o enrolamento auxiliar conectado à rede através do conversor. A Fig. 2.8.5 ilustra o esquema de ligação desta máquina.

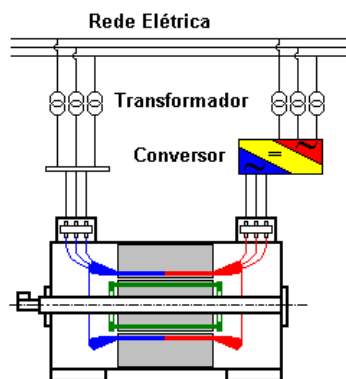


Fig. 2.8.5 - Máquina assíncrona trifásica de rotor de gaiola duplamente alimentada,

De todas as soluções apresentadas para a máquina assíncrona duplamente alimentada sem escovas a mais atraente é esta por ser de simples construção, robusta e permitir através do conversor regular a sua velocidade.

2.9. Conclusão

Conforme apresentado nos parágrafos anteriores a máquina assíncrona se apresenta como um dispositivo eletromagnético para conversão de energia bastante versátil. É devido às características de facilidade de fabricação, robustez e baixo custo, que ela é a mais utilizada na conversão eletromecânica de energia na área industrial.

A máquina de rotor de gaiola com alimentação única e a de rotor bobinado duplamente alimentada através de escovas, são duas soluções consagradas e amplamente utilizadas.

No presente trabalho, iremos analisar detalhadamente a máquina assíncrona duplamente alimentada sem escovas [MATDASE], por se tratar de uma alternativa muito interessante para as aplicações onde se requer controle de torque e de velocidade, tanto para aplicações industriais como para geração de energia elétrica a partir de fontes alternativas, tais como turbinas eólicas. A solução apresentada no parágrafo 1.8, ou seja, a MATRGDA é a mais adequada para este propósito por ser de fácil fabricação, robusta e compacta.

Na MATDASE coexistem no entreferro duas ondas de indução com pares de pólos p_{p1} e p_{a1} correspondentes à máquina principal e auxiliar, respectivamente. Estas ondas interagem entre si gerando, no entreferro, ondas de forças radiais com modo de excitação $r = (p_{p1} \pm p_{a1})$ que podem excitar a estrutura da máquina levando-a a níveis de vibrações indesejáveis. A análise e a previsão da amplitude destas excitações é um tema pouco estudado. O rendimento e o fator de potência desta máquina também serão estudados no presente trabalho.

Serão elaborados os modelos da máquina em regime permanente, regime dinâmico e um modelo em elementos finitos [22] com o objetivo de estudar o seu comportamento visando responder os questionamentos abaixo:

- Qual o comportamento, em termos de vibração, desta máquina nas aplicações onde se requer grandes torques a baixa rotação?
- Ela é mais adequada para aplicações em alta velocidade ou em baixa velocidade?
- Apesar do grande desenvolvimento da eletrônica de potência, esta máquina não é usada nas aplicações onde se requer regulação de velocidade, tais como:
 - Geração de energia elétrica através de turbinas eólicas e hidráulicas;
 - Aplicações industriais, como em ventiladores, bombas, compressores, britadores, moedores;
 - Transporte de massa, como elevadores, correias transportadoras.

3. Estrutura Física da Máquina Assíncrona Trifásica Duplamente Alimentada Sem Escovas

3.1. Introdução

Neste capítulo analisaremos a estrutura física da máquina assíncrona trifásica duplamente alimentada sem escovas [MATDASE]. Conforme descrito no capítulo 2 interessam para o nosso estudo as MATRBDA, MATRBGC e a MATRGDA. Descreveremos as partes construtivas do núcleo eletromagnético, o princípio de funcionamento e estabeleceremos as hipóteses simplificadoras bem como o sistema de coordenadas que será utilizado nos capítulos subseqüentes. Como todo o trabalho estará fundamentado nos ensaios realizados sobre três protótipos construídos para estes fins, neste capítulo, detalharemos os dados construtivos dos protótipos. O conhecimento da estrutura física da máquina se faz necessário para um bom entendimento do funcionamento e para o desenvolvimento dos modelos para análise e estudo que serão realizados.

3.2. Partes Construtivas da Máquina

Construtivamente, toda máquina elétrica é constituída de dois subconjuntos principais, o estator e o rotor. Por estator, subentendem-se todas as partes que não se movimentam e por rotor todas as partes que se movimentam. No presente trabalho, analisaremos o desempenho e o comportamento quanto às vibrações da MATDASE. Interessam para o nosso estudo:

- do estator - o núcleo magnético, os enrolamentos e a carcaça;
- do rotor - o núcleo magnético e os enrolamentos.

Conforme mostrado no capítulo 2, parágrafos 2.6, 2.7 e 2.8 as MATDASE apresentam dois enrolamentos trifásicos os quais compartilham o mesmo núcleo magnético. Ao que está ligado diretamente à rede chamaremos de enrolamento principal com p_{p1} pares de pólos, e ao que está ligado à rede através do conversor de frequência, chamaremos de enrolamento auxiliar com p_{a1} pares de pólos. Estes são enrolamentos trifásicos normais cujos critérios de escolha e dimensionamento serão mostrados no capítulo 7. A Fig. 3.2.1 mostra o núcleo magnético do estator compartilhado pelos dois enrolamentos trifásicos. O enrolamento de cor azul que está mais próximo do rotor é o de maior polaridade e o vermelho o de menor polaridade. Do ponto de vista construtivo, o estator é igual nos três tipos de MATDASE. Já os rotores destes três tipos de MATDASE apresentam construções diferentes.

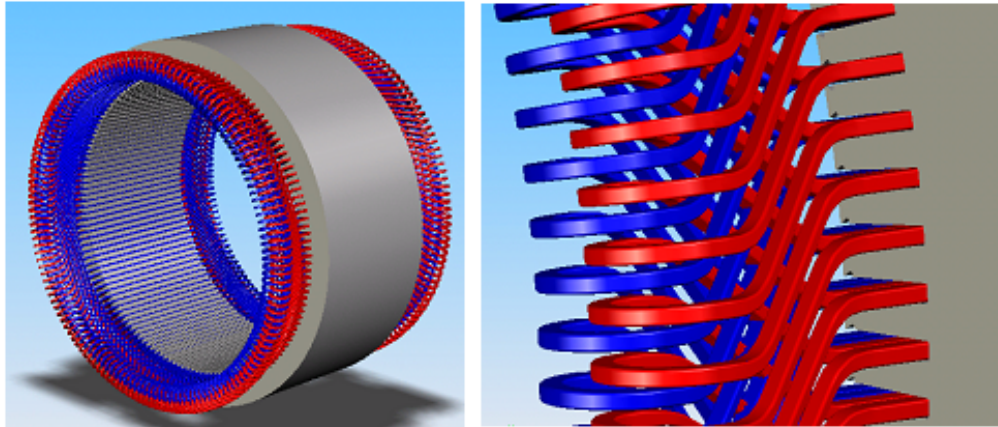


Fig. 3.2.1 – Núcleo magnético do estator compartilhado pelos enrolamentos principal (azul) e auxiliar (vermelho) e detalhe das cabeças de bobina.

A solução apresentada no parágrafo 2.6, ou seja, a MATRBDA tem o rotor constituído de dois enrolamentos trifásicos, ligados em série, comuns, compartilhando o mesmo núcleo magnético. Os enrolamentos principal e auxiliar do rotor têm o mesmo número de pares de pólos dos enrolamentos principal ($p_{p2} = p_{p1}$) e auxiliar ($p_{a2} = p_{a1}$) do estator. A Fig. 3.2.2 mostra o núcleo magnético do rotor com os dois enrolamentos. Aqui também o enrolamento principal (azul), que está mais próximo do entreferro, é o de maior polaridade e o auxiliar (vermelho) de menor polaridade.

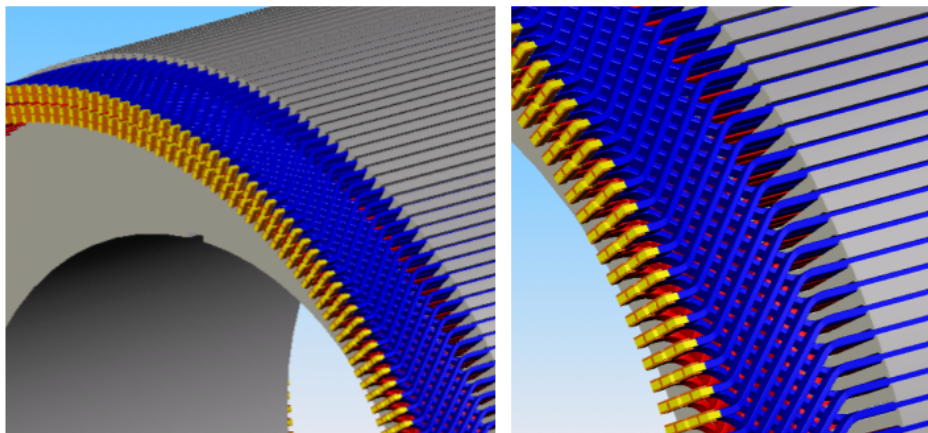


Fig. 3.2.2 – Núcleo magnético do rotor compartilhado pelos enrolamentos principal e auxiliar e detalhe das cabeças de bobina.

O rotor da MATDASE mostrada no parágrafo 2.7, ou seja, MATRBGC apresenta no rotor um único enrolamento, mas de construção diferente do enrolamento trifásico convencional. As bobinas que formam os pólos do enrolamento do rotor são concêntricas e curto-circuitadas, conforme mostrado na Fig. 2.7.1. Estas bobinas são galvânicamente isoladas entre si e também isoladas para a massa. Os dois enrolamentos do estator estão acoplados eletromagneticamente por este enrolamento do rotor.

O número de pólos N_{p2} do enrolamento do rotor é dado por:

$$N_{p2} = p_{p1} + p_{a1} \quad (3.2.1)$$

Os critérios de escolha do número de pólos bem como do número de bobinas concêntricas, será mostrado no capítulo 7. A Fig. 3.2.3 mostra o rotor com este enrolamento.

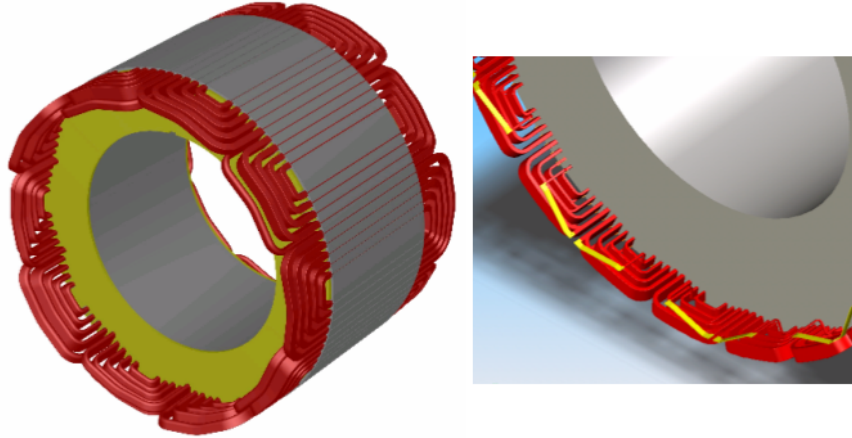


Fig. 3.2.3 – Núcleo magnético do rotor com enrolamento concêntrico cujos grupos estão curto-circuitados.

O rotor da MATRGDA mostrada no parágrafo 2.8 apresenta no rotor uma gaiola de construção especial. Os pólos da gaiola são formados por *loops* concêntricos cujas barras são isoladas para a massa. A função da gaiola é efetuar o acoplamento eletromagnético dos dois enrolamentos do estator. O número de pólos N_{p2} da gaiola do rotor é a mesma da Eq. 3.2.1, ou seja, é dado por:

$$N_{p2} = p_{p1} + p_{a1} \quad (3.2.2)$$

Os critérios de escolha do número de pólos bem como número de barras concêntricas será mostrado no capítulo 6. A Fig. 3.2.4 mostra o rotor com os dois tipos de gaiola, ou seja, a gaiola constituída de *loops* e anel de curto circuito e a gaiola com *loops* sem anel de curto circuito.

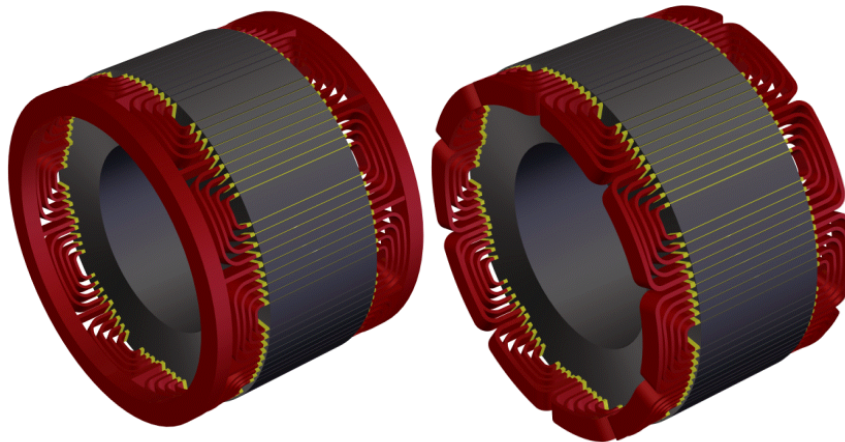


Fig. 3.2.4 – Núcleo magnético do rotor com a gaiola com anel de curto circuito e sem anel de curto-circuito.

3.3. Hipóteses Simplificativas

Na elaboração dos modelos de regime permanente e de regime dinâmico, assumimos algumas hipóteses simplificativas, sem as quais o estudo se tornaria extremamente complexo. Estas hipóteses simplificativas são:

- As fases dos enrolamentos do Estator são iguais entre si e senoidalmente distribuídos na periferia do entreferro;
- Os enrolamentos e a gaiola do rotor apresentam simetria e estão igualmente espaçadas na periferia do entreferro constituindo uma distribuição senoidal;
- Para o modelo em regime e o modelo dinâmico o entreferro é considerado constante e cilíndrico, isto é, o efeito das ranhuras é desprezado;
- Em regime dinâmico são desprezadas as perdas no ferro;
- É considerado o pacote de chapas não inclinado;
- No modelo em regime permanente e no modelo em regime dinâmico é considerada apenas a harmônica fundamental $n_{p1} = p_{p1}$.

3.4. Sistema de Coordenadas

Para compreendermos fisicamente o funcionamento da MATDASE precisamos estabelecer um sistema de coordenadas, que relaciona o eixo do enrolamento do estator, que é fixo no espaço, com o eixo do enrolamento do rotor, que é móvel no espaço. Este sistema de referência será usado para estudarmos o princípio de funcionamento, o comportamento em regime permanente bem como as ondas de força geradas no entreferro da máquina para análise da vibração. Para o regime dinâmico iremos estabelecer um sistema de referência arbitrário no capítulo 5.

Neste estudo iremos considerar apenas enrolamentos no estator com as seguintes características:

- Trifásicos, isto é, número de fases $m = 3$, com as fases idênticas e simetricamente distribuídas e número de pares de pólos p ;
- Meia ranhura ou número de camadas dupla por ranhura: $N_{cam} = 2$;
- Enrolamento inteiro, isto é, número inteiro de ranhuras por pólo e por fase q :

$$q = \frac{N_{Ranhuras}}{m \cdot 2p} = \text{Inteiro};$$

- Enrolamento fracionário, isto é, número fracionário de ranhuras por pólo e por fase:

$$q = \frac{N_{Ranhuras}}{m \cdot 2p} = a \frac{b}{c} = \text{fracionário}.$$

Para estabelecer o sistema de referência, consideramos que a origem está fixa no estator da máquina principal no cento do pacote de chapas conforme mostrado na Fig. 3.4.2. Sobre o eixo p_1 representamos as coordenadas espaciais q_{p1} da posição angular de um ponto do enrolamento principal do estator. Em radianos geométricos (mecânicos), esta posição angular é dada por:

$$q_{p1} = \frac{Arco}{Raio} = \frac{x_{p1}}{R_1} \quad (3.4.1)$$

onde x_{p1} representa o arco correspondente ao deslocamento geométrico no entreferro da máquina e R_1 representa o raio correspondente ao diâmetro interno do estator, ambos expressos em metros.

A coordenada espacial geométrica q_{p1} também pode ser escrita como coordenada espacial elétrica q_{pe1} , expressa em radianos elétricos, dada por:

$$q_{pe1} = \frac{p}{t_{p1}} \cdot x_{p1} = p_{p1} q_{p1} \quad (3.4.2)$$

O passo polar ou passo pleno do enrolamento principal t_{p1} , expresso em metros, é dado por:

$$t_{p1} = \frac{p \cdot (D_1 - d)}{2p_{p1}} \quad (3.4.3)$$

onde p_{p1} representa o número de pares de pólos do enrolamento principal do estator, D_1 representa o diâmetro interno do estator da máquina expresso em metros e d representa o entreferro da máquina expresso em metros.

A Fig. 3.4.1 mostra este sistema de coordenadas.

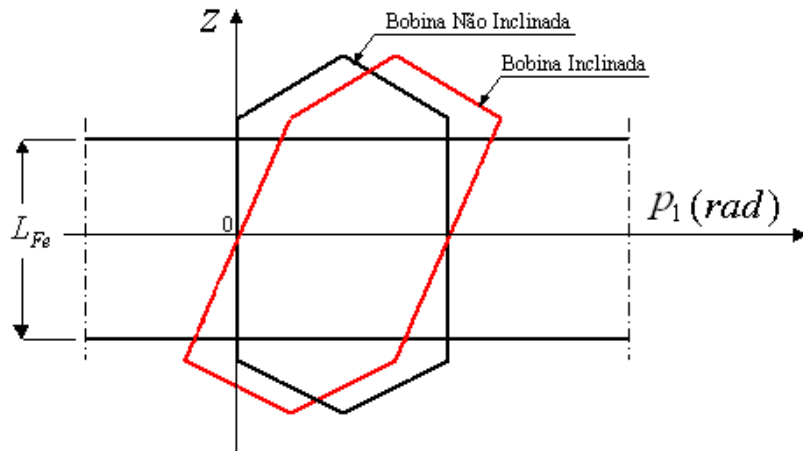


Fig. 3.4.1 - Sistema de coordenadas posicionadas no centro do pacote de chapas.

Sobre o eixo z , mostrado na Fig. 3.4.1, representamos a posição de um ponto na direção axial a partir do centro do pacote, expresso em metros.

Sobre o eixo p_2 , representamos a posição angular q_{p2} de um ponto do enrolamento principal do rotor, sobre a superfície do rotor, expressa em radianos geométricos. O eixo p_2 é mostrado na Fig. 3.4.2 e está fixo no rotor no centro do pacote de chapas.

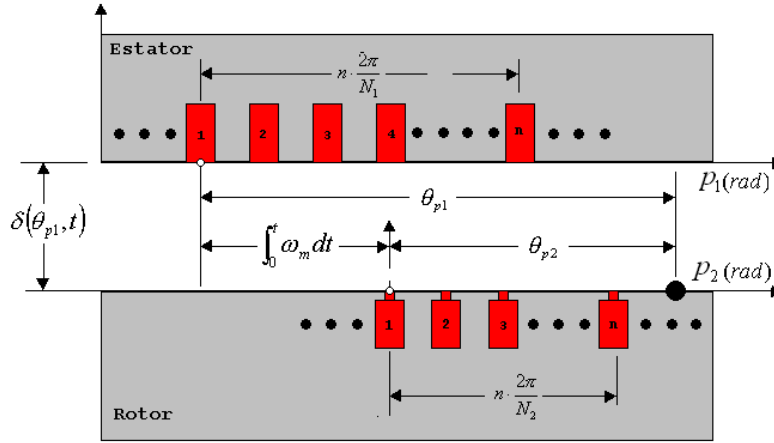


Fig. 3.4.2 - Sistemas de coordenadas do estator e do rotor.

Para se obter a fase de cada harmônica, o correto posicionamento do sistema de coordenadas ao longo do eixo p_1 para o estator e ao longo do eixo p_2 para o rotor, é de fundamental importância. Fixaremos a origem dos eixos, tanto para o estator quanto para o rotor, no centro da respectiva primeira ranhura, conforme mostrado na Fig. 3.4.2. Porém a constante de fase j em radianos mecânicos da distribuição dos condutores depende do número de ranhuras por pólo e fase q , do passo do enrolamento t_s e do deslocamento angular Δ entre duas ranhuras adjacentes.

Para o enrolamento principal do estator, o número de ranhura por pólo e fase q_{p1} é dado por:

$$q_{p1} = \frac{N_1}{2p_{p1} \cdot m_{p1}} = a_{p1} \frac{b_{p1}}{c_{p1}} \quad (3.4.4)$$

onde N_1 representa o número de ranhuras do estator e m_{p1} o número de fases do enrolamento principal.

Para o enrolamento principal do estator, o deslocamento angular Δ_{N_1} em radianos geométricos entre duas ranhuras é dado por:

$$\Delta_{N_1} = \frac{2p}{N_1} \quad (3.4.5)$$

O passo do enrolamento principal t_{ps1} é uma opção de projeto da máquina e representa o espaçamento em número de ranhuras entre os lados da bobina.

O passo polar t_{p1} de um enrolamento principal, em número de ranhuras é dado por:

$$t_{p1} = \frac{N_1}{2p_{p1}} \quad (3.4.6)$$

As equações acima também são válidas para o rotor apenas substituindo o índice 1 por 2. No nosso trabalho, tanto para o estator quanto para o rotor, iremos considerar o sistema de coordenadas sempre no centro do pacote de chapas e no centro da primeira ranhura.

Na Fig. 3.4.2 mostramos os sistemas de coordenadas do estator p_1 e do rotor p_2 . O eixo z , não representado nesta figura, é comum ao estator e ao rotor. A Fig. 3.4.2 mostra a seção passando pelo centro do pacote, Isto é, no ponto $z = 0$.

O sistema de referência do rotor p_2 é móvel em relação ao sistema p_1 do estator e qualquer ponto sobre o rotor pode ser referenciado ao sistema fixo p_1 do estator. Baseado na Fig. 3.4.2 a Eq. de transformação pode ser escrita como:

$$q_{p1} = q_{p20} + \int_0^t w_m dt + q_{p2} \quad (3.4.7)$$

O termo q_{p20} representa a posição angular inicial do eixo p_2 . Considerando que no instante inicial, $t = 0$, a origem do sistema móvel p_2 coincida com a origem do sistema fixo p_1 temos $q_{p20} = 0$, conseqüentemente a Eq. (3.4.7) pode ser reescrita como:

$$q_{p1} = \int_0^t w_m dt + q_{p2} \quad (3.4.8)$$

onde o termo w_m representa a velocidade angular mecânica do rotor expressa em radianos por segundo e o termo q_{p2} representa a posição angular de um ponto do enrolamento principal do rotor sobre o eixo p_2 e é dado em radianos.

Derivando a Eq. 3.4.7 obtemos a transformação de velocidades, ou seja:

$$\frac{d}{dt}(q_{p1}) = w_m + \frac{d}{dt}(q_{p2}) \quad (3.4.9)$$

Portanto, a Eq. de transformação de velocidades fica:

$$W_{p1} = W_m + W_{p2} \quad (3.4.10)$$

onde W_{p1} representa a velocidade angular em relação ao estator, W_{p2} representa a velocidade angular em relação ao rotor e W_m representa a velocidade angular mecânica do rotor em relação ao estator, todas expressas em radianos por segundo

3.5. Ondas de indução no entreferro da MATDASE

3.5.1 Introdução

A MATDASE é constituída de duas máquinas assíncronas que estão conectados em cascata. O enrolamento da máquina principal gera um conjunto infinito de harmônicas de indução no entreferro. Estas ondas de indução induzem no circuito rotórico ondas de densidades de corrente, que, por sua vez, geram também um conjunto infinito de novas ondas de indução no entreferro da máquina. O objetivo deste parágrafo é determinar estas ondas de indução geradas pelo enrolamento principal, pelo enrolamento auxiliar e pelo circuito rotórico.

Usaremos para a análise das ondas de indução a teoria do campo girante. De posse destas ondas de indução poderemos compreender os dois modos de operação da MATDASE.

3.5.2 Ondas de permeâncias do entreferro

Como o entreferro não é constante ao longo da coordenada espacial as amplitudes das ondas de indução variam em função do espaço e do tempo devido a rotação da máquina.

A irregularidade do entreferro é causada pelos seguintes fatores:

- Ranhuras do estator;
- Ranhuras do rotor;
- Modulação das ranhuras do estator e ranhuras do rotor;
- Saturação dos dentes;
- Excentricidade estática e dinâmica entre o estator e o rotor.

Definiremos a permeância do entreferro $p(q_{p1}, t)$ da máquina em relação ao sistema fixo no estator como sendo:

$$p(q_{p1}, t) = \frac{m_0}{d(q_{p1}, t)} \quad (3.5.2.1)$$

Nesta Eq., o termo m_0 representa a permeabilidade magnética do entreferro que é considerada igual à do vácuo cujo valor é dado por:

$$m_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{T \cdot m}{A} \quad (3.5.2.2)$$

Na Eq. 3.5.2.1, o termo $d(q_{p1}, t)$ representa o valor do entreferro, expresso em metros, que depende da posição angular e do tempo.

A permeância do entreferro definida pela Eq. (3.5.2.1) pode ser representada genericamente por um termo constante e um termo que leva em conta as irregularidades do entreferro representadas por uma série de Fourier, ou seja:

$$p(q_{p1}, t) = \frac{m_0}{d(q_{p1}, t)} = P_0 + \sum_{l=-\infty}^{\infty} P_l e^{j[l \cdot q_{p1} - \omega_l \cdot t - j_l]} \quad (3.5.2.3)$$

onde j_l representa a constante de fase da onda de permeância expressa em radianos, ω_l representa a velocidade angular da onda de permeância em relação a p_1 expressa em radianos por segundo, l representa a ordem da harmônica expressa em número de pares de pólos, P_0 representa a parte constante da onda de permeância expressa em tesla por ampère e P_l representa a amplitude da onda de permeância expressa em tesla por ampère.

O somatório da Eq. 3.5.2.3 representa a permeância devido ao efeito das irregularidades do entreferro citadas anteriormente.

A parte constante da onda de permeância P_0 mostrado na Eq. 3.5.2.3 leva em consideração o entreferro idealizado que satisfaz as seguintes condições:

- Estator e rotor liso sem ranhuras;
- Estator e rotor perfeitamente cilíndricos e concêntricos;
- Dentes do estator e do rotor não saturados.

Para atender as três condições acima basta desprezar a excentricidade e corrigir o entreferro geométrico d pelos fatores de Carter k_{c1} do estator e k_{c2} do rotor e pelo fator de saturação k_s do circuito magnético da máquina. Portanto o entreferro constante (idealizado) d_0 pode ser escrito como:

$$d_0 = d \cdot k_{c1} \cdot k_{c2} \cdot k_s \quad (3.5.2.4)$$

Nestas condições a permeância constante P_0 do entreferro fica:

$$P_0 = \frac{m_0}{d_0} = \frac{m_0}{d \cdot k_{c1} \cdot k_{c2} \cdot k_s} \quad (3.5.2.5)$$

onde d representa o entreferro geométrico expresso em metros.

O Fator de Carter do estator e do rotor é dado, respectivamente, pelas seguintes expressões:

$$k_{c1} = \frac{t_{N1} \cdot (5d + b_{01})}{t_{N1} \cdot (5d + b_{01}) - (b_{01})^2} \quad (3.5.2.6)$$

e

$$k_{c2} = \frac{t_{N2} \cdot (5d + b_{02})}{t_{N2} \cdot (5d + b_{02}) - (b_{02})^2} \quad (3.5.2.7)$$

onde b_{01} representa a abertura da ranhura do estator e b_{02} representa a abertura da ranhura do rotor.

O passo de ranhura do estator e do rotor é dado, respectivamente, por:

$$t_{N1} = \frac{p (D_1 - d)}{N_1} \quad (3.5.2.8)$$

e

$$t_{N2} = \frac{p (D_1 - d)}{N_2} \quad (3.5.2.9)$$

O fator de saturação k_s corresponde à relação entre a FMM total do circuito magnético e a FMM consumida no entreferro, ou seja:

$$k_s = \frac{\sum FMM \text{ do circuito magnético}}{FMM \text{ consumida no entreferro}} \quad (3.5.2.10)$$

Quando se deseja obter as ondas de permeância da máquina principal devemos utilizar os fatores de Carter k_{pc1} e k_{pc2} , e o fator de saturação k_{ps} da máquina principal. Quando for para a máquina auxiliar devemos usar os fatores de Carter k_{ac1} e k_{ac2} , e o fator de saturação k_{as} da máquina auxiliar.

3.5.3 Ondas de densidade linear de corrente do enrolamento principal do estator

Para podermos estabelecer as equações das ondas de indução, estabeleceremos primeiro as ondas de densidade linear de corrente $j_{p1}(q_{p1}, t)$ no enrolamento principal da máquina. A partir destas, aplicando-se a Lei de Ampère na forma integral obteremos as equações das ondas de indução geradas pelo enrolamento principal.

Para escrevermos as equações da densidade linear de corrente consideramos que o enrolamento principal é alimentado por um sistema trifásico balanceado de correntes dado por.

$$i_{pa1m_{p1}}(t) = \sqrt{2} \cdot I_{pc1m_{p1}} \cdot e^{jm_{p1}(w_{pe1} \cdot t + j_{pe10})} \quad (3.5.3.1)$$

$$i_{pb1m_{p1}}(t) = \sqrt{2} \cdot I_{pc1m_{p1}} \cdot e^{jm_{p1}\left(w_{pe1} \cdot t + j_{pe10} - \frac{2}{3}p\right)} \quad (3.5.3.2)$$

$$i_{pc1m_{p1}}(t) = \sqrt{2} \cdot I_{pc1m_{p1}} \cdot e^{jm_{p1}\left(w_{pe1} \cdot t + j_{pe10} + \frac{2}{3}p\right)} \quad (3.5.3.3)$$

Nestas equações, m_{p1} representa a ordem da harmônica de corrente e assume os valores:

$$m_{p1} = 1; 2; 3; 4; 5; \dots \quad (3.5.3.4)$$

Nas Eqs. 3.5.3.1 a 3.5.3.3, $i_{pabc1m_{p1}}(t)$ e $I_{pc1m_{p1}}$ representam, respectivamente, o valor instantâneo e o valor eficaz da corrente aplicada no enrolamento do estator principal por fase em ampères, $w_{pe1} = 2 \cdot p \cdot f_{pe1}$ representa a frequência angular em radianos por segundo da corrente de alimentação da máquina principal, a frequência f_{pe1} de alimentação da máquina principal é igual à frequência da rede f_{rede} dada em hertz, j_{pe10} representa a fase inicial da corrente de alimentação em radianos e a constante de fase j_{pe10} depende do valor da corrente no instante inicial de tempo ($t = 0s$).

Para representar as ondas de densidade linear de corrente e as ondas de indução, será usada a representação complexa, porém somente a parte real tem significado físico.

Baseado na teoria do campo girante, o enrolamento principal ao ser alimentado pelo conjunto de correntes dado pelas Eqs. 3.5.3.1 a 3.5.3.3 é capaz de gerar ondas de densidade linear de corrente $j_{p1}(q_{p1}, t)$, que genericamente podem ser escritas:

$$j_{p1}(q_{p1}, t) = (j) \sum_{n_{jp1}=-\infty}^{\infty} J_{p1n_{jp1}} \cdot e^{j(n_{jp1}q_{p1} - w_{n_{jp1}} \cdot t - j_{n_{jp1}})} \quad (3.5.3.5)$$

onde j representa a unidade complexa dada por $j = \sqrt{-1}$, $J_{p1n_{jp1}}$ representa a amplitude em ampère por metro, $w_{n_{jp1}}$ representa a frequência angular da frente de onda em radianos por segundo, n_{jp1} representa a ordem da harmônica em pares de pólos, $j_{n_{jp1}}$ representa a constante de fase da harmônica de densidade linear de corrente do enrolamento principal do estator em radianos.

A ordem da harmônica de densidade linear de corrente n_{jp1} em pares de pólos é dada por:

$$n_{jp1} = p_{p1} \cdot \left(m_{p1} + M_{p1} \cdot \frac{g_{p1}}{c_{p1}} \right) \quad (3.5.3.6)$$

onde $m_{p1} = 1; 2; 3; 4...$ representa a ordem da harmônica de corrente que circula nas fases do enrolamento principal do estator, M_{p1} representa o número de faixas de zona[@] por ciclo do enrolamento principal do estator, c_{p1} representa a parte fracionária do enrolamento principal do estator, $g_{p1} = 0; \pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 4; \dots$ assume valores inteiros desde $-\infty$ até $+\infty$. Para os harmônicos levógiros (anti-horários) teremos $g_{p1} \geq 0$ e para os harmônicos dextrógiros (horários) teremos $g_{p1} < 0$.

A frequência angular da frente de onda $w_{n_{jp1}}$ da onda de densidade linear de corrente em radianos por segundo, é dada por:

$$w_{n_{jp1}} = m_{p1} w_{pe1} \quad (3.5.3.7)$$

A amplitude $J_{p1n_{jp1}}$ da onda de densidade de corrente é dada por:

$$J_{p1n_{jp1}} = \frac{m_{p1} \cdot \sqrt{2}}{p} \cdot \frac{N_{p1cond1} f_{p1N_{p1}n_{dp1}} f_{p1w_{n_{dp1}}}}{2R} \cdot I_{pc1m_{p1}} \quad (3.5.3.8)$$

onde $N_{p1cond1}$ representa o número de condutores em série por fase do enrolamento principal,

$f_{p1w_{n_{dp1}}}$ representa o fator de bobinagem do enrolamento principal, $f_{p1N_{p1}n_{dp1}}$ representa o fator de abertura da ranhura do enrolamento principal e R representa o raio médio do entreferro da máquina.

A onda representada pela Eq. 3.5.3.5 representa uma onda progressiva no entreferro da máquina. Quando a ordem da harmônica n_{jp1} é positiva temos harmônicos levógiros e quando n_{jp1} é negativa temos harmônicos dextrógiros.

A fase da onda progressiva mostrada na Eq. (3.5.3.5) é constante e nos permite escrever:

$$n_{jp1} q_{p1} - w_{n_{jp1}} \cdot t - j_{n_{jp1}} = Cte \quad (3.5.3.9)$$

Derivando a Eq. 3.5.3.9 em relação ao tempo, obtemos a velocidade angular $u_{n_{jp1}}$ da harmônica no entreferro, ou seja:

$$u_{n_{jp1}} = \frac{d}{dt}(q_{p1}) = \frac{1}{n_{jp1}} \cdot w_{n_{jp1}} = \frac{m_{p1}}{n_{jp1}} \cdot w_{pe1} \quad (3.5.3.10)$$

[@] A faixa de zona (Belt phase) de um enrolamento trifásico é definida como sendo o espaço em radianos elétricos ocupados pelas bobinas que constituem um pólo por fase

A Eq. 3.5.3.10 mostra que as ondas de densidade linear de corrente geradas pelo enrolamento apresentam todas a mesma frequência angular $\omega_{n_{jp1}}$ porém a frente de onda se desloca com uma velocidade $U_{n_{jp1}}$ que depende da ordem da harmônica n_{jp1} .

3.5.4 Ondas de indução geradas pelo enrolamento principal do estator

Uma vez escritas as equações das ondas de densidade linear de corrente $j_{p1}(q_{p1}, t)$ do enrolamento da máquina principal, podemos estabelecer as equações das ondas de indução no entreferro.

A partir destas equações, aplicando-se a lei de ampère na forma integral ao entreferro da máquina, obteremos as equações das ondas de indução geradas pelo enrolamento principal.

Consideramos que a máquina tenha um entreferro geometricamente não uniforme conforme mostrado na Fig. 3.5.4.1. O enrolamento principal está simetricamente distribuído gerando uma onda de densidade linear de corrente dada pela Eq. 3.5.3.5. As ondas de permeâncias do entreferro são dadas pela Eq. 3.5.2.3.

Aplicando a Lei de Ampère na forma integral ao caminho fechado mostrado na Fig. 3.5.4.1 e considerando a permeabilidade magnética do ferro infinita, temos:

$$\frac{b_{p1}(q_{p1} + dq_{p1}, t)}{m_0} \cdot d(q_{p1} + dq_{p1}, t) - \frac{b_{p1}(q_{p1}, t)}{m_0} \cdot d(q_{p1}, t) = j_{p1}(q_{p1}, t) \cdot R \cdot dq_{p1} \quad (3.5.4.1)$$

A Eq. 3.5.4.1 é uma expansão em série de Taylor que, desprezando os termos de ordem superior, pode ser reescrita como:

$$\frac{1}{m_0} \cdot \frac{\partial(b_{p1}(q_{p1}, t) \cdot d(q_{p1}, t))}{\partial q_{p1}} = j_{p1}(q_{p1}, t) \cdot R \cdot dq_{p1} \quad (3.5.4.2)$$

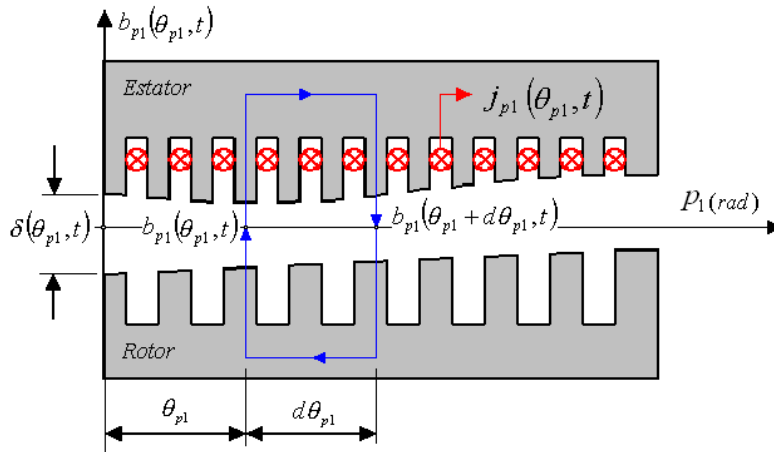


Fig. 3.5.4.1 – A lei de ampère aplicada ao entreferro da máquina.

Integrando a Eq. 3.5.4.2 no perímetro médio do entreferro temos:

$$\int_0^{q_{p1}} \frac{\partial(b_{p1}(q_{p1}, t) \cdot d(q_{p1}, t))}{\partial q_{p1}} \cdot dq_{p1} = \int_0^{q_{p1}} m_0 \cdot j_{p1}(q_{p1}, t) \cdot R \cdot dq_{p1} \quad (3.5.4.3)$$

Efetuada a integral e substituindo os extremos de integração obtemos:

$$b_{p1}(q_{p1}, t) = \frac{m_0}{d(q_{p1}, t)} \cdot \left[\frac{b_{p1}(0, t)}{\frac{m_0}{d(0, t)}} + \int_0^{q_{p1}} j_{p1}(q_{p1}, t) \cdot R \cdot dq_{p1} \right] \quad (3.5.4.4)$$

Lembrando a definição de permeância $p(q_{p1}, t)$ dado pela Eq. 3.5.2.1, podemos escrever:

$$b_{p1}(q_{p1}, t) = p(q_{p1}, t) \cdot \left[\frac{b_{p1}(0, t)}{p(0, t)} + \int_0^{q_{p1}} j_{p1}(q_{p1}, t) \cdot R \cdot dq_{p1} \right] \quad (3.5.4.5)$$

A indução $b_{p1}(0, t)$ é uma constante de integração que pode ser determinada a partir de condições físicas da máquina. Admitindo que a máquina tenha um circuito eletromagnético simétrico, o fluxo da indução magnética através da superfície cilíndrica do rotor deve ser nulo. Isto significa que a integral da indução ao longo do perímetro médio do entreferro é nula:

$$\int_0^{2p} b_{p1}(q_{p1}, t) \cdot dq_{p1} = \int_0^{2p} p(q_{p1}, t) \cdot \left[\frac{b_{p1}(0, t)}{p(0, t)} + \int_0^{q_{p1}} j_{p1}(q_{p1}, t) \cdot R \cdot dq_{p1} \right] \cdot dq_{p1} = 0 \quad (3.5.4.6)$$

Isolando $b_{p1}(0, t)$ da Eq. 3.5.4.6 obtemos:

$$b_{p1}(0, t) = -p(0, t) \cdot \frac{\int_0^{2p} \left[p(q_{p1}, t) \cdot \int_0^{q_{p1}} j_{p1}(q_{p1}, t) \cdot R \cdot dq_{p1} \right] \cdot dq_{p1}}{\int_0^{2p} p(q_{p1}, t) \cdot dq_{p1}} \quad (3.5.4.7)$$

Substituindo a Eq. 3.5.4.7 na Eq. 3.5.4.6 obtemos:

$$b_{p1}(q_{p1}, t) = p(q_{p1}, t) \cdot \left\{ \int_0^{q_{p1}} j_{p1}(q_{p1}, t) \cdot R \cdot dq_{p1} - \frac{\int_0^{2p} \left[p(q_{p1}, t) \cdot \int_0^{q_{p1}} j_{p1}(q_{p1}, t) \cdot R \cdot dq_{p1} \right] \cdot dq_{p1}}{\int_0^{2p} p(q_{p1}, t) \cdot dq_{p1}} \right\} \quad (3.5.4.8)$$

A Eq. 3.5.4.8 fornece a indução no entreferro como um produto entre a onda de permeância e a integral da densidade linear de corrente.

Considerando a densidade linear de corrente dada pela Eq. 3.5.3.5, a primeira integral entre chaves dada pela Eq. 3.5.4.8 pode ser efetuada como:

$$\int_0^{q_{p1}} j_{p1}(q_{p1}, t) \cdot R \cdot dq_{p1} = \int_0^{q_{p1}} \sum_{n_{jp1}=-\infty}^{\infty} J_{p1n_{jp1}} \cdot (j) \cdot e^{j(n_{jp1}q_{p1} - w_{n_{jp1}} \cdot t - j_{n_{jp1}})} \cdot R \cdot dq_{p1} \quad (3.5.4.9)$$

Efetuada a integral obtemos:

$$\int_0^{q_{p1}} j_{p1}(q_{p1}, t) \cdot R \cdot dq_{p1} = \frac{J_{p1n_{jp1}}}{n_{jp1}} \cdot R \cdot \sum_{n_{jp1}=-\infty}^{\infty} \left[e^{j(n_{jp1}q_{p1} - w_{n_{jp1}} \cdot t - j_{n_{jp1}})} - e^{-j(w_{n_{jp1}} \cdot t + j_{n_{jp1}})} \right] \quad (3.5.4.10)$$

Considerando a expressão geral da permeância $p(q_{p1}, t)$ dada pela Eq. 3.5.2.3, a integral do denominador da fração entre colchetes da Eq. 3.5.4.8, pode ser calculada como:

$$\int_0^{2p} p(q_{p1}, t) \cdot dq_{p1} = \int_0^{2p} \left(P_0 + \sum_{l=-\infty}^{\infty} P_l \cdot e^{j(l \cdot q_{p1} - w_l \cdot t - j_l)} \right) \cdot dq_{p1} \quad (3.5.4.11)$$

Efetuada a integral e substituindo os extremos de integração obtemos:

$$\int_0^{2p} p(q_{p1}, t) \cdot dq_{p1} = 2p \cdot P_0 \quad (3.5.4.12)$$

A integral do numerador da fração contida entre colchetes da Eq. 3.5.4.8 pode ser desenvolvida substituindo a Eq. 3.5.2.3 e a Eq. 3.5.3.5, ou seja:

$$\int_0^{2p} \left[p(q_{p1}, t) \cdot \int_0^{q_{p1}} j_{p1}(q_{p1}, t) \cdot R \cdot dq_{p1} \right] \cdot dq_{p1} = \int_0^{2p} \left\{ \left(P_0 + \sum_{l=-\infty}^{\infty} P_l \cdot e^{j(l \cdot q_{p1} - w_l \cdot t - j_l)} \right) \cdot \sum_{n_{jp1}=-\infty}^{\infty} \frac{J_{p1n_{jp1}}}{n_{jp1}} \cdot R \cdot \left(e^{j(n_{jp1}q_{p1} - w_{n_{jp1}} \cdot t - j_{n_{jp1}})} - e^{-j(w_{n_{jp1}} \cdot t + j_{n_{jp1}})} \right) \right\} \cdot dq_{p1} \quad (3.5.4.13)$$

Aplicando a propriedade distributiva da integral e efetuando as integrais resulta:

$$\begin{aligned}
 & \int_0^{2p} \left[p(q_{p1}, t) \cdot \int_0^{q_{p1}} j_{p1}(q_{p1}, t) \cdot R \cdot dq_{p1} \right] \cdot dq_{p1} = \\
 & = -2p \cdot P_0 \cdot \sum_{n_{jp1}=-\infty}^{\infty} \frac{R \cdot j_{p1n_{jp1}}}{n_{jp1}} \cdot e^{-j(W_{n_{jp1}} \cdot t + j_{n_{jp1}})} + \\
 & + \sum_{n_{jp1}=-\infty}^{\infty} \sum_{l=-\infty}^{\infty} \frac{R \cdot j_{p1n_{jp1}} \cdot P_l}{n_{jp1}} \cdot \int_0^{2p} e^{j[(n_{jp1}+l)q_{p1} - (W_{n_{jp1}} + W_l)gt - (j_{n_{jp1}} + j_{l1})]} \cdot dq_{p1}
 \end{aligned} \tag{3.5.4.14}$$

A frequência angular $W_{n_{jp1}}$ é dada pela Eq. (3.5.3.7).

Substituindo as Eqs. 3.5.4.10, 3.5.4.12 e 3.5.4.14 na Eq. 3.5.4.8 obtemos uma equação geral para determinação da indução no entreferro da máquina:

$$\begin{aligned}
 b_{p1}(q_{p1}, t) = p(q_{p1}, t) \cdot \left\{ \sum_{n_{jp1}=-\infty}^{\infty} \frac{j_{p1n_{jp1}}}{n_{jp1}} \cdot R \cdot e^{j[n_{jp1} \cdot q_{p1} - W_{n_{jp1}} \cdot t - j_{n_{jp1}}]} - \right. \\
 \left. - \frac{1}{2p \cdot P_0} \cdot \sum_{n_{jp1}=-\infty}^{\infty} \sum_{l=-\infty}^{\infty} \frac{R \cdot j_{p1n_{jp1}} \cdot P_l}{n_{jp1}} \cdot \int_0^{2p} e^{j[(n_{jp1}+l)q_{p1} - (W_{n_{jp1}} + W_l) \cdot t - (j_{n_{jp1}} + j_{l1})]} \cdot dq_{p1} \right\} \tag{3.5.4.15}
 \end{aligned}$$

A Eq. 3.5.4.15 representa uma equação bem geral para a indução no entreferro.

A amplitude P_l da onda de permeância na Eq. 3.5.2.3 representa as diversas permeâncias do entreferro da máquina.

A integral dentro do somatório duplo pode assumir valor nulo ou não nulo dependendo do valor de n_{jp1} e l , ou seja, temos valor nulo quando:

$$(n_{jp1} + l) \neq 0 \tag{3.5.4.16}$$

Nesta condição a Eq. 3.5.4.15 fica:

$$b_{p1}(q_{p1}, t) = p(q_{p1}, t) \cdot \sum_{n_{jp1}=-\infty}^{\infty} \frac{j_{p1n_{jp1}}}{n_{jp1}} \cdot R \cdot e^{j(n_{jp1} \cdot q_{p1} - W_{n_{jp1}} \cdot t - j_{n_{jp1}})} \tag{3.5.4.17}$$

Substituindo a expressão geral da permeância total do entreferro dada pela Eq. 3.5.2.3 na Eq. 3.5.4.17 resulta:

$$b_{p1}(q_{p1}, t) = \left(P_0 + \sum_{l=-\infty}^{\infty} P_l e^{j[l q_{p1} - w_l \cdot t - j_l]} \right) \cdot \sum_{n_{jp1}=-\infty}^{\infty} \frac{j_{p1n_{jp1}}}{n_{jp1}} \cdot R \cdot e^{j[n_{jp1} q_{p1} - w_{n_{jp1}} \cdot t - j_{n_{jp1}}]} - \quad (3.5.4.18)$$

Desenvolvendo a Eq. 3.5.4.18 obtemos:

$$b_{p1}(q_{p1}, t) = \sum_{n_{jp1}=-\infty}^{\infty} \frac{j_{p1n_{jp1}}}{n_{jp1}} \cdot R \cdot P_0 \cdot e^{j[n_{jp1} q_{p1} - w_{n_{jp1}} \cdot t - j_{n_{jp1}}]} + \\ + \sum_{n_{jp1}=-\infty}^{\infty} \sum_{l=-\infty}^{\infty} \frac{j_{p1n_{jp1}}}{n_{jp1}} \cdot R \cdot P_l \cdot e^{j[(n_{jp1}+l)q_{p1} - (w_{n_{jp1}}+w_l) \cdot t - (j_{n_{jp1}}+j_l)]} \quad (3.5.4.19)$$

Portanto, da condição dada pela Eq. 3.5.4.16 obtemos no entreferro um conjunto de ondas de indução geradas pela onda de densidade de corrente do enrolamento principal e as ondas de permeância do entreferro expressas pela Eq. 3.5.4.19.

Temos valor não nulo quando:

$$(n_{jp1} + l) = 0 \quad (3.5.4.20)$$

Nesta condição a Eq. 3.5.4.15 fica:

$$b_{p1}(q_{p1}, t) = p(q_{p1}, t) \cdot \left\{ \sum_{n_{jp1}=-\infty}^{\infty} \frac{j_{p1n_{jp1}}}{n_{jp1}} \cdot R \cdot e^{j[n_{jp1} q_{p1} - w_{n_{jp1}} \cdot t - j_{n_{jp1}}]} - \right. \\ \left. - \frac{1}{2p \cdot P_0} \cdot \sum_{n_{jp1}=-\infty}^{\infty} \sum_{l=-\infty}^{\infty} \frac{R \cdot j_{p1n_{jp1}} \cdot P_l}{n_{jp1}} \cdot \int_0^{2p} e^{j[-(w_{n_{jp1}}+w_l) \cdot t - (j_{n_{jp1}}+j_l)]} \cdot dq_{p1} \right\} \quad (3.5.4.21)$$

Substituindo a expressão geral da permeância total do entreferro dada pela Eq. 3.5.2.3 na Eq. 3.5.4.21 e efetuando a integral, resulta:

$$b_{p1}(q_{p1}, t) = \left(P_0 + \sum_{l=-\infty}^{\infty} P_l e^{j[l q_{p1} - w_l \cdot t - j_l]} \right) \cdot \sum_{n_{jp1}=-\infty}^{\infty} \frac{j_{p1n_{jp1}}}{n_{jp1}} \cdot R \cdot e^{j[n_{jp1} q_{p1} - w_{n_{jp1}} \cdot t - j_{n_{jp1}}]} - \\ - \left(P_0 + \sum_{l=-\infty}^{\infty} P_l e^{j[l q_{p1} - w_l \cdot t - j_l]} \right) \cdot \sum_{n_{jp1}=-\infty}^{\infty} \sum_{l=-\infty}^{\infty} \frac{R \cdot j_{p1n_{jp1}} \cdot P_l}{n_{jp1} \cdot P_0} \cdot e^{j[-(w_{n_{jp1}}+w_l) \cdot t - (j_{n_{jp1}}+j_l)]} \quad (3.5.4.22)$$

Desenvolvendo os parênteses da Eq. 3.5.4.22 obtemos:

$$b_{p1}(q_{p1}, t) = \sum_{n_{jp1}=-\infty}^{\infty} \frac{j_{p1} n_{jp1}}{n_{jp1}} \cdot R \cdot P_0 \cdot e^{j[n_{jp1} q_{p1} - W_{n_{jp1}} \cdot t - j_{n_{jp1}}]} -$$

$$- \left(\sum_{l=-\infty}^{\infty} P_l \cdot e^{j[l q_{p1} - W_l \cdot t - j_l]} \right) \cdot \sum_{n_{jp1}=-\infty}^{\infty} \sum_{l=-\infty}^{\infty} \frac{R \cdot j_{p1} n_{jp1} \cdot P_l}{n_{jp1} \cdot P_0} \cdot e^{j[-(W_{n_{jp1}} + W_l) \cdot t - (j_{n_{jp1}} + j_l)]}$$

(3.5.4.23)

O último termo da Eq. 3.5.4.23 pode ser desprezado porque o valor da indução resultante é pequeno devido ao fato de conter o produto das amplitudes das permeâncias P_l cujo valor é bem menor que a unidade.

Baseado nesta simplificação, só há interesse nas ondas de indução resultante da Eq. 3.5.4.19 na qual já estão contidas as ondas de indução geradas pela permeância constante do entreferro da Eq. 3.5.4.23.

As ondas de indução dadas pela Eq. 3.5.4.19 são todas geradas pela onda de densidade linear de corrente do enrolamento principal e pelas diversas ondas de permeância do entreferro da máquina. Todas estas ondas de indução podem ser representadas genericamente por:

$$b_{p1P_l}(q_{p1}, t) = \sum_{n_{jp1}=-\infty}^{\infty} \sum_{l=-\infty}^{\infty} B_{p1P_l n_{bp1}} \cdot e^{j(n_{bp1} q_{p1} - W_{n_{bp1}} \cdot t - j_{n_{bp1}})}$$

(3.5.4.24)

onde P_l representa a onda de permeância que deu origem à onda de indução. A amplitude da onda $B_{p1P_l n_{bp1}}$ assume valores de acordo com a onda de indução.

Para as ondas de indução geradas pela permeância constante do entreferro P_0 temos:

$$B_{p1P_0 n_{bp1}} = \frac{j_{p1} n_{jp1}}{n_{jp1}} \cdot R \cdot P_0$$

(3.5.4.25)

Para as ondas de indução geradas pelas permeâncias variáveis do entreferro P_l , temos:

$$B_{p1P_l n_{bp1}} = \frac{j_{p1} n_{jp1}}{n_{jp1}} \cdot R \cdot P_l$$

(3.5.4.26)

Nesta equação, o termo n_{bp1} representa a ordem da onda de indução em número de pares de pólos, dada por:

$$n_{bp1} = n_{jp1} + l \quad (3.5.4.27)$$

e a ordem da harmônica da onda de densidade linear de corrente n_{jp1} é dada pela Ea. 3.5.3.6 e a ordem da harmônica de permeância l depende da natureza da permeância.

A frequência angular $W_{n_{bp1}}$ da onda de indução é dada por:

$$W_{n_{bp1}} = W_{n_{jp1}} + W_l = m_{p1} W_{pe1} + W_l \quad (3.5.4.28)$$

A constante de fase da onda de indução $J_{n_{bp1}}$ é dada por:

$$J_{n_{bp1}} = J_{n_{jp1}} + J_l \quad (3.5.4.29)$$

Para a análise da vibração da MATDASE, do conjunto das ondas de indução geradas pela Eq. 3.5.4.19, só interessam as do primeiro termo do segundo membro, ou seja, as ondas correspondentes à permeância do entreferro constante P_0 , ou seja:

$$b_{p1P_0}(q_{p1}, t) = \sum_{n_{jp1}=-\infty}^{\infty} B_{p1P_0n_{bp1}} \cdot e^{j(n_{bp1}q_{p1} - W_{n_{bp1}} \cdot t - J_{n_{bp1}})} \quad (3.5.4.30)$$

A amplitude $B_{p1P_0n_{bp1}}$ é dada por:

$$B_{p1P_0n_{bp1}} = \frac{J_{p1n_{jp1}}}{n_{jp1}} \cdot R \cdot P_0 \quad (3.5.4.31)$$

Substituindo a amplitude da densidade linear de corrente $J_{p1n_{jp1}}$ dada pela Eq. 3.5.3.5 resulta:

$$B_{p1P_0n_{bp1}} = \frac{\sqrt{2}}{2p} m_{p1} \cdot \frac{N_{p1cond1} f_{p1N1n_{dlp1}} f_{p1wn_{dlp1}}}{n_{jp1}} \cdot I_{pc1m_{p1}} \cdot P_0 \quad (3.5.4.32)$$

A permeância constante P_0 é dada pela Eq. 3.5.2.5.

Nesta condição, a ordem da harmônica de indução n_{bp1} é dada por:

$$n_{bp1} = n_{jp1} \quad (3.5.4.33)$$

Onde a ordem da harmônica da onda de densidade linear de corrente n_{jp1} é dada pela Eq. 3.5.3.6.

A frequência angular $W_{n_{bp1}}$ da onda de indução, a partir da Eq. 3.5.4.28, é dada por:

$$W_{n_{bp1}} = W_{n_{jp1}} = m_{p1} W_{pe1} \quad (3.5.4.34)$$

A constante de fase da onda de indução $j_{n_{bp1}}$ é dada por:

$$j_{n_{bp1}} = j_{n_{jp1}} \quad (3.5.4.35)$$

3.5.5 Ondas de Indução Geradas pelo Circuito Rotórico

Uma vez determinadas as ondas de indução no entreferro geradas pelo enrolamento principal do estator é possível determinar as tensões induzidas no circuito rotórico principal. O conhecimento das tensões induzidas nos permite determinar as ondas de densidade linear de corrente gerada pelo circuito rotórico principal, que por sua vez serão responsáveis pela geração das ondas de indução no entreferro da máquina pelo circuito rotórico principal.

Consideramos o circuito rotórico simetricamente distribuído na periferia do entreferro e o sistema de referência conforme mostrado na Fig. 3.4.2, onde o primeiro condutor está colocado na origem do sistema de coordenadas p_2 fixo no rotor. Neste sistema a distribuição linear dos condutores

$dlc_{p2}(q_{p1}, t)$ do circuito rotórico principal já referenciada ao sistema p_1 fixo no estator da máquina, através da análise de Fourier, pode ser escrita como:

$$dlc_{p2}(q_{p1}, t) = \frac{2}{p} \cdot \sum_{n_{dlp2}=-\infty}^{\infty} \frac{N_{p2cond2} f_{p2N2n_{dlp2}} f_{p2wn_{dlp2}}}{2R} \cdot e^{j(n_{dlp2}q_{p1} - n_{dlp2}W_m \cdot t - j_{n_{dlp2}})} \quad (3.5.5.1)$$

onde $N_{p2cond2}$ representa o número de condutores em série por fase do circuito rotórico principal,

$f_{p2wn_{dlp2}}$ representa o fator de bobinagem do circuito rotórico principal, $f_{p2N2n_{dlp2}}$ representa o fator

de abertura da ranhura do circuito rotórico principal, $j_{n_{dlp2}}$ representa a constante de fase da distribuição linear dos condutores e depende do tipo de circuito rotórico e R representa o raio médio do entreferro da máquina.

A ordem das harmônicas espaciais da distribuição dos condutores do circuito rotórico n_{dlp2} depende do tipo de circuito, mas para MATRBDA obedece a equação:

$$n_{dlp2} = p_{p2} \left(M_{p2} \frac{g_{p2}}{c_{p2}} \right) \quad (3.5.5.2)$$

onde M_{p2} representa o número de faixas de zona por ciclo do enrolamento principal do rotor, p_{p2} representa o número de pares de pólos do enrolamento principal do rotor, c_{p2} representa a parte fracionária do enrolamento principal do rotor e $g_{p2} = 0; \pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 4; \pm \dots$ assume valores inteiros

desde $-\infty$ até $+\infty$. Para os harmônicos levógiros (anti-horários) temos $g_{p2} \geq 0$ e para os harmônicos dextrógiros (horários) temos $g_{p2} < 0$.

Para a MATRBGC e para MATRGDA n_{dlp2} obedece a equação:

$$n_{dlp2} = g_{p2} \cdot N_{p2} \quad (3.5.5.3)$$

onde o termo N_{p2} representa o número de pólos do circuito rotórico dado pela Eq. 3.2.1 para a MATRBGC e pela Eq. 3.2.2 para a MATRGDA.

Na Eq. 3.5.5.1 se observa que todas as harmônicas da onda da distribuição linear dos condutores se deslocam no entreferro com a mesma velocidade angular mecânica w_m em relação ao sistema p_1 fixo.

Considerando que a onda de indução $b_{p1P_0}(q_{p1}, t)$, dada pela Eq. 3.5.4.30, é uma onda progressiva que se desloca no sentido positivo do eixo p_1 , e que a amplitude da indução magnética é perpendicular à superfície do rotor, podemos aplicar a lei de Faraday para calcular as tensões induzidas $u_{p2P_0}(q_{p1}, t)$ nos condutores do circuito rotórico.

Para podermos aplicar a lei de Faraday, devemos admitir um campo elétrico ao longo do eixo p_1 . O vetor campo elétrico está orientado na direção do eixo z , mostrado no sistema de coordenadas da Fig. 3.4.1, porém sua amplitude varia com o eixo p_1 . A tensão induzida nos condutores do circuito rotórico $u_{p2}(q_{p1}, t)$, uma vez conhecido o campo elétrico $\vec{e}_{p2P_0}(q_{p1}, t)$ é calculada pela circulação do vetor campo elétrico:

$$u_{p2P_0}(q_{p1}, t) = \oint_C \vec{e}_{p2P_0}(q_{p1}, t) \cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt} [\Phi_{bp1P_0}(q_{p1}, t)] \quad (3.5.5.3)$$

O caminho de integração está mostrado na Fig. 3.5.5.1. Para determinar o campo elétrico aplicaremos a lei de Faraday no entreferro da máquina. A Fig. 3.5.5.1 ilustra a aplicação da lei de Faraday no entreferro da máquina.

Baseado na Fig. 3.5.5.1 a lei de Faraday pode ser escrita como:

$$\oint_C \vec{e}_{p2P_0}(q_{p1}, t) \cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt} [\Phi_{bp1P_0}(q_{p1}, t)] \quad (3.5.5.4)$$

onde $\Phi_{bp1P_0}(q_{p1}, t)$ representa o fluxo do vetor indução magnética $b_{p1P_0}(q_{p1}, t)$, dado pela Eq. 3.5.4.30, através da seção do entreferro da máquina.

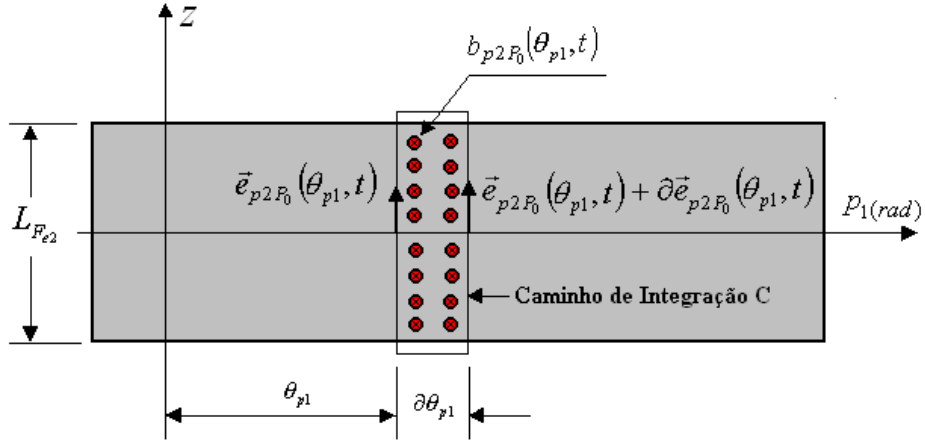


Fig. 3.5.5.1 - Aplicação da lei de Faraday ao entreferro da máquina.

A integral de linha do lado esquerdo da Eq. 3.5.5.4 fornece:

$$\oint_C \vec{e}_{p2P_0}(q_{p1}, t) \cdot d\vec{l} = \left[\vec{e}_{p2P_0}(q_{p1}, t) + \partial \vec{e}_{p2P_0}(q_{p1}, t) \right] \cdot L_{Fe2} - \vec{e}_{p2P_0}(q_{p1}, t) \cdot L_{Fe2} \quad (3.5.5.5)$$

Abrindo os colchetes resulta:

$$\oint_C \vec{e}_{p2P_0}(q_{p1}, t) \cdot d\vec{l} = \partial \vec{e}_{p2P_0}(q_{p1}, t) \cdot L_{Fe2} \quad (3.5.5.6)$$

A derivada do fluxo concatenado no lado direito da Eq. 3.5.5.4 fornece:

$$-\frac{\partial}{\partial t} [\Phi_{bp1P_0}(q_{p1}, t)] = -\frac{\partial}{\partial t} [dlc_{p2}(q_{p1}, t) \cdot b_{p1P_0}(q_{p1}, t) \cdot L_{Fe2} \cdot R \cdot \partial q_{p1}] \quad (3.5.5.7)$$

Substituindo as Eqs. 3.5.5.6 e 3.5.5.7 na Eq. 3.5.5.4 resulta:

$$\frac{\partial \vec{e}_{p2P_0}(q_{p1}, t)}{R \cdot \partial q_{p1}} = -\frac{\partial}{\partial t} [dlc_{p2}(q_{p1}, t) \cdot b_{p1P_0}(q_{p1}, t)] \quad (3.5.5.8)$$

A Eq. 3.5.5.8 fornece a variação do campo elétrico em função da coordenada q_{p1} e do tempo t . Na circulação do vetor campo elétrico mostrado na Eq. 3.5.5.3 devemos considerar o movimento relativo entre onda do campo elétrico e a onda de distribuição linear dos condutores. A onda de distribuição linear dos condutores $dlc_{p2}(q_{p1}, t)$ da Eq. 3.5.5.1 viaja no entreferro com velocidade w_m e as ondas de indução $b_{p1P_0}(q_{p1}, t)$ da Eq. 3.5.4.30 com velocidade $w_{n_{bp1}}/n_{bp1}$ ambas em relação ao sistema p_1 . A frequência angular do campo elétrico induzido depende da velocidade relativa $(w_{n_{bp1}} - n_{bp1}w_m)$ expressa em radianos elétricos por segundo.

Portanto, substituindo as Eqs. 3.5.5.1 e 3.5.4.30 na Eq. 3.5.5.8 e efetuando a derivada em relação ao tempo, resulta:

$$\frac{\partial e_{p2P_0}^r(q_{p1}, t)}{\partial q_{p1}} = j \cdot \frac{1}{p} \sum_{n_{jp1}=-\infty}^{\infty} \sum_{n_{dlp2}=-\infty}^{\infty} N_{p2cond2} \cdot f_{p2N2n_{dlp2}} \cdot f_{p2wn_{dlp2}} \cdot \left(w_{n_{bp1}} - n_{bp1} w_m \right) \cdot B_{p1P_0n_{bp1}} \cdot e^{j \left[(n_{bp1} + n_{dlp2}) q_{p1} - (w_{n_{bp1}} - n_{bp1} w_m) \cdot t - (j_{n_{bp1}} + j_{n_{dlp2}}) \right]} \quad (3.5.5.9)$$

Integrando a Eq. 3.5.5.9, obtemos a densidade linear do campo elétrico no entreferro da máquina, ou seja:

$$e_{p2P_0}^r(q_{p1}, t) = \frac{1}{p} \sum_{n_{jp1}=-\infty}^{\infty} \sum_{n_{dlp2}=-\infty}^{\infty} N_{p2cond2} \cdot f_{p2N2n_{dlp2}} \cdot f_{p2wn_{dlp2}} \cdot \left(\frac{w_{n_{bp1}} - n_{bp1} w_m}{n_{bp1} + n_{dlp2}} \right) \cdot B_{p1P_0n_{bp1}} \cdot e^{j \left[(n_{bp1} + n_{dlp2}) q_{p1} - (w_{n_{bp1}} - n_{bp1} w_m) \cdot t - (j_{n_{bp1}} + j_{n_{dlp2}}) \right]} \quad (3.5.5.10)$$

A Eq. 3.5.5.10 fornece a densidade linear do campo elétrico induzido, em volt por metro quadrado, no entreferro da máquina a qual é uma onda progressiva positiva que se desloca ao longo do eixo p_1 .

Substituindo a Eq. 3.5.5.10 na Eq. 3.5.5.3, efetuando a circulação num condutor obtemos a tensão induzida na distribuição dos condutores:

$$u_{p2P_0}(q_{p1}, t) = \frac{1}{p} \cdot \sum_{n_{jp1}=-\infty}^{\infty} \sum_{n_{dlp2}=-\infty}^{\infty} N_{p2cond2} \cdot f_{p2N2n_{dlp2}} \cdot f_{p2wn_{dlp2}} \cdot L_{Fe2} \cdot \left(\frac{w_{n_{bp1}} - n_{bp1} w_m}{n_{bp1} + n_{dlp2}} \right) \cdot B_{p1P_0n_{bp1}} \cdot e^{j \left[(n_{bp1} + n_{dlp2}) q_{p1} - (w_{n_{bp1}} - n_{bp1} w_m) \cdot t - (j_{n_{bp1}} + j_{n_{dlp2}}) \right]} \quad (3.5.5.11)$$

A Eq. 3.5.5.11 fornece a tensão induzida nos condutores por unidade de comprimento, ou seja, em volt por metro que corresponde ao campo elétrico induzido.

A amplitude da tensão induzida nos condutores $U_{p2P_0n_{bp1}}$ a partir da Eq. 3.5.5.11 pode ser escrita como:

$$U_{p2P_0n_{bp1}} = \frac{1}{p} \left(\frac{w_{n_{bp1}} - n_{bp1} w_m}{n_{bp1} + n_{dlp2}} \right) N_{p2cond2} f_{p2N2n_{dlp2}} f_{p2wn_{dlp2}} L_{Fe2} B_{p1P_0n_{bp1}} \quad (3.5.5.12)$$

Portanto, a tensão induzida nos condutores do circuito rotórico por unidade de comprimento, pode ser escrita como:

$$u_{p2P_0}(q_{p1}, t) = \sum_{n_{jp1}=-\infty}^{\infty} \sum_{n_{dlp2}=-\infty}^{\infty} U_{p2P_0n_{bp1}} e^{j[(n_{bp1}+n_{dlp2})q_{p1} - (w_{n_{bp1}} - n_{bp1}w_m) \cdot t - (j_{n_{bp1}} + j_{n_{dlp2}})]} \quad (2.5.5.13)$$

O circuito rotórico apresenta uma impedância \mathcal{Z}_{p2} que depende da resistência r_{p2} dos condutores e da reatância de dispersão x_{p2} do circuito eletromagnético do rotor, referenciadas ao rotor:

$$\mathcal{Z}_{p2} = r_{p2} + j \cdot x_{p2} = z_{p2} \cdot e^{j\varphi_{p2}} \quad (3.5.5.14)$$

onde Z_{p2} representa o módulo da impedância em ohm, φ_{p2} representa a defasagem entre a tensão $u_{p2P_0}(q_{p1}, t)$ em radianos e $i_{p2P_0}(q_{p1}, t)$ representa a corrente do circuito rotórico.

Portanto a densidade linear de corrente $j_{p2P_0}(q_{p1}, t)$ induzida nos condutores do circuito rotórico, para as máquinas MATRBGC e MATRGDA, pode ser escrita como:

$$j_{p2P_0}(q_{p1}, t) = \sum_{n_{jp1}=-\infty}^{\infty} \sum_{n_{dlp2}=-\infty}^{\infty} \frac{U_{p2P_0n_{bp1}}}{z_{p2}} e^{j[(n_{bp1}+n_{dlp2})q_{p1} - (w_{n_{bp1}} - n_{bp1}w_m) \cdot t - (j_{n_{bp1}} + j_{n_{dlp2}} + j_{\varphi_{p2}})]} \quad (3.5.5.15)$$

A amplitude da densidade de corrente $J_{p2P_0n_{jp2}}$ no circuito pode se escrita como:

$$J_{p2P_0n_{jp2}} = \frac{U_{p2P_0n_{bp1}}}{z_{p2}} \quad (3.5.5.16)$$

Portanto a densidade linear de corrente induzida no circuito rotórico pode ser escrita como sendo:

$$j_{p2P_0}(q_{p1}, t) = \sum_{n_{jp1}=-\infty}^{\infty} \sum_{n_{dlp2}=-\infty}^{\infty} J_{p2P_0n_{jp2}} e^{j(n_{jp2}q_{p1} - w_{n_{jp2}} \cdot t - j_{n_{bp2}})} \quad (3.5.5.17)$$

Nesta equação, n_{jp2} representa a ordem da harmônica da densidade de corrente induzida no circuito rotórico, considerando a Eq. 3.5.4.33 e é dada por:

$$n_{jp2} = n_{bp1} + n_{dlp2} = n_{jp1} + n_{dlp2} \quad (3.5.5.18)$$

Ainda na Eq. 3.5.5.17, $w_{n_{jp2}}$ representa a frequência angular da harmônica da densidade de corrente induzida no circuito rotórico, dada por:

$$W_{n_{jp2}} = W_{n_{bp1}} - n_{bp1} \cdot W_m \quad (3.5.5.19)$$

e $j_{n_{jp2}}$ representa a constante de fase da harmônica da densidade de corrente induzida no circuito rotórico, dada por:

$$j_{n_{jp2}} = j_{n_{bp1}} + j_{n_{dlp2}} + j_{z_{p2}} \quad (3.5.5.20)$$

Considerando que cada onda de indução $b_{p1P_0}(q_{p1}, t)$ dada pela Eq. 3.5.4.30 se desloca no entreferro com uma velocidade $u_{n_{bp1}}$ dada pela Eq. 3.5.3.10 e usando a equação de transformação das velocidades dada pela Eq. 3.4.10, a frequência $f_{p2n_{jp2}}$ da corrente induzida no circuito rotórico $i_{p2}(q_{p1}, t)$ por cada harmônica de ordem n_{bp1} dada pela Eq. 3.5.4.33, pode ser calculada como:

$$f_{p2n_{jp2}} = m_{p1} f_{pe1} - n_{bp1} f_m = m_{p1} f_{pe1} - n_{jp1} f_m \quad (3.5.5.21)$$

Para a MATRBDA o enrolamento auxiliar do rotor é ligado em série (cascata) com o enrolamento principal do rotor. A corrente induzida no enrolamento principal rotórico, circulando pelo enrolamento rotórico auxiliar gera uma onda de densidade de corrente $j_{a2P_0}(q_{p1}, t)$, que referenciada ao eixo p_1 fixo no estator, pode ser calculada como:

$$j_{a2P_0}(q_{p1}, t) = \sum_{n_{jp1}=-\infty}^{\infty} \sum_{n_{ja2}=-\infty}^{\infty} J_{a2P_0n_{ja2}} \cdot e^{j(n_{ja2}q_{p1} - W_{n_{ja2}} \cdot t - j_{n_{ja2}})} \quad (3.5.5.22)$$

A amplitude $J_{a2P_0n_{ja2}}$ é dada por:

$$J_{a2P_0n_{ja2}} = \frac{m_{a2} \cdot \sqrt{2}}{p} \cdot \frac{N_{a2cond2} f_{a2N_2n_{dla2}} f_{a2wn_{dla2}}}{2R} \cdot I_{a2m_{a2}} \quad (3.5.5.23)$$

onde $N_{a2cond2}$ representa o número de condutores em série por fase do circuito rotórico auxiliar, $f_{a2wn_{dla2}}$ representa o fator de bobinagem do circuito rotórico auxiliar, $f_{a2N_2n_{dla2}}$ representa o fator de abertura da ranhura do circuito rotórico auxiliar e R representa o raio médio do entreferro da máquina.

A amplitude da corrente $I_{a2m_{a2}}$ é igual a amplitude da corrente $I_{p2m_{p2}}$ do circuito rotórico principal, ambas referidas ao circuito rotórico.

A ordem da harmônica de densidade linear de corrente n_{ja2} em pares de pólos é dada por:

$$n_{ja2} = p_{a2} \cdot \left(m_{a2} + M_{a2} \cdot \frac{g_{a2}}{c_{a2}} \right) \quad (3.5.5.24)$$

onde $m_{a2} = 1; 2; 3; 4 \dots$ representa a ordem da harmônica de corrente que circula nas fases do enrolamento auxiliar do rotor (consideraremos $m_{a2} = 1$), M_{a2} representa o número de faixas de zona por ciclo do enrolamento auxiliar do rotor, c_{a2} representa a parte fracionária do enrolamento auxiliar do rotor, $g_{a2} = 0; \pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 4; \dots$ assume valores inteiros desde $-\infty$ até $+\infty$. Para os harmônicos levógiros (anti-horários) temos $g_{a2} \geq 0$ e para os harmônicos dextrógiros (horários) temos $g_{a2} < 0$.

Para o caso da MATRBDA, onde o enrolamento auxiliar do rotor está ligado em série com o enrolamento principal do rotor, isto é, é alimentado pelas correntes induzidas no enrolamento principal do rotor, a frequência angular $\omega_{n_{ja2}}$ da onda de densidade linear de corrente $j_{a2P_0}(q_{p1}, t)$, deve ser a mesma das correntes induzidas no enrolamento principal do rotor $\omega_{n_{jp2}}$ dada pela Eq. 3.5.5.19.

Portanto, a frequência angular $\omega_{n_{ja2}}$, já referenciada ao eixo p_1 , pode ser escrita como:

$$\omega_{n_{ja2}} = \omega_{n_{jp2}} = \omega_{n_{bp1}} - n_{bp1} \omega_m \quad (3.5.5.25)$$

Em função dos parâmetros do enrolamento auxiliar do rotor, podemos escrever:

$$\omega_{n_{ja2}} = \omega_{n_{jp2}} = \omega_{n_{ba1}} - n_{ba1} \omega_m \quad (3.5.5.26)$$

O termo $\omega_{n_{ba1}}$ representa a velocidade angular das ondas de indução geradas pelo enrolamento auxiliar do estator. O termo n_{ba1} é a ordem da harmônica de indução gerada pelo enrolamento auxiliar do estator e $j_{n_{ja2}}$ é a constante de fase da harmônica de densidade linear de corrente gerada pelo enrolamento auxiliar do rotor.

A frequência da corrente no enrolamento auxiliar do rotor $f_{a2n_{ja2}}$, é a mesma da corrente do enrolamento principal do rotor, porque estão ligados em série, e é dada pela Eq. 3.5.5.21, portanto em hertz temos:

$$f_{a2n_{ja2}} = f_{p2n_{jp2}} = m_{p1} f_{pe1} - n_{bp1} f_m \quad (3.5.5.27)$$

Em função dos parâmetros do enrolamento auxiliar do rotor, podemos escrever:

$$f_{a2n_{ja2}} = f_{p2n_{jp2}} = m_{a1} f_{ae1} - n_{ba1} f_m \quad (3.5.5.28)$$

onde $m_{a1} = 1; 2; 3; 4...$ representa a ordem da harmônica de corrente que circula nas fases do enrolamento auxiliar do estator, f_{ae1} representa a frequência da corrente induzida no enrolamento auxiliar do estator e n_{ba1} representa a ordem da harmônica de indução gerada pelo enrolamento auxiliar do estator.

Uma vez conhecidas as ondas de densidade linear de corrente, podemos determinar as ondas de indução geradas pelo circuito rotórico.

Consideramos inicialmente que a máquina tenha um entreferro geometricamente não uniforme, conforme mostrado na Fig. 3.5.5.2, porém o circuito responsável pela densidade linear de corrente está no rotor.

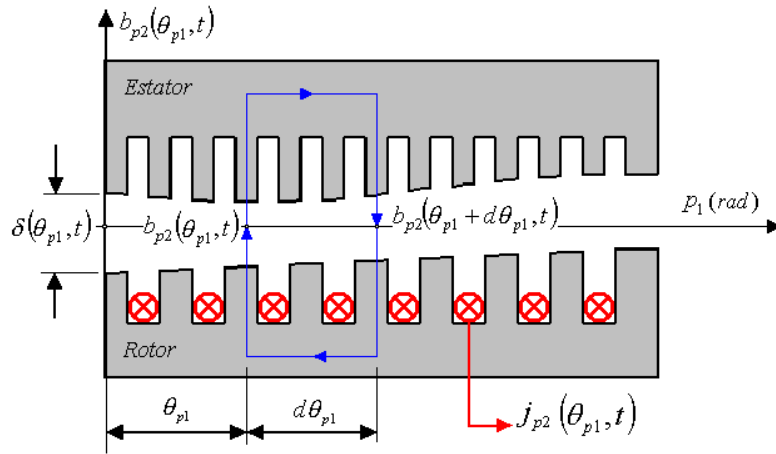


Fig. 3.5.5.2. - A lei de ampère aplicada ao entreferro da máquina.

Aplicando-se a lei circuital de Ampère ao caminho fechado mostrado na Fig. 3.5.5.2 e considerando a permeabilidade do ferro infinita, temos:

$$\frac{b_{p2}(q_{p1} + dq_{p1}, t)}{m_0} \cdot d(q_{p1} + dq_{p1}, t) - \frac{b_{p2}(q_{p1}, t)}{m_0} \cdot d(q_{p1}, t) = j_{p2}(q_{p1}, t) \cdot R \cdot dq_{p1} \quad (3.5.5.29)$$

A Eq. 3.5.5.29 é uma expansão em série de Taylor onde se desprezou os termos de ordem superior. Seguindo os passos dados pelas Eqs. 3.5.4.3 até 3.5.4.7, a Eq. 3.5.5.29 pode ser rescrita como:

$$b_{p2}(q_{p1}, t) = p(q_{p1}, t) \cdot \left\{ \int_0^{q_{p1}} j_{p2}(q_{p1}, t) \cdot R \cdot dq_{p1} - \frac{\int_0^{2p} \left[p(q_{p1}, t) \cdot \int_0^{q_{p1}} j_{p2}(q_{p1}, t) \cdot R \cdot dq_{p1} \right] \cdot dq_{p1}}{\int_0^{2p} p(q_{p1}, t) \cdot dq_{p1}} \right\} \quad (3.5.5.30)$$

onde a onda de permeância $p(q_{p1}, t)$ é definida pela Eq. 3.5.2.3.

A Eq. 3.5.5.30 fornece a indução no entreferro como um produto entre a onda de permeância e a integral da densidade linear de corrente gerada pelo circuito rotórico.

Considerando a densidade linear de corrente a partir da Eq. 3.5.5.16, para as máquinas MATRBGC e MATRGDA, considerando ainda que o circuito rotórico está se deslocando no entreferro com uma velocidade angular w_m e seguindo os passos mostrados pelas Eqs. 3.5.4.9 a 3.5.4.14, obtemos a equação geral para a indução no entreferro gerada pelo circuito principal do rotor:

$$\begin{aligned}
 b_{p2}(q_{p1}, t) = & p(q_{p1}, t) \cdot (-j) \cdot \\
 & \left\{ \sum_{n_{jp1}=-\infty}^{\infty} \sum_{n_{dp2}=-\infty}^{\infty} \frac{J_{p2n_{jp2}}}{n_{jp2}} \cdot R \cdot e^{j[n_{jp2}q_{p1} - (w_{n_{jp2}} + n_{jp2}w_m) \cdot t - j_{n_{jp2}}]} \right. + \\
 & + \frac{1}{2p \cdot P_0} \cdot \sum_{n_{jp1}=-\infty}^{\infty} \sum_{n_{dp2}=-\infty}^{\infty} \sum_{l=-\infty}^{\infty} \frac{R \cdot J_{p2n_{jp2}} \cdot P_l}{n_{jp2}} \\
 & \left. \cdot \int_0^{2p} e^{j[(n_{jp2}+l) \cdot q_{p1} - (w_{n_{jp2}} + n_{jp2}w_m + w_l) \cdot t - (j_{n_{jp2}} + j_l)]} \cdot dq_{p1} \right\}
 \end{aligned} \tag{3.5.5.31}$$

Para a MATRBDA, onde o enrolamento auxiliar está em série com o enrolamento principal do rotor, usando a densidade linear de corrente $j_{a2}(q_{p1}, t)$ dada pela Eq. 3.5.5.22 e repetindo os passos anteriores, obtemos a equação geral da indução gerada no entreferro pelo circuito auxiliar do rotor:

$$\begin{aligned}
 b_{a2}(q_{p1}, t) = & p(q_{p1}, t) \cdot (-j) \cdot \\
 & \left\{ \sum_{n_{jp1}=-\infty}^{\infty} \sum_{n_{ja2}=-\infty}^{\infty} \frac{J_{a2n_{ja2}}}{n_{ja2}} \cdot R \cdot e^{j[n_{ja2}q_{p1} - (w_{n_{ja2}} + n_{ja2}w_m) \cdot t - j_{n_{ja2}}]} \right. + \\
 & + \frac{1}{2p \cdot P_0} \cdot \sum_{n_{jp1}=-\infty}^{\infty} \sum_{n_{ja2}=-\infty}^{\infty} \sum_{l=-\infty}^{\infty} \frac{R \cdot J_{a2n_{ja2}} \cdot P_l}{n_{ja2}} \cdot \\
 & \left. \int_0^{2p} e^{j[(n_{ja2}+l) \cdot q_{p1} - (w_{n_{ja2}} + n_{ja2}w_m + w_l) \cdot t - (j_{n_{ja2}} + j_l)]} \cdot dq_{p1} \right\}
 \end{aligned} \tag{3.5.5.32}$$

A amplitude P_l da onda de permeância nas Eqs. 3.5.5.31 e 3.5.5.32 representam as diversas permeâncias analisadas no entreferro da máquina.

A integral dentro do somatório triplo das Eqs. 3.5.5.31 e 3.5.5.32, pode assumir valor nulo ou não nulo dependendo do valor de n_{jp2} ou n_{ja2} . Conforme foi analisado no parágrafo 3.5.4, das Eqs. 3.5.4.16 até 3.5.4.24 só apresenta interesse prático aquelas ondas de indução que obedecem a condição:

$$\left. \begin{array}{l} (n_{jp2} + 1) \neq 0 \\ (n_{ja2} + 1) \neq 0 \end{array} \right\} \quad (3.5.5.33)$$

Nesta condição, o somatório triplo das Eqs. 3.5.5.31 e 3.5.5.32, assume valor nulo e, portanto, para o circuito rotórico principal, pode ser escrita como:

$$b_{p2}(q_{p1}, t) = p(q_{p1}, t) \sum_{n_{jp1}=-\infty}^{\infty} \sum_{n_{dp2}=-\infty}^{\infty} (-j) \frac{J_{p2n_{jp2}}}{n_{jp2}} \cdot R \cdot e^{j[n_{jp2}q_{p1} - (w_{n_{jp2}} + n_{jp2}w_m) \cdot t - j n_{jp2}]} \quad (3.5.5.34)$$

Para o circuito rotórico auxiliar, pode ser escrito:

$$b_{a2}(q_{p1}, t) = p(q_{p1}, t) \sum_{n_{jp1}=-\infty}^{\infty} \sum_{n_{ja2}=-\infty}^{\infty} (-j) \frac{J_{a2n_{ja2}}}{n_{ja2}} \cdot R \cdot e^{j[n_{ja2}q_{p1} - (w_{n_{ja2}} + n_{ja2}w_m) \cdot t - j n_{ja2}]} \quad (3.5.5.35)$$

Substituindo a expressão geral da permeância total do entreferro dada pela Eq. 3.5.2.3 na Eq. 3.5.5.34 resulta para a onda de indução gerada pelo circuito rotórico principal:

$$\begin{aligned} b_{p2}(q_{p1}, t) = & \sum_{n_{jp1}=-\infty}^{\infty} \sum_{n_{dp2}=-\infty}^{\infty} (-j) \frac{J_{p2n_{jp2}}}{n_{jp2}} \cdot R \cdot P_0 \cdot e^{j[n_{jp2}q_{p1} - (w_{n_{jp2}} + n_{jp2}w_m) \cdot t - j n_{jp2}]} + \\ & + \sum_{n_{jp1}=-\infty}^{\infty} \sum_{n_{dp2}=-\infty}^{\infty} \sum_{l=-\infty}^{\infty} (-j) \frac{J_{p2n_{jp2}}}{n_{jp2}} \cdot R \cdot P_l \cdot e^{j[(n_{jp2} + l) \cdot q_{p1} - (w_{n_{jp2}} + n_{jp2}w_m + w_l) \cdot t - (j n_{jp2} + j_l)]} \end{aligned} \quad (3.5.5.36)$$

Substituindo a expressão geral da permeância total do entreferro dada pela Eq. (3.5.2.3) na Eq. (3.5.5.35) resulta para a onda de indução gerada pelo circuito rotórico auxiliar:

$$\begin{aligned}
b_{a2}(q_{p1}, t) = & \sum_{n_{jp1}=-\infty}^{+\infty} \sum_{n_{ja2}=-\infty}^{+\infty} (-j) \frac{J_{a2n_{ja2}}}{n_{ja2}} \cdot R \cdot P_0 \cdot e^{j \left[n_{ja2} q_{p1} - \left(W_{n_{ja2}} + n_{ja2} W_m \right) t - j n_{ja2} \right]} \\
& + \sum_{n_{jp1}=-\infty}^{+\infty} \sum_{n_{ja2}=-\infty}^{+\infty} \sum_{l=-\infty}^{+\infty} (-j) \frac{J_{a2n_{ja2}}}{n_{ja2}} \cdot R \cdot P_l \\
& \cdot j \left[\left(n_{ja2} + l \right) \cdot q_{p1} - \left(W_{n_{ja2}} + n_{ja2} W_m + W_l \right) \cdot t - \left(j n_{ja2} + j l \right) \right]
\end{aligned} \tag{3.5.5.37}$$

Para a análise de vibração da MATDASE, do conjunto das ondas de indução geradas pela Eq. (3.5.5.36) e (3.5.5.37) só interessam as do primeiro termo do segundo membro, ou seja, as ondas correspondentes à permeância do entreferro constante P_0 . Para o circuito rotórico principal, temos:

$$b_{p2P_0}(q_{p1}, t) = \sum_{n_{jp1}=-\infty}^{\infty} \sum_{n_{dlp2}=-\infty}^{\infty} (-j) B_{p2P_0n_{bp2}} \cdot e^{j \left(n_{bp2} q_{p1} - W_{n_{bp2}} \cdot t - j n_{bp2} \right)} \tag{3.5.5.38}$$

A amplitude $B_{p2P_0n_{bp2}}$ é dada por:

$$B_{p2P_0n_{bp2}} = \frac{J_{p2P_0n_{jp2}}}{n_{jp2}} \cdot R \cdot P_0 \tag{3.5.5.39}$$

A permeância constante P_0 é dada por (3.5.2.5).

A ordem da harmônica de indução n_{bp2} é dada por:

$$n_{bp2} = n_{jp2} = n_{bp1} + n_{dlp2} = n_{jp1} + n_{dlp2} \tag{3.5.5.40}$$

onde a ordem das harmônicas espaciais da distribuição dos condutores do circuito rotórico n_{dlp2} depende do tipo de circuito, mas para MATRBDA obedece a Eq. (3.5.5.2) e para a MATRBGC e para MATRGDA n_{dlp2} obedece a Eq. (3.5.5.3).

A frequência angular $W_{n_{bp2}}$ da onda de indução é dada por:

$$W_{n_{bp2}} = W_{n_{jp2}} + n_{jp2} W_m \tag{3.5.5.41}$$

Substituindo na Eq. 3.5.5.41, n_{jp2} dado pela Eq. 3.5.5.18 e W_{jp2} dado pela Eq. 3.5.5.19, e levando em consideração a Eq. 3.5.4.34, obtemos:

$$W_{n_{bp2}} = m_{p1} W_{pe1} + n_{dlp2} W_m \tag{3.5.5.42}$$

A frequência linear $f_{p2n_{bp2}}$ da onda de indução é então dada por:

$$f_{p2n_{bp2}} = f_{p2n_{jp2}} + n_{jp2} f_m = m_{p1} f_{pe1} + n_{dlp2} \cdot f_m \quad (3.5.5.43)$$

A constante de fase da onda de indução $j_{n_{bp2}}$ é dada por:

$$j_{n_{bp2}} = j_{n_{jp2}} = j_{n_{bp1}} + j_{n_{dlp2}} + j_{z_{p2}} \quad (3.5.5.44)$$

Para o circuito rotórico auxiliar da MATRBDA, temos:

$$b_{a2P_0}(q_{p1}, t) = \sum_{n_{jp1}=-\infty}^{\infty} \sum_{n_{ja2}=-\infty}^{\infty} (-j) B_{a2P_0n_{ba2}} \cdot e^{j(n_{ba2}q_{p1} - W_{n_{ba2}} \cdot t - j_{n_{ba2}})} \quad (3.5.5.45)$$

A amplitude $B_{a2P_0n_{ba2}}$ é dada por:

$$B_{a2P_0n_{ba2}} = \frac{J_{a2P_0n_{ja2}}}{n_{ja2}} \cdot R \cdot P_0 \quad (3.5.5.46)$$

A ordem da harmônica de indução n_{ba2} é dada por:

$$n_{ba2} = n_{ja2} = p_{a2} \cdot \left(m_{a2} + M_{a2} \cdot \frac{g_{a2}}{c_{a2}} \right) \quad (3.5.5.47)$$

O significado dos termos da Eq. 3.5.5.47 foi definido quando da dedução da Eq. 3.5.5.24.

A frequência angular $W_{n_{ba2}}$ da onda de indução é dada por:

$$W_{n_{ba2}} = W_{n_{ja2}} + n_{ja2} W_m \quad (3.5.5.48)$$

Substituindo na Eq. 3.5.5.48 $W_{n_{ja2}}$ dado pela Eq. 3.5.5.25 e levando em consideração as Eqs. 3.5.4.33 e 3.5.4.34, resulta:

$$W_{n_{ba2}} = W_{n_{bp1}} - (n_{bp1} - n_{ja2}) W_m = m_{p1} W_{pe1} - (n_{jp1} - n_{ja2}) W_m \quad (3.5.5.49)$$

A frequência linear $f_{a2n_{ba2}}$ da onda de indução é então dada por:

$$f_{a2n_{ba2}} = f_{a2n_{ja2}} + n_{ja2} f_m = m_{p1} f_{pe1} - (n_{jp1} - n_{ja2}) \cdot f_m \quad (3.5.5.50)$$

A constante de fase da onda de indução $j_{n_{bp2}}$ é dada por:

$$j_{n_{ba2}} = j_{n_{ja2}} \quad (3.5.5.51)$$

As Eqs. 3.5.5.38 e 3.5.5.45 fornecem as induções geradas pelo circuito rotórico principal e auxiliar, respectivamente. Estas expressões foram obtidas, considerando apenas a permeância constante do entreferro da máquina, que para a análise da vibração é suficiente.

3.5.6 Ondas de Indução Geradas pelo Enrolamento Auxiliar do Estator

Para o bom funcionamento da MATDASE, os dois enrolamentos do estator devem ser escolhidos de tal maneira que o acoplamento eletromagnético direto entre eles não seja possível. O único acoplamento eletromagnético possível entre eles é através do circuito rotórico.

Este acoplamento é realizado através das ondas de indução geradas pelo circuito rotórico. Estas ondas de indução são as dadas pelas Eqs. 3.5.5.38 e 3.5.5.45.

O enrolamento auxiliar está fixo no estator da máquina cujo eixo a_1 coincide com o eixo p_1 , já que os dois são considerados fixos no espaço. Considerando que este enrolamento é trifásico e simetricamente distribuído na periferia do entreferro e considerando o sistema de referência mostrado na Fig. 3.4.2, onde o primeiro condutor está colocado na origem do sistema de coordenadas, $q_{p1} = q_{a1}$ a distribuição linear dos condutores neste sistema $dlc_{a1}(q_{p1}, t)$ do circuito estatórico auxiliar, através da análise de Fourier, pode ser escrita como:

$$dlc_{a1}(q_{p1}, t) = \frac{2}{p} \cdot \sum_{n_{dla1}=-\infty}^{\infty} \frac{N_{a1cond1} f_{a1N1n_{dla1}} f_{a1wn_{dla1}}}{2R} \cdot e^{j(n_{dla1}q_{p1} - j_{n_{dla1}})} \quad (3.5.6.1)$$

onde $N_{a1cond1}$ representa o número de condutores em série por fase do enrolamento auxiliar do estator; $f_{a1wn_{dla1}}$ representa o fator de bobinagem do enrolamento auxiliar do estator; $f_{a1N1n_{dla1}}$ representa o fator de abertura da ranhura do enrolamento auxiliar do estator; $j_{n_{dla1}}$ representa a constante de fase da distribuição linear dos condutores e depende do tipo de circuito rotórico; R representa o raio médio do entreferro da máquina.

Onde a ordem das harmônicas espaciais da distribuição dos condutores do enrolamento auxiliar do estator n_{dla1} obedece a equação:

$$n_{dla1} = p_{a1} \cdot \left(M_{a1} \cdot \frac{g_{a1}}{c_{a1}} \right) \quad (3.5.6.2)$$

onde M_{a1} representa o número de faixas de zona por ciclo do enrolamento auxiliar do estator; p_{a1} representa os pares de pólo do enrolamento auxiliar do estator; c_{a1} representa a parte fracionária do enrolamento auxiliar do estator; $g_{a1} = 0; \pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 4; \dots$ assume valores inteiros desde $-\infty$ até $+\infty$.

Considerando a distribuição dos condutores do enrolamento auxiliar fixo no sistema $p_1 = a_1$ dado pela Eq. 3.5.6.1, a onda de indução para a MATRBGC e MATRGDA, dada pela Eq. 3.5.5.38 e repetindo os passos mostrados nas Eqs. 3.5.5.3 a 3.5.5.13, obtemos a tensão induzida por unidade de comprimento $u_{a1P_0}(q_{p1}, t)$ no enrolamento auxiliar do estator pelas ondas de indução geradas pelo circuito rotórico:

$$u_{a1P_0}(q_{p1}, t) = - \sum_{n_{jp1}=-\infty}^{\infty} \sum_{n_{dlp2}=-\infty}^{\infty} \sum_{n_{dla1}=-\infty}^{\infty} U_{a1P_0n_{bp2}} e^{j[(n_{bp2}+n_{dla1})q_{p1}-w_{n_{bp2}} \cdot t - (j n_{n_{bp2}} + j n_{dla1})]} \quad (3.5.6.3)$$

A amplitude da tensão induzida $U_{a1P_0n_{bp2}}$ é dada por:

$$U_{a1P_0n_{bp2}} = \frac{1}{p} \left(\frac{w_{n_{bp2}}}{n_{bp2} + n_{dla1}} \right) N_{a1cond1} f_{a1N_{n_{dla1}}} f_{a1w_{n_{dla1}}} B_{p2P_0n_{bp2}} \quad (3.5.6.4)$$

O enrolamento auxiliar do estator apresenta uma impedância Z_{a1} que depende da resistência R_{a1} dos condutores e da reatância de dispersão X_{a1} do circuito eletromagnético do estator, referenciadas ao enrolamento auxiliar do estator:

$$Z_{a1} = R_{a1} + j \cdot X_{a1} = Z_{a1} \cdot e^{j\varphi_{Z_{a1}}} \quad (3.5.6.5)$$

onde Z_{a1} representa o módulo da impedância; $\varphi_{Z_{a1}}$ representa a defasagem entre a tensão $u_{a1P_0}(q_{p1}, t)$ e a corrente $i_{a1P_0}(q_{p1}, t)$ do enrolamento auxiliar do estator.

Portanto a densidade linear de corrente $j_{a1P_0}(q_{p1}, t)$ induzida nos condutores do enrolamento auxiliar do estator, para as máquinas MATRBGC e MATRGDA, pode ser escrita como:

$$j_{a1P_0}(q_{p1}, t) = - \sum_{n_{jp1}=-\infty}^{\infty} \sum_{n_{dlp2}=-\infty}^{\infty} \sum_{n_{dla1}=-\infty}^{\infty} J_{a1P_0n_{ja1}} e^{j[n_{ja1}q_{p1}-w_{n_{ja1}} \cdot t - j n_{ja1}]} \quad (3.5.6.6)$$

A amplitude da densidade de corrente $J_{a1P_0n_{ja1}}$ induzida no enrolamento auxiliar do estator, pode ser escrita como:

$$J_{a1P_0n_{ja1}} = \frac{U_{a1P_0n_{ja1}}}{Z_{a1}} \quad (3.5.6.7)$$

onde n_{ja1} representa a ordem da harmônica da densidade de corrente induzida , dada por:

$$n_{ja1} = n_{bp2} + n_{dla1} = n_{bp1} + n_{dlp2} + n_{dla1} = n_{jp1} + n_{dlp2} + n_{dla1} \quad (3.5.6.8)$$

Como o enrolamento auxiliar é um enrolamento trifásico, nele só podem ser induzidas harmônicas que tem pares de pólos múltiplos inteiros de p_{a1} . Isto significa que, do espectro de harmônicas n_{bp2} , só podem gerar ondas de densidade linear de corrente no enrolamento auxiliar do estator aquelas harmônicas de ordem cujo número de pares de pólos é múltiplo de p_{a1} . Portanto n_{bp2} na Eq. 3.5.5.40 deve ser múltipla de p_{a1} . Portanto a seguinte relação deve ser respeitada:

$$\left(\frac{n_{bp2}}{p_{a1}} \right) = \left(\frac{n_{bp1} + n_{dlp2}}{p_{a1}} \right) = \left(\frac{n_{jp1} + n_{dlp2}}{p_{a1}} \right) = \text{Inteiro} \quad (3.5.6.9)$$

onde $w_{n_{ja1}}$ representa a frequência angular da harmônica da densidade de corrente induzida no enrolamento auxiliar do estator.

Como os condutores do enrolamento auxiliar do estator estão fixos no sistema $p_1 = a_1$, a frequência angular $w_{n_{ja1}}$ é a mesma da frequência $w_{n_{bp2}}$ dada pela Eq. 3.5.5.42, portanto pode ser escrita como:

$$w_{n_{ja1}} = w_{n_{bp2}} = m_{p1} w_{pe1} + n_{dlp2} \cdot w_m \quad (3.5.6.10)$$

onde $j_{n_{ja1}}$ representa a constante de fase da harmônica da densidade de corrente induzida no enrolamento auxiliar do estator, dada por:

$$j_{n_{ja1}} = j_{n_{bp2}} + j_{n_{dla1}} + j_{z_{a1}} \quad (3.5.6.11)$$

Considerando que cada onda de indução $b_{p2P_0}(q_{p1}, t)$ se desloca no entreferro e que os condutores do enrolamento auxiliar estão fixos no sistema $p_1 = a_1$, a frequência $f_{a1n_{ja1}}$ da corrente

induzida $i_{a1P_0}(q_{p1}, t)$ por cada harmônica de ordem n_{bp2} é a mesma da onda de indução $f_{p2n_{bp2}}$ dada pela Eq. 3.5.5.43 e pode ser calculada como:

$$f_{a1n_{ja1}} = f_{p2n_{bp2}} = m_{p1} f_{pe1} + n_{dlp2} \cdot f_m \quad (3.5.6. 12)$$

Analogamente para MATRBDA onde a onda de indução no entreferro $b_{a2P_0}(q_{p1}, t)$ dada pela Eq. 3.5.5.45 induz uma densidade linear de corrente $j_{a1P_0}(q_{p1}, t)$ no enrolamento auxiliar do estator, que é dada por:

$$j_{a1P_0}(q_{p1}, t) = - \sum_{n_{jp1}=-\infty}^{\infty} \sum_{n_{ja2}=-\infty}^{\infty} \sum_{n_{dla1}=-\infty}^{\infty} J_{a1P_0n_{ja1}} e^{j[n_{ja1}q_{p1} - W_{n_{ja1}}t - j_{n_{ja1}}]} \quad (3.5.6. 13)$$

onde $J_{a1P_0n_{ja1}}$ é a amplitude da densidade de corrente induzida no enrolamento auxiliar do estator e n_{ja1} representa a ordem da harmônica da densidade de corrente induzida, dada por:

$$n_{ja1} = n_{ba2} + n_{dla1} = n_{ja2} + n_{dla1} \quad (3.5.6. 14)$$

Como o enrolamento auxiliar é um enrolamento trifásico, nele só podem ser induzidas harmônicas que tem pares de pólos múltiplos inteiros de p_{a1} . Portanto, aqui também é válida a condição da Eq. 3.5.6.9, ou seja, n_{ba2} obtidas pela Eq. 3.5.5.47 devem ser múltiplas de p_{a1} . Portanto a seguinte relação deve ser respeitada:

$$\left(\frac{n_{ba2}}{p_{a1}} \right) = \left(\frac{n_{ja2}}{p_{a1}} \right) = \text{Inteiro} \quad (3.5.6. 15)$$

A frequência angular $W_{n_{ja1}}$ da harmônica da densidade linear de corrente induzida no enrolamento auxiliar do estator é a mesma da frequência $W_{n_{ba2}}$ dada pela Eq. 3.5.5.49, portanto pode ser escrita como:

$$W_{n_{ja1}} = W_{n_{ba2}} = m_{p1} W_{pe1} - (n_{jp1} - n_{ja2}) W \quad (3.5.6. 16)$$

onde $j_{n_{ja1}}$ representa a constante de fase da harmônica da densidade de corrente induzida no enrolamento auxiliar do estator, dada por:

$$j_{n_{ja1}} = j_{n_{ba2}} + j_{n_{dla1}} + j_{za1} \quad (3.5.6. 17)$$

A frequência $f_{a1n_{ja1}}$ da corrente $i_{a1P_0}(q_{p1}, t)$ induzida por cada harmônica de ordem n_{ba2} é a mesma da onda de indução $f_{a2n_{ba2}}$ dada pela Eq. 3.5.5.50 e pode ser calculada como:

$$f_{a1n_{ja1}} = f_{a2n_{ba2}} = m_{p1} f_{pe1} - (n_{jp1} - n_{ja2}) \cdot f_m \quad (3.5.6.18)$$

Uma vez conhecidas as ondas de densidade linear de corrente, podemos determinar as ondas de indução geradas pelo enrolamento auxiliar do estator. Para obtermos estas ondas de indução geradas no entreferro também consideramos que a máquina tenha um entreferro geometricamente não uniforme conforme mostrado na Fig. 3.5.4.1. O enrolamento auxiliar do estator está simetricamente distribuído gerando ondas de densidade linear de corrente dadas pelas Eqs. 3.5.6.6 ou 3.5.6.13. As ondas de permeâncias do entreferro são dadas pela Eq. 3.5.2.3. Repetindo o procedimento desenvolvido no parágrafo 3.5.4 das Eqs. 3.5.4.1 a 3.5.4.35, obtemos para a MATRBGC e a MATRGDA as ondas de indução no entreferro $b_{a1P_0}(q_{p1}, t)$ geradas pelo enrolamento auxiliar:

$$b_{a1P_0}(q_{p1}, t) = \sum_{n_{jp1}=-\infty}^{\infty} \sum_{n_{dlp2}=-\infty}^{\infty} \sum_{n_{dla1}}^{\infty} (j) B_{a1P_0n_{ba1}} \cdot e^{j(n_{ba1}q_{p1} - W_{n_{ba1}} \cdot t - j n_{ba1})} \quad (3.5.6.19)$$

A amplitude $B_{a1P_0n_{ba1}}$ é dada por:

$$B_{a1P_0n_{ba1}} = \frac{J_{a1P_0n_{ja1}}}{n_{ja1}} \cdot R \cdot P_0 \quad (3.5.6.20)$$

Onde a permeância constante P_0 é dada pela Eq. 3.5.2.3 e a ordem da harmônica de indução n_{ba1} é a mesma da onda de densidade de corrente n_{ja1} dada pela Eq. 3.5.6.8, ou seja:

$$n_{ba1} = n_{ja1} = n_{bp2} + n_{dla1} = n_{jp1} + n_{dlp2} + n_{dla1} \quad (3.5.6.21)$$

e a ordem das harmônicas espaciais da distribuição dos condutores do circuito rotórico n_{dlp2} para a MATRBGC e para MATRGDA obedece a Eq. 3.5.5.3.

A frequência angular $W_{n_{ba1}}$ da onda de indução é a mesma da densidade de corrente $W_{n_{ja1}}$ dada pela Eq. 3.5.6.10 e pode ser escrita por:

$$W_{n_{ba1}} = W_{n_{ja1}} = W_{n_{bp2}} = m_{p1} W_{pe1} + n_{dlp2} \cdot W_m \quad (3.5.6.22)$$

A frequência linear $f_{a\ln_{ba1}}$ da onda de indução também é a mesma da densidade linear de corrente $f_{a\ln_{ja1}}$ dada pela Eq. 3.5.6.12 sendo:

$$f_{a\ln_{ba1}} = f_{a\ln_{ja1}} = m_{p1} f_{pe1} + n_{dlp2} \cdot f_m \quad (3.5.6.23)$$

A constante de fase da onda de indução $j_{n_{ba1}}$ é dada por:

$$j_{n_{ba1}} = j_{n_{ja1}} = j_{n_{bp2}} + j_{n_{dla1}} + j_{z_{a1}} \quad (3.5.6.24)$$

Analogamente para MATRBDA as ondas de indução no entreferro $b_{a1P_0}(q_{p1}, t)$ geradas pelo enrolamento auxiliar são dadas por:

$$b_{a1P_0}(q_{p1}, t) = - \sum_{n_{jp1}=-\infty}^{\infty} \sum_{n_{ja2}=-\infty}^{\infty} \sum_{n_{dla1}=-\infty}^{\infty} (j) B_{a1P_0n_{ba1}} e^{j[n_{ba1}q_{p1} - W_{n_{ba1}} \cdot t - j_{n_{ba1}}]} \quad (3.5.6.25)$$

onde a amplitude $B_{a1P_0n_{ba1}}$ é dada por:

$$B_{a1P_0n_{ba1}} = \frac{J_{a1P_0n_{ja1}}}{n_{ja1}} \cdot R \cdot P_0 \quad (3.5.6.26)$$

A permeância constante P_0 nesta equação é dada pela Eq. 3.5.2.3.

A ordem da harmônica n_{ba1} nas Eqs. 3.5.6.19 e 3.5.6.25 é a mesma da onda de densidade de corrente n_{ja1} dada pela Eq. 3.5.6.14, ou seja:

$$n_{ba1} = n_{ja1} = n_{ba2} + n_{dla1} = n_{ja2} + n_{dla1} \quad (3.5.6.27)$$

e a frequência angular $W_{n_{ba1}}$ é a mesma da harmônica da densidade linear de corrente $W_{n_{ja1}}$ dada pela Eq. 3.5.6.16, portanto pode ser escrita como:

$$W_{n_{ba1}} = W_{n_{ja1}} = W_{n_{ba2}} = m_{p1} W_{pe1} - (n_{jp1} - n_{ja2}) W \quad (3.5.6.28)$$

onde $j_{n_{ba1}}$ representa a constante de fase da harmônica de indução, dada por:

$$j_{n_{ba1}} = j_{n_{ja1}} = j_{n_{ba2}} + j_{n_{dla1}} + j_{z_{a1}} \quad (3.5.6.29)$$

A frequência $f_{a\ln_{ba1}}$ da onda de indução corrente induzida $b_{a1P_0}(q_{p1}, t)$ é a mesma da onda de densidade de corrente $f_{a\ln_{ja1}}$ dada pela Eq. 3.5.6.18 e pode ser calculada como:

$$f_{a \ln_{ba1}} = f_{a \ln_{ja1}} = m_{p1} f_{pe1} - (n_{jp1} - n_{ja2}) \cdot f_m \quad (3.5.6.30)$$

3.6. Modos de operação da MATDASE

Uma vez conhecidas as ondas de indução no entreferro da máquina é possível analisar o princípio de funcionamento da MATDASE trabalhando em cascata. Dizemos que a MATDASE está operando em cascata “mais” quando os torques gerados pelo enrolamento principal e o gerado pelo enrolamento auxiliar são aditivos. Dizemos que a MATDASE está operando em cascata “menos” quando seus torques são subtrativos. Somente o modo de operar em cascata “mais” tem interesse para aplicações industriais e em geração de energia. A figura 3.6.1 mostra o esquema elétrico da ligação em cascata “mais”.

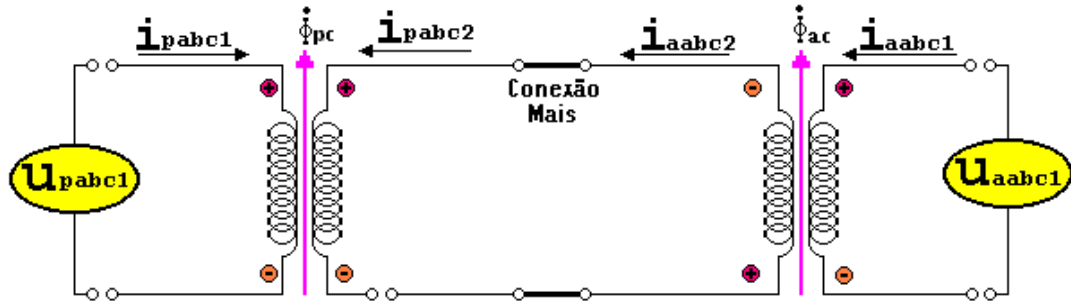


Fig. 3.6.1.1 – Esquema elétrico da ligação para a condição de operação em cascata “mais”.

3.6.1 Operação em cascata “mais”

A operação em cascata “mais” para a MATRBDA é obtida quando a onda de indução de ordem n_{ba2} gerada pelo enrolamento auxiliar do rotor dada pela Eq. (3.5.5.45) apresenta velocidade angular da frente de onda no entreferro contrária á da onda de indução fundamental de ordem n_{bp1} gerada pelo enrolamento principal do estator dada pela Eq. 3.5.4.30. A Fig. 3.6.1.1 ilustra a condição de operação em cascata “mais”.

Como o enrolamento auxiliar do rotor está em série com o enrolamento principal do rotor na MATRBDA, esta condição é obtida invertendo-se a sequência de fase do enrolamento auxiliar do rotor. Logo, para a MATRBDA operando em cascata “mais”, a ordem da harmônica $n_{ba2} = n_{ja2}$ a partir da Eq. 3.5.5.47 pode ser escrita:

$$n_{ba2} = n_{ja2} = -p_{a2} \cdot \left(m_{a2} + M_{a2} \cdot \frac{g_{a2}}{c_{a2}} \right) \quad (3.6.1.1)$$

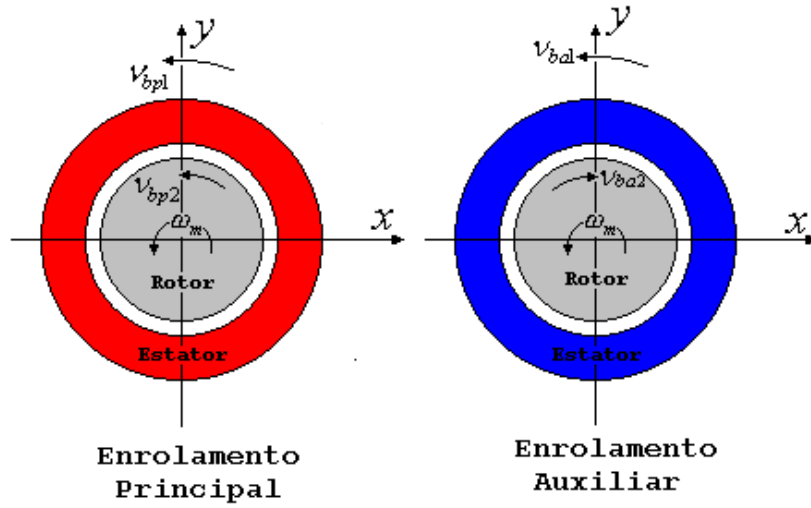


Fig. 3.6.1.1 – Condição de operação em cascata “mais”.

A frequência induzida no enrolamento auxiliar do estator f_{ae1}^+ na condição cascata “mais” pela onda fundamental, isto é, $g_{a2} = 0$ na Eq. 3.6.1.1 é negativa, e levando em consideração que $n_{ja2} = -p_{a2} = -p_{a1}$, e considerando ainda $n_{bp1} = n_{jp1} = p_{p1}$, a partir da Eq. 3.5.6.18 e fazendo $m_{p1} = 1$, pode ser escrita como:

$$f_{ae1}^+ = - \left[f_{pe1} - (p_{p1} + p_{a1}) f_m \right] \quad (3.6.1.2)$$

A operação em cascata “mais” para a MATRBGC e MATRGDA é obtida quando a onda de indução de ordem n_{bp2} gerada pelo circuito do rotor com N_{p2} pólos, dada pela Eq. 3.5.5.38 apresenta velocidade angular da frente de onda no entreferro contrária à da onda de indução de ordem n_{bp1} gerada pelo enrolamento principal do estator dada pela Eq. 3.5.4.30 conforme Fig. 3.6.1.1. Como o acoplamento entre o enrolamento principal e o enrolamento auxiliar é feito através do circuito rotórico é necessário que na Eq. 3.5.5.40 fazer $n_{bp2} = -p_{a1}$ e $g_{p2} = -1$. Portanto, para que a MATRBGC e MATRGDA operem em cascata “mais”, o número de pólos do circuito rotórico, para a onda fundamental $n_{bp1} = n_{jp1} = p_{p1}$, obedeça a relação dada por:

$$N_{p2} = p_{p1} + p_{a1} \quad (3.6.1.3)$$

A relação dada pela Eq. 3.6.1.3 define a condição obrigatória para o número de pólos do circuito rotórico para que a MATRBGC e MATRGDA operem em cascata “mais”.

Considerando a condição dada pela Eq. 3.6.1.3, conseqüentemente a onda de indução gerada da Eq. 3.5.5.38 onde $\mathfrak{n}_{bp2} = -p_{a1}$ é dextrógira, isto é, a sua velocidade angular da frente de onda é contrária à da onda fundamental \mathfrak{n}_{bp1} gerada pelo enrolamento principal. A partir da Eq. 3.5.6.18, chegamos ao mesmo resultado dado pela Eq. 3.6.1.2 para a frequência f_{ae1}^+ , que é negativa, ou seja:

$$f_{ae1}^+ = -\left[f_{pe1} - (p_{p1} + p_{a1}) f_m \right] \quad (3.6.1.4)$$

A frequência da corrente induzida $f_{pe2} = f_{ae2}$ no circuito rotórico para as três MATDASE, gerada pela onda de indução fundamental de ordem $\mathfrak{n}_{bp1} = p_{p1}$, a partir das Eqs. 3.5.5.21 e 3.5.5.27 pode ser escrita como:

$$f_{pe2} = f_{ae2} = f_{pe1} - p_{p1} f_m \quad (2.6.1.5)$$

Portanto a frequência mecânica do rotor das MATDASE operando em cascata “mais” a partir das Eqs. 3.6.1.2 e 3.6.1.4 pode ser escrita como sendo:

$$f_m = \frac{f_{pe1} + f_{ae1}^+}{p_{p1} + p_{a1}} \quad (3.6.1.6)$$

Pela Eq. 3.6.1.6 percebe-se que é possível controlar a rotação da máquina variando-se a frequência da tensão imposta ao enrolamento auxiliar. O conversor ligado ao enrolamento auxiliar, impõe não só a frequência, mas também possibilita variar a amplitude e a fase da tensão imposta ao enrolamento auxiliar, permitindo desta forma o controle completo da máquina. A vantagem é que o conversor deve fornecer somente a potência de escorregamento da máquina, fazendo com que o custo do conversor seja menor. A outra grande vantagem é o fato de não necessitar de anéis coletores e escovas para fazer o controle. O conjunto anéis coletores e escovas sempre constituem uma grande preocupação de manutenção.

Quando a frequência f_{ae1}^+ da corrente do enrolamento auxiliar é nula a máquina se encontra na sua frequência natural síncrona f_{sn}^+ , portanto:

$$f_{sn}^+ = \frac{f_{pe1}}{p_{p1} + p_{a1}} \quad (3.6.1.7)$$

A Fig. 3.6.1.2 mostra a variação da frequência da corrente induzida no circuito rotórico, dado pela Eq. 3.6.1.5, e no enrolamento auxiliar, dada pelas Eqs. 3.6.1.2 e 3.6.1.4, em função da rotação

mecânica. Observe que a frequência da corrente induzida no enrolamento auxiliar do estator é inicialmente negativa, tornando-se positiva após a frequência síncrona natural da máquina. .

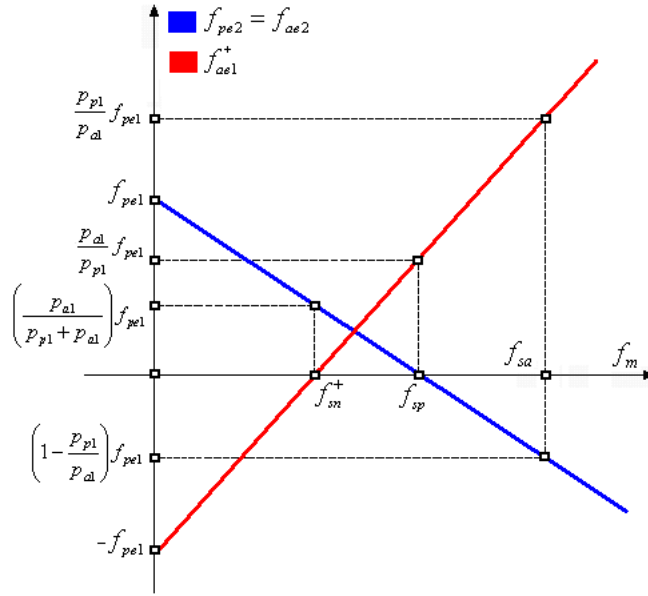


Fig. 3.6.1.2 – Frequência das correntes induzidas no circuito rotórico e no enrolamento auxiliar na operação em cascata “mais”.

Na Fig. 3.6.1.2 os termos f_{sp} e f_{sa} representam, respectivamente, a rotação síncrona para o enrolamento principal e para o enrolamento auxiliar quando alimentados diretamente pela tensão da rede.

3.6.2 Operação em cascata “menos”

A operação em cascata “menos” para a MATRBDA é obtida quando a onda de indução de ordem n_{ba2} gerada pelo enrolamento auxiliar do rotor dada pela Eq. 3.5.5.45 apresenta velocidade angular da frente de onda no entreferro no mesmo sentido á da onda de indução fundamental de ordem n_{bp1} gerada pelo enrolamento principal do estator dada pela Eq. 3.5.4.30. A Fig. 3.6.2.1 ilustra a condição de operação em cascata “menos”.

Como o enrolamento auxiliar do rotor está em série com o enrolamento principal do rotor na MATRBDA, esta condição é obtida invertendo-se a sequência de fase do enrolamento auxiliar do rotor. Logo, para a MATRBDA operando em cascata “menos”, a ordem da harmônica $n_{ba2} = n_{ja2}$ a partir da Eq. 3.5.5.47 pode ser escrita:

$$n_{ba2} = p_{a2} \cdot \left(m_{a2} + M_{a2} \cdot \frac{g_{a2}}{c_{a2}} \right) \quad (3.6.2.1)$$

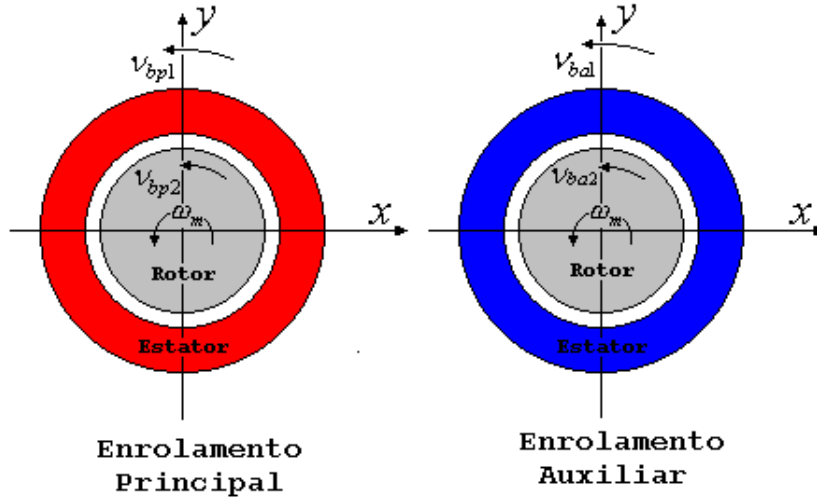


Fig. 3.6.2.1 – Condição de operação em cascata “menos”

A frequência induzida no enrolamento auxiliar do estator f_{ae1}^- pela onda fundamental, isto é, $g_{a2}=0$ na Eq. 3.6.2.1 e levando em consideração que $n_{ja2}=p_{a2}=p_{a1}$, e considerando ainda $n_{bp1}=n_{jp1}=p_{p1}$, a partir da Eq. 3.5.6.18 pode ser escrita como:

$$f_{ae1}^- = f_{pe1} - (p_{p1} - p_{a1}) f_m \quad (3.6.2.2)$$

A operação em cascata “menos” para a MATRBGC e MATRGDA é obtida quando a onda de indução de ordem N_{bp2} gerada pelo circuito do rotor com N_{p2} pólos, dada pela Eq. 3.5.5.38, apresenta velocidade angular da frente de onda no entreferro no mesmo sentido da onda de indução de ordem N_{bp1} gerada pelo enrolamento principal do estator dada pela Eq. 3.5.4.30. A Fig. 3.6.2.1 ilustra a condição de operação em cascata “menos”.

Como o acoplamento entre o enrolamento principal e o enrolamento auxiliar é feito através do circuito rotórico é necessário fazer $N_{bp2} = p_{a1}$ e $g_{p2} = -1$ na Eq. 3.5.5.40. Portanto, para que a MATRBGC e MATRGDA operem em cascata “menos”, o número de pólos do circuito rotórico, para a onda fundamental $n_{bp1}=n_{jp1}=p_{p1}$, deve obedecer a relação dada por:

$$N_{p2} = p_{p1} - p_{a1} \quad (3.6.2.3)$$

A Eq. 3.6.2.3 define a condição obrigatória para o número de pólos do circuito rotórico para que a MATRBGC e MATRGDA operem em cascata “menos”.

A condição dada pela Eq. 3.6.2.3 faz com que a onda de indução de ordem $n_{bp2} = p_{a1}$, dada pela Eq. 3.5.5.38, seja dextrógira, isto é, a sua velocidade angular da frente de onda é a mesma da onda fundamental n_{bp1} gerada pelo enrolamento principal.

A frequência f_{ae1}^- , a partir da Eq. 3.5.6.18, é exatamente a mesma dada pela Eq. 3.6.2.2, ou seja:

$$f_{ae1}^- = f_{pe1} - (p_{p1} - p_{a1}) f_m \quad (3.6.2.4)$$

A frequência da corrente induzida $f_{pe2} = f_{ae2}$ no circuito rotórico para as três MATDASE, gerada pela onda de indução fundamental de ordem $n_{bp1} = p_{p1}$, a partir das Eqs. 3.5.5.21 e 3.5.5.27, pode ser escrita novamente como:

$$f_{pe2} = f_{ae2} = f_{pe1} - p_{p1} f_m \quad (3.6.2.5)$$

Portanto, a frequência mecânica do rotor das três MATDASE operando em cascata “menos”, a partir das Eqs. 3.6.2.2 e 3.6.2.4 pode ser escrita como sendo:

$$f_m = \frac{f_{pe1} - f_{ae1}^-}{p_{p1} - p_{a1}} \quad (3.6.2.6)$$

Pela Eq. 3.6.2.6 percebe-se que também neste caso é possível controlar a rotação da máquina variando-se a frequência da tensão imposta ao enrolamento auxiliar.

Na condição de operação cascata “menos” o número de pólos dos dois enrolamentos deve ser diferente, porque de acordo com a Eq. 3.6.2.6, no caso das polaridades serem iguais, a rotação mecânica fica indeterminada.

Quando a frequência f_{ae1}^- da corrente do enrolamento auxiliar é nula a máquina se encontra na sua frequência natural síncrona f_{sn}^- , portanto:

$$f_{sn}^- = \frac{f_{pe1}}{p_{p1} - p_{a1}} \quad (3.6.2.7)$$

A Fig. 3.6.2.2 mostra a variação da frequência da corrente induzida no circuito rotórico, dada pela Eq. 3.6.2.5, e no enrolamento auxiliar, dada pelas Eqs. 3.6.2.2 e 3.6.2.4, em função da rotação mecânica.

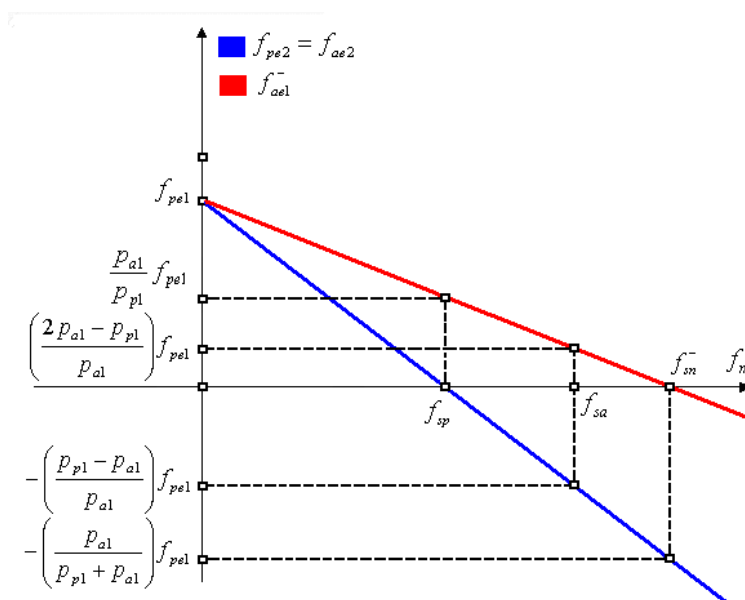


Fig. 3.6.2.2 – Frequência das correntes induzidas no circuito rotórico e no enrolamento auxiliar na operação em cascata “menos”.

Na Fig. 3.6.2.2 os termos f_{sp} e f_{sa} representam, respectivamente, a rotação síncrona para o enrolamento principal e para o enrolamento auxiliar, quando estes são alimentados diretamente pela tensão da rede.

3.7. Dados Construtivos do Protótipo

Para o desenvolvimento do presente trabalho foram construídos três protótipos. O primeiro para a MATRGDA, com a potência de 15kW e rotor de gaiola, o segundo para MATRBDA, com a potência de 75kW e rotor bobinado ‘convencional’ e o terceiro para MATRBGC, também com a potência de 75kW e rotor bobinado com os grupos em curto circuito.

3.7.1 Máquina com Rotor de Gaiola [MATRGDA]

Este primeiro protótipo foi construído com as seguintes características nominais:

Máquina Principal

Modelo.....	MATRGDA -FAF315 S/M
Potência.....	15kW
Tensão.....	254/440 Volt
Número de Pólos	12
Frequência.....	60 Hz
Numero de caminhos	1D/1Y
Regime de Serviço.....	S1
Fator de Serviço	1.0
Grau de Proteção	IP54
Forma Construtiva	B3D
Classe de Isolamento	F
Elevação de Temperatura.....	80 K

Temperatura Ambiente : 40°C

Dados da Bobinagem do Estator

Tipo de Enrolamento : Concêntrico

Número de camadas..... : Dupla

Ligação : D/Y

Faixa de zona..... : 60 graus

Número de ranhuras..... : 72

Número de caminhos paralelos : 1

Passo em número de ranhuras : 5

Fio circular de cobre esmaltado..... : 1,25 mm

Número de fios paralelos : 13

Número de espiras : 3

Resistência de fase a 20 Graus Celsius : 0,12559 Ω

Dados da Gaiola

Tipo de gaiola..... : Laços com anel de curto-circuito

Número de pólos : 10

Número de ranhuras por pólo..... : 5

Número de ranhuras livre por pólo..... : 0

Barra superior : 6 x 20 (mm)

Barra intermediária..... : 5 x 18 (mm)

Barras inferior : 4 x 15 (mm)

Momento de Inércia..... : 10 kgm²

Máquina Auxiliar

Modelo..... : MATRGDA -FAF315 S/M

Potência..... : 15 kW

Tensão..... : 690/1200 V

Número de pólos : 8

Frequência..... : 60 Hz

Numero de caminhos : 1D/1Y

Regime de Serviço..... : S1

Fator de Serviço : 1,0

Grau de Proteção : IP54

Forma Construtiva : B3D

Classe de Isolamento : F

Elevação de Temperatura..... : 80 K

Temperatura Ambiente : 40°C

Dados da Bobinagem Estator

Tipo de Enrolamento : Concêntrico

Número de camadas..... : Dupla

Ligação : D/Y

Faixa de zona..... : 60 graus

Número de ranhuras..... : 72

Número de caminhos paralelos : 1

Passo em número de ranhuras : 8

Fio Circular de Cobre esmaltado : 1,25mm

Número de fios paralelos : 2

Número de espiras : 10

Resistência de fase a 20 °C..... : 2,210427 Ω

Dados do circuito equivalente* da máquina principal da MATRGDA a 120°C referidos ao estator da máquina principal estão mostrado na Fig. 3.7.1.1.

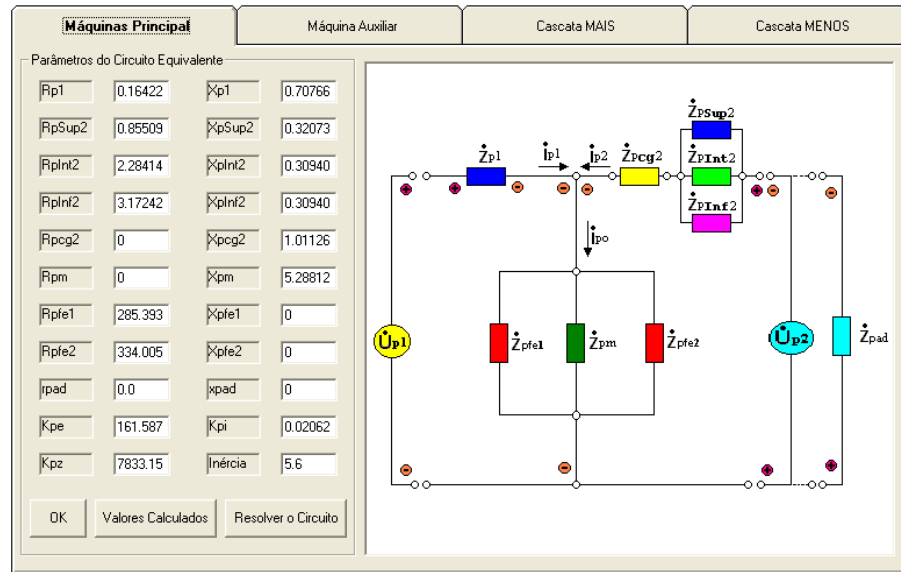


Fig. 3.7.1.1 – Circuito equivalente da máquina principal do protótipo MATRGDA.

Onde as resistência e reatâncias são expressas em ohms, as constantes k_{pe} , k_{pi} e k_{pz} são adimensionais e a inércia é expressa em kilogramas metro quadrado (kgm^2).

Dados do circuito equivalente da máquina auxiliar da MATRGDA a 120°C referidos ao estator da máquina auxiliar estão mostrado na Fig. 3.7.1.2.

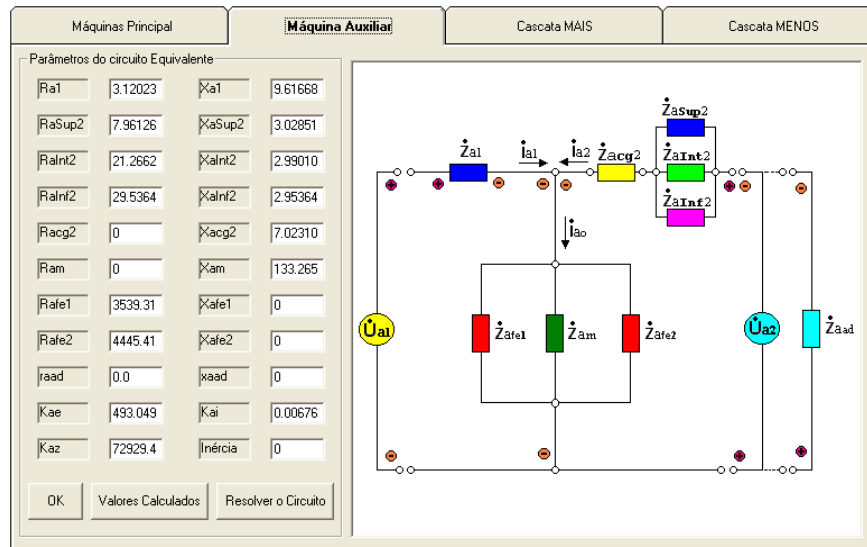


Fig. 3.7.1.2 – Circuito equivalente da máquina auxiliar do protótipo MATRGDA.

* O desenvolvimento do circuito equivalente da MATDASE será mostrado no próximo capítulo.

Onde as resistências e reatâncias são expressas em ohms, as constantes k_{ae} , k_{ai} e k_{az} são adimensionais e a inércia é expressa em kilogramas metro quadrado (kgm^2).

Dados do circuito equivalente da MATRGDA em cascata “mais” a 120°C referidos ao estator da máquina principal, estão mostrados na Fig. 3.7.1.3.

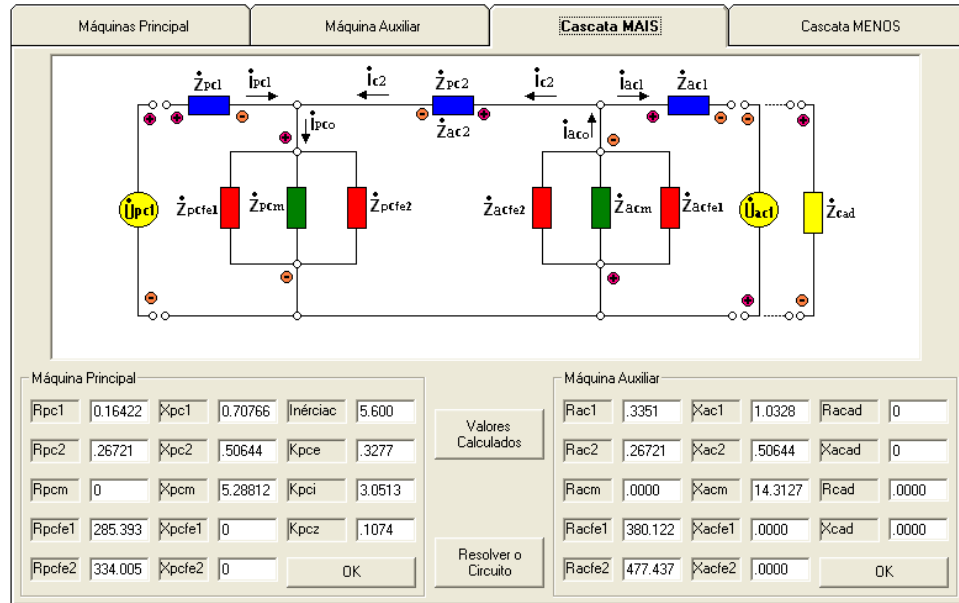
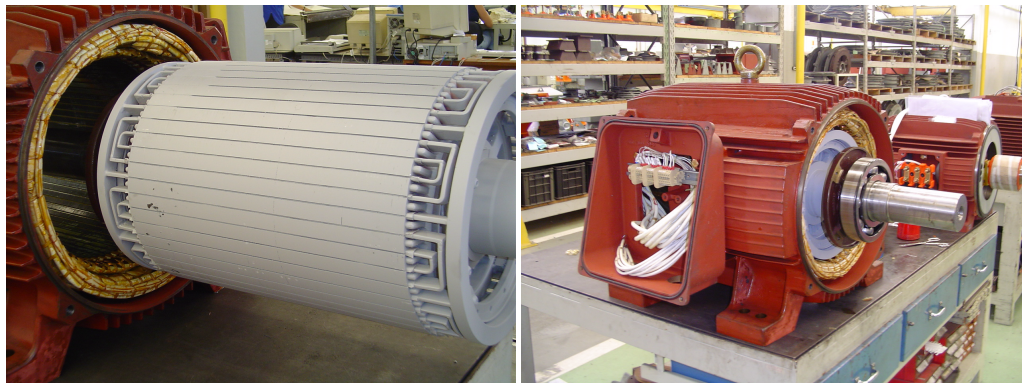


Fig. 3.7.1.3 – Circuito equivalente do protótipo MATRGDA ligada em cascata “mais”

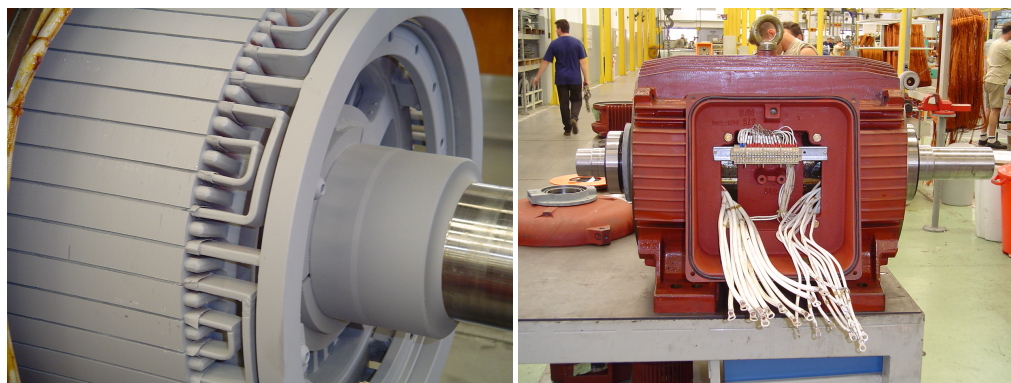
Onde as resistências e reatâncias são expressas em ohms e as constantes k_{pe} , k_{pi} , k_{pz} , k_{ae} , k_{ai} e k_{az} são adimensionais. A constante de inércia da máquina principal e da máquina auxiliar são iguais e valem $J_{MAT} = 5,600 \text{ kgm}^2$.



(a)

(b)

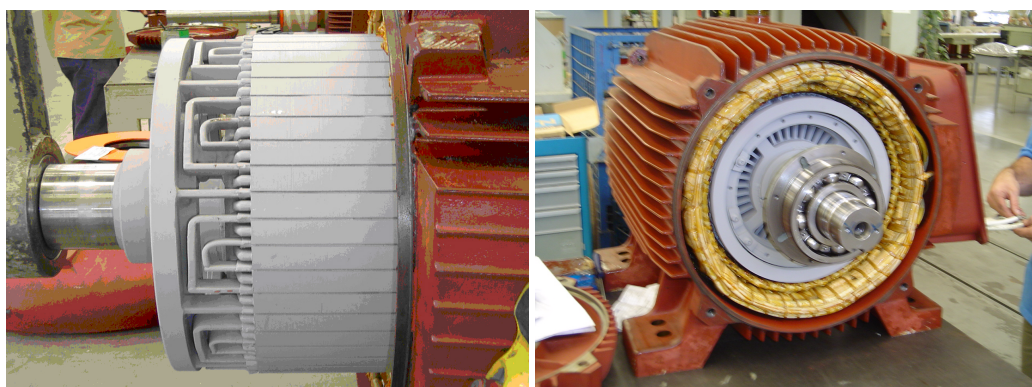
Fig. 3.7.1.4 – (a) Rotor, (b) Carcaça.



(a)

(b)

Fig. 3.7.1.5 – (a) Laços da gaiola, (b) Caixa de ligação.



(a)

(b)

Fig. 3.7.1.6 – (a) Laços da gaiola, (b) Rotor montado.

3.7.2 Máquina com Rotor Bobinado Ligado em Cascata [MATRBDA]

Este segundo protótipo foi construído com as seguintes características nominais:

Máquina Principal

Modelo.....	MATRBDA-HAW560
Potência.....	75 kW
Tensão do estator.....	254/440 V
Tensão do rotor.....	1200 V
Número de pólos	12
Frequência.....	60 Hz
Ligação do estator.....	2D/2Y
Ligação do rotor	1Y
Regime de serviço	S1
Fator de serviço	1,0
Grau de proteção	IP54
Forma construtiva.....	B3D
Classe de isolamento	F
Elevação de temperatura.....	80 K
Temperatura ambiente	40°C

Dados da Bobinagem Estator

Tipo de enrolamento: Concêntrico
 Número de camadas.....: Dupla
 Ligação: 2D/2Y
 Faixa de zona.....: 60 graus
 Número de ranhuras.....: 144
 Número de caminhos paralelos: 2
 Passo em número de ranhuras: 10
 Fio circular de cobre esmaltado.....: 1,25mm
 Número de fios paralelos: 26
 Número de espiras: 2
 Resistência de fase a 20 °C.....: 0,0160 Ω

Dados da Bobinagem Rotor

Tipo de Enrolamento: Concêntrico
 Número de camadas.....: Dupla
 Ligação: 1Y
 Faixa de zona.....: 60 graus
 Número de ranhuras.....: 108
 Número de caminhos paralelos: 1
 Passo em número de ranhuras: 9
 Fio circular de cobre esmaltado.....: 1,25 mm
 Número de fios paralelos: 9
 Número de espiras: 4
 Resistência de fase a 20 °C.....: 0,22463 Ω
 Momento de inércia: 55 kgm²

Máquina Auxiliar

Modelo.....: MATRBDA -HAW560
 Potência.....: 75 kW
 Tensão do estator: 690/1200 V
 Tensão do rotor.....: 1200 V
 Número de pólos: 8
 Frequência.....: 60 Hz
 Ligação do estator.....: 2D/2Y
 Ligação do rotor: 1Y
 Regime de serviço: S1
 Fator de serviço: 1.0
 Grau de proteção: IP54
 Forma construtiva: B3D
 Classe de isolamento: F
 Elevação de temperatura.....: 80 K
 Temperatura ambiente: 40 °C

Dados da Bobinagem Estator

Tipo de enrolamento: Concêntrico
 Número de camadas.....: Dupla
 Ligação: 2Y/2D
 Faixa de zona.....: 60 graus
 Número de ranhuras.....: 144
 Número de caminhos paralelos: 2

Passo em número de ranhuras: 15
 Fio circular de cobre esmaltado.....: 1.25mm
 Número de fios paralelos: 4
 Número de espiras: 7
 Resistência de fase a 20°: 0,43802 Ω

Dados da Bobinagem Rotor

Tipo de enrolamento: Concêntrico
 Número de camadas.....: Dupla
 Ligação: 1Y
 Faixa de zona.....: 60 graus
 Número de ranhuras.....: 108
 Número de caminhos paralelos: 1
 Passo em número de ranhuras: 14
 Fio circular de cobre esmaltado.....: 1,25 mm
 Número de fios paralelos: 9
 Número de espiras: 5
 Resistência de fase a 20 °C.....: 0,47166 Ω
 Momento de inércia: 55 kgm²

Dados do circuito equivalente da máquina principal da MATRBDA a 120°C referidos ao estator da máquina principal estão mostrado na Fig. 3.7.2.1.

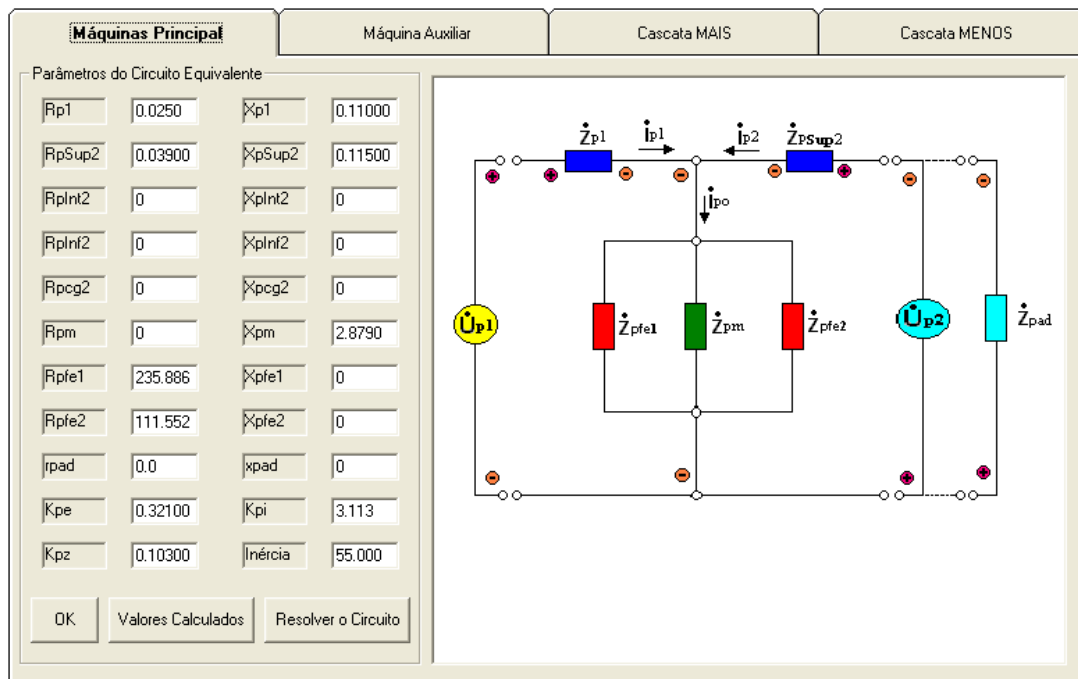


Fig. 3.7.2.1 – Circuito equivalente da máquina principal do protótipo MATRBDA.

Onde as resistência e reatâncias são expressas em ohms, as constantes k_{pe} , k_{pi} e k_{pz} são adimensionais e a inércia é expressa em kilogramas metro quadrado (kgm²).

Dados do circuito equivalente da máquina Auxiliar da MATRBDA a 120°C referidos ao estator da máquina auxiliar estão mostrado na Fig. 3.7.2.2.

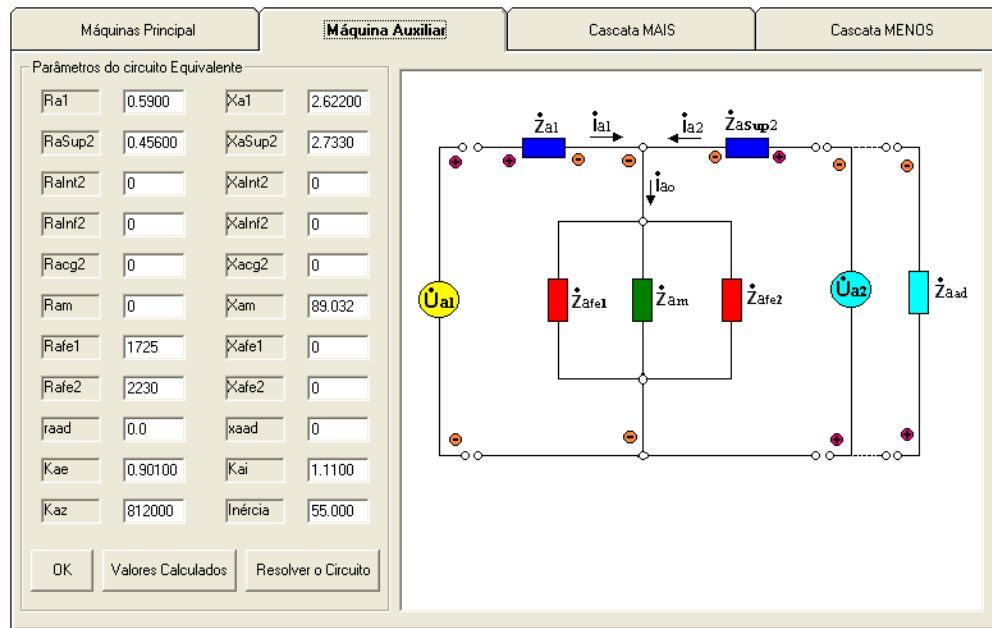


Fig. 3.7.2.2 – Circuito equivalente da máquina auxiliar do protótipo MATRBDA.

Onde as resistência e reatâncias são expressas em ohms, as constantes k_{ae} , k_{ai} e k_{az} são adimensionais e a inércia é expressa em kilogramas metro quadrado (kgm^2).

Os dados dos circuitos equivalentes da máquina principal e auxiliar, mostrados na Fig. 3.7.2.1 e Fig. 3.7.2.2, foram levantados a partir de ensaios conforme mostrado no apêndice F.

Dados do circuito equivalente da MATRBDA em cascata “mais” a 120°C referidos ao estator da máquina principal, estão mostrados na Fig. 3.7.2.3.

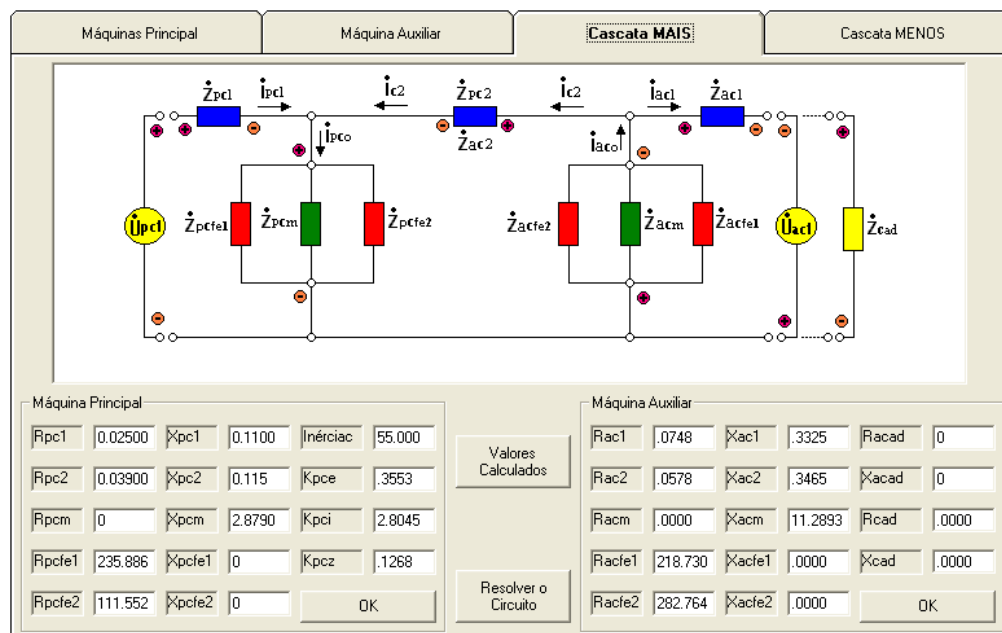


Fig. 3.7.2.3 – Circuito equivalente do protótipo MATRBDA ligada em cascata “mais”.

Onde as resistências e reatâncias são expressas em ohms e as constantes k_{pe} , k_{pi} , k_{pz} , k_{ae} , k_{ai} e k_{az} são adimensionais. A constante de inércia da máquina principal e da máquina auxiliar são iguais e valem $J_{MAT} = 55,0 \text{ kgm}^2$.

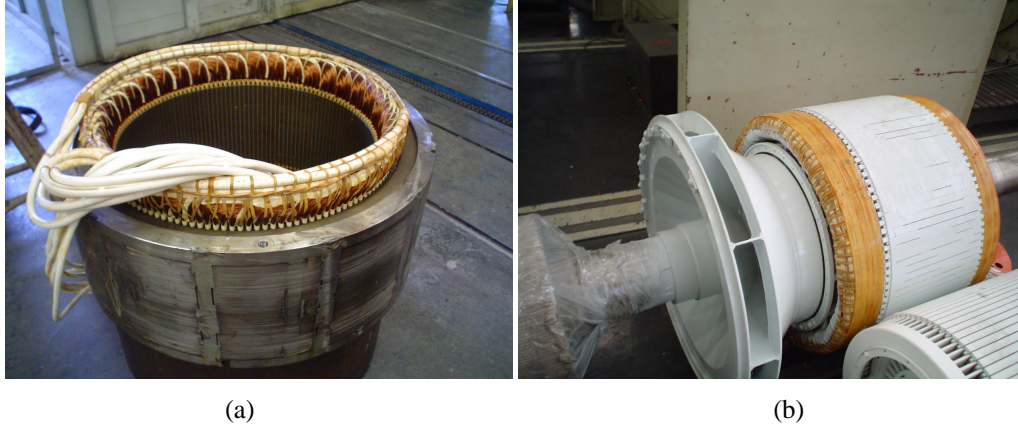


Fig. 3.7.2.4 – (a) Estator bobinado, (b) Rotor bobinado.

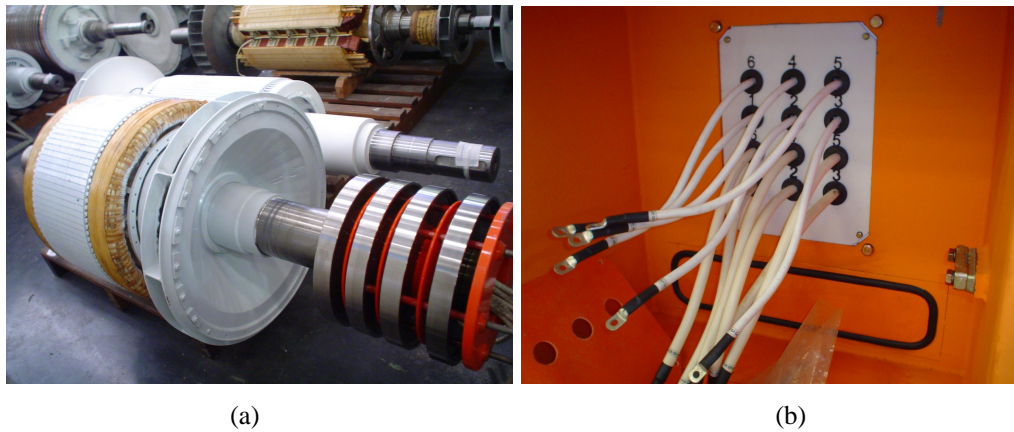


Fig. 3.7.2.5 – (a) Rotor bobinado com os anéis, (b) Cabos de ligação.



Fig. 3.7.2.6 – (a) Máquina montada, (b) Compartimento das escovas.

3.7.3 Máquina com Rotor Bobinado e Grupos em Curto [MATRBGC]

Este terceiro protótipo foi construído com as seguintes características nominais:

Máquina Principal

Modelo.....	MATRBGC-HGW560
Potência.....	75 kW
Tensão.....	254/440 V
Número de pólos	12
Frequência.....	60 Hz
Numero de caminhos	2D/2Y
Regime de serviço	S1
Fator de serviço	1,0
Grau de proteção	IP54
Forma construtiva.....	B3D
Classe de isolamento	F
Elevação de temperatura.....	80 K
Temperatura ambiente	40°C

Dados da Bobinagem Estator

Tipo de enrolamento	Concêntrico
Número de camadas.....	Dupla
Ligação	2D/2Y
Faixa de zona.....	60 graus
Número de ranhuras.....	144
Número de caminhos paralelos	2
Passo em número de ranhuras	10
Fio circular de cobre esmaltado.....	1.25mm
Número de fios paralelos	26
Número de espiras	2
Resistência de fase a 20 °C.....	0,0160 Ω

Dados da Bobinagem Rotor

Tipo de enrolamento	Concêntrico
Número de pólos	10
Número de ranhuras por pólo.....	11
Número de ranhuras bobinadas por pólo	9
Número de ranhuras livre por pólo.....	2
Número de bobinas superiores	1
Espiras da bobina superior	3
Número de bobinas intermediárias	2
Espiras da bobina intermediária	4
Número de bobinas inferiores	2
Espiras da bobina inferior	3
Fio circular de cobre esmaltado.....	1,25 mm
Número de fios paralelos por bobina.....	29
Resistência por grupo a 20 °C	0,018816 Ω
Momento de inércia	55 kgm ²

Máquina Auxiliar

Modelo.....	MATRBGC -HGW560
-------------	-----------------

Potência.....: 75 kW
 Tensão.....: 690/1200 V
 Número de pólos: 8
 Frequência.....: 60 Hz
 Numero de caminhos: 2D/2Y
 Regime de serviço: S1
 Fator de serviço: 1.0
 Grau de proteção: IP54
 Forma construtiva: B3D
 Classe de isolamento: F
 Elevação de temperatura.....: 80 K
 Temperatura ambiente: 40 °C

Dados da Bobinagem Estator

Tipo de enrolamento: Concêntrico
 Número de camadas.....: Dupla
 Ligação: 2D/2Y
 Faixa de zona.....: 60 graus
 Número de ranhuras.....: 144
 Número de caminhos paralelos: 2
 Passo em número de ranhuras: 15
 Fio circular de cobre esmaltado.....: 1,25 mm
 Número de fios paralelos: 4
 Número de espiras: 7
 Resistência de fase a 20 °C.....: 0,43802 Ω

Dados do circuito equivalente da máquina principal da MATRBGC a 120°C referidos ao estator da máquina principal estão mostrado na Fig 3.7.3.1.

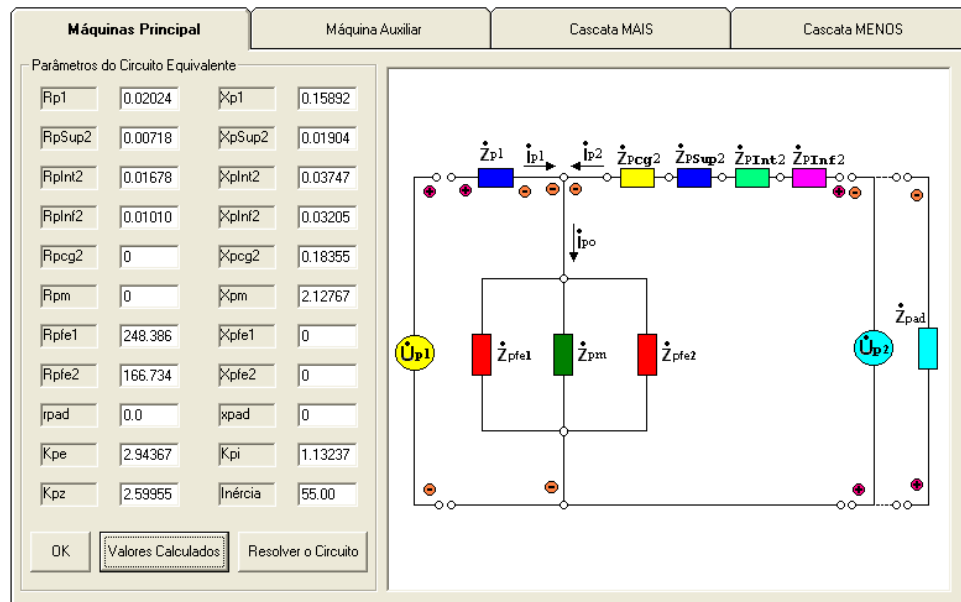


Fig. 3.7.3.1 – Circuito equivalente da máquina principal do protótipo MATRBGC

Onde as resistência e reatâncias são expressas em ohms, as constantes k_{pe} , k_{pi} e k_{pz} são adimensionais e a inércia é expressa em kilogramas metro quadrado (kgm^2).

Dados do circuito equivalente da máquina auxiliar da MATRBGC a 120°C referidos ao estator da máquina auxiliar estão mostrado na Fig. 3.7.3.2.

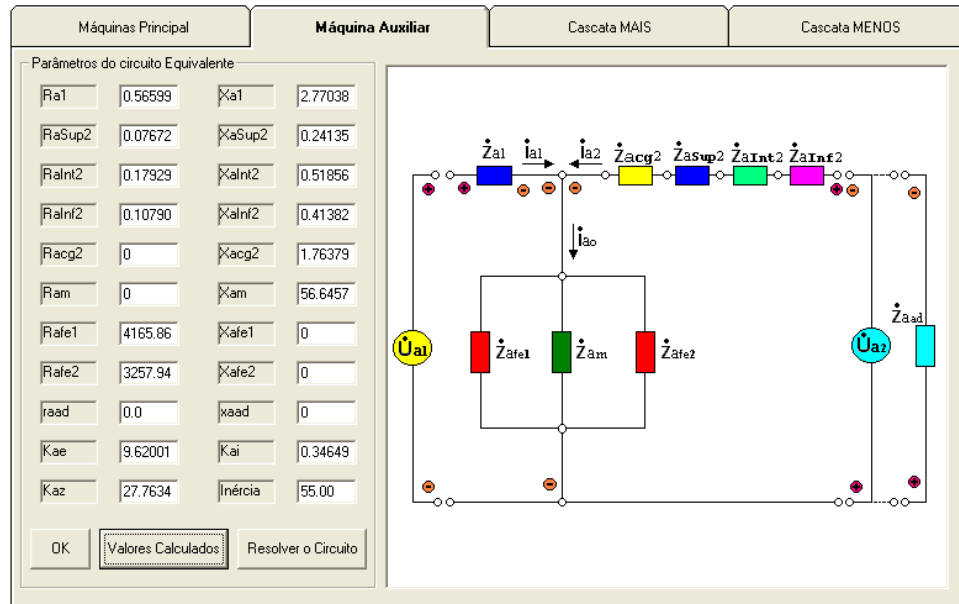


Fig. 3.7.3.2 – Circuito equivalente da máquina auxiliar do protótipo MATRBGC.

Onde as resistência e reatâncias são expressas em ohms, as constantes k_{ae} , k_{ai} e k_{az} são adimensionais e a inércia é expressa em kilogramas metro quadrado (kgm^2).

Dados do circuito equivalente da MATRBGC em cascata “mais” a 120°C referidos ao estator da máquina principal, estão mostrados na Fig. 3.7.3.3.

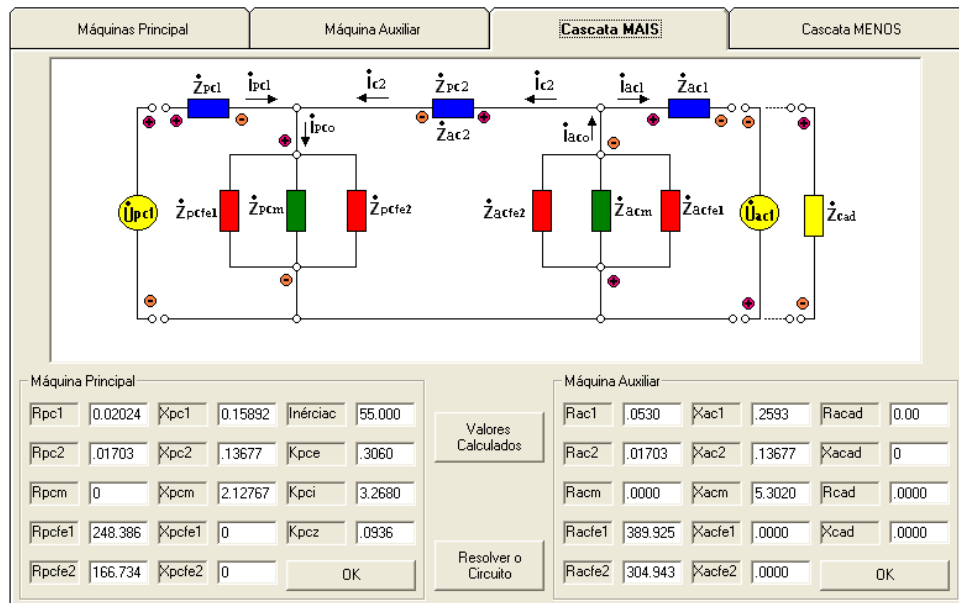


Fig. 3.7.3.3 – Circuito equivalente do protótipo MATRBGC ligada em Cascata “mais”.

Onde as resistências e reatâncias são expressas em ohms e as constantes k_{pe} , k_{pi} , k_{pz} , k_{ae} , k_{ai} e k_{az} são adimensionais. A constante de inércia da máquina principal e da máquina auxiliar são iguais e valem $J_{MAT} = 55,0 \text{ kgm}^2$.

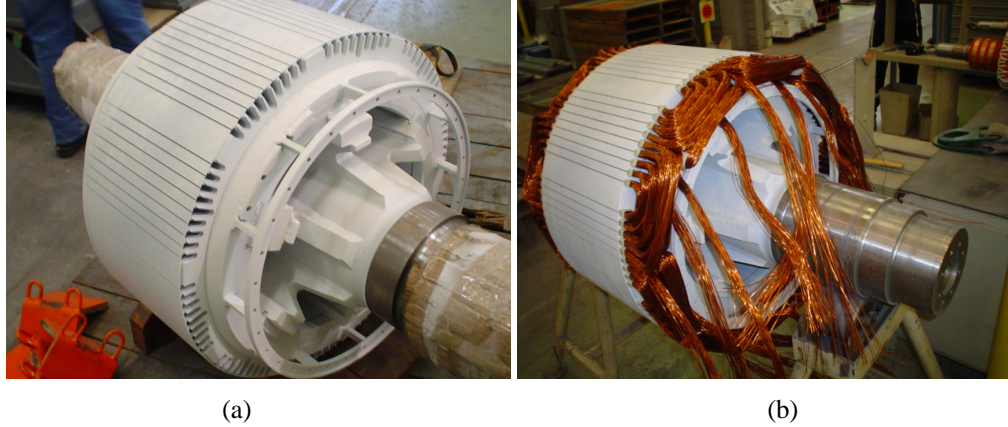


Fig. 3.7.3.4 – (a) Pacote de chapas do rotor, (b) Bobinas do rotor.

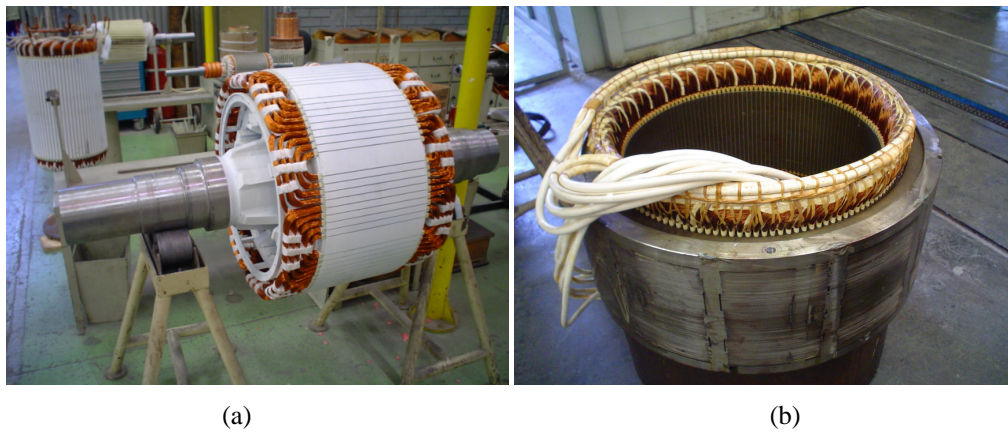


Fig. 3.7.3.5 – (a) Rotor bobinado, (b) Estator bobinado.

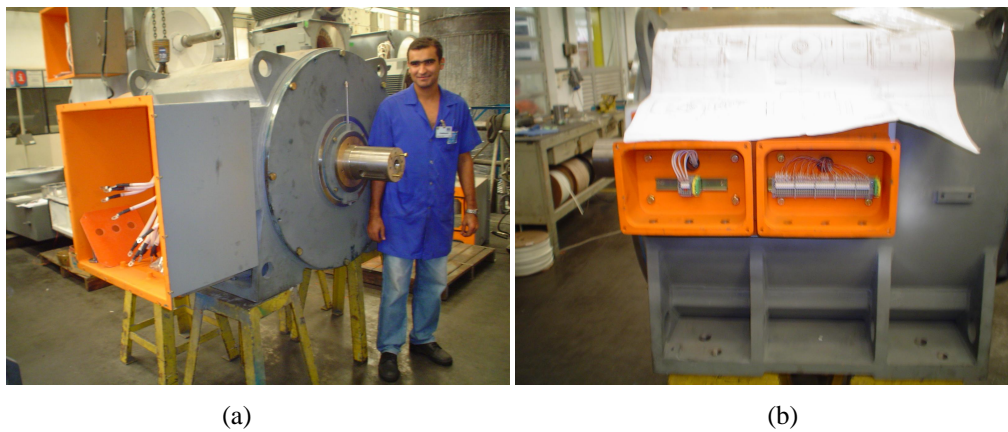


Fig. 3.7.3.6 – (a) Máquina montada, (b) Caixas de ligações dos acessórios.

4. Modelo em Regime Permanente da Máquina Assíncrona Trifásica Duplamente Alimentada Sem Escovas

4.1. Introdução

Neste capítulo iremos analisar o funcionamento da máquina assíncrona trifásica duplamente alimentada sem escovas [MATDASE] em regime permanente. Para esta finalidade montaremos o circuito equivalente para a condição cascata “mais”, porque somente esta condição tem utilidade prática. Na elaboração deste circuito será levada em conta apenas a harmônica fundamental. O circuito equivalente elaborado neste capítulo será o mesmo para as três máquinas, ou seja, para a MATRBDA, para MATRGDA e para a MATRBGC, o que muda de uma para outra são os valores dos parâmetros. Com este modelo é possível se fazer análise da máquina funcionando em regime permanente como motor ou como gerador, para qualquer condição de carga com fator de potência indutivo ou capacitivo. Iremos mostrar o resultado das simulações teóricas apenas para a MATRBGC, já que o comportamento das três máquinas é o mesmo.

4.2. O Circuito Equivalente

Na elaboração do circuito equivalente consideramos que os enrolamentos principal e auxiliar estão acoplados aditivamente através do circuito rotórico. Todos os parâmetros tais como, impedâncias, tensões e correntes, estão referidos ao estator da máquina principal. Para elaborar o circuito equivalente da MATDASE é necessário conhecer os parâmetros do circuito equivalente da máquina principal e auxiliar. Todos os parâmetros dos dois circuitos são detalhadamente analisados em [21]. No circuito equivalente da máquina principal, todos os parâmetros são referidos ao estator e representados por letras maiúsculas. Portanto, as tensões, as correntes e as impedâncias do rotor, são referidas ao estator através das constantes de transformação k_{pe} , k_{pi} e k_{pz} , respectivamente. Analogamente, para o circuito equivalente da máquina auxiliar as mesmas grandezas do rotor, são referidas ao estator da máquina auxiliar, através das constantes de transformação k_{ae} , k_{ai} e k_{az} , respectivamente, e representados por letras maiúsculas. As tensões, as correntes e as impedâncias da máquina auxiliar são referidas ao estator da máquina principal através das constantes de transformação k_{ace} , k_{aci} e k_{acz} , respectivamente, definidas como:

$$k_{ace} = \frac{k_{pe}}{k_{ae}} \quad (4.2.1)$$

$$k_{aci} = \frac{k_{pi}}{k_{ai}} \quad (4.2.2)$$

$$k_{acz} = \frac{k_{pz}}{k_{az}} \quad (4.2.3)$$

A Fig. 4.2.1 mostra o circuito equivalente da máquina assíncrona trifásica duplamente alimentada sem escovas.

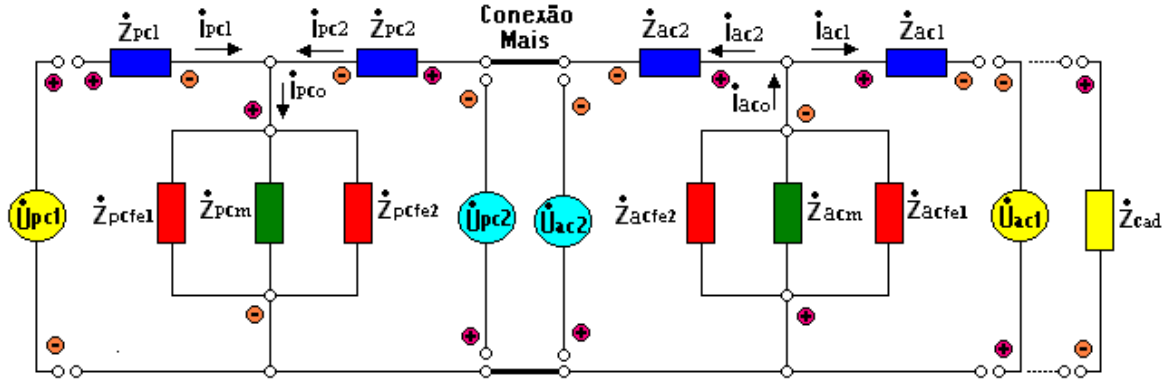


Fig. 4.2.1 – Circuito equivalente da máquina assíncrona trifásica duplamente alimentada sem escovas na condição cascata “mais”.

As impedâncias do circuito equivalente da máquina, mostrado na Fig. 4.2.1, são dados por:

Para o lado da máquina principal

$$\underline{Z}_{pc1} = R_{pc1} + j X_{pc1} = R_{p1} + j X_{p1} \quad (4.2.4)$$

$$\underline{Z}_{pc2} = \frac{R_{pc2}}{s_p} + j X_{pc2} = \frac{R_{p2}}{s_p} + j X_{p2} \quad (4.2.5)$$

$$\underline{Z}_{pcfe1} = R_{pcfe1} + j 0 = R_{pfe1} + j 0 \quad (4.2.6)$$

$$\underline{Z}_{pcfe2} = \frac{R_{pcfe2}}{|s_p|} + j 0 = \frac{R_{pfe2}}{|s_p|} + j 0 \quad (4.2.7)$$

$$\underline{Z}_{pcm} = 0 + j X_{pcm} = 0 + j X_{pm} \quad (4.2.8)$$

Para o lado da máquina auxiliar

$$\underline{Z}_{ac1} = \frac{R_{ac1}}{s_a} + j X_{ac1} = k_{acz} \left(\frac{R_{a1}}{s_a} + j X_{a1} \right) \quad (4.2.9)$$

$$\underline{Z}_{ac2} = \frac{R_{ac2}}{s_p} + j X_{ac2} = k_{acz} \left(\frac{R_{a2}}{s_p} + j X_{a2} \right) \quad (4.2.10)$$

$$\underline{Z}_{acfe1} = \frac{R_{acfe1}}{|s_a|} + j 0 = k_{acz} \left(\frac{R_{afe1}}{|s_a|} + j 0 \right) \quad (4.2.11)$$

$$\underline{Z}_{acfe2} = \frac{R_{acfe2}}{|s_p|} + j 0 = k_{acz} \left(\frac{R_{afe2}}{|s_p|} + j 0 \right) \quad (4.2.12)$$

$$\underline{Z}_{acm} = 0 + j X_{acm} = k_{acz} (0 + j X_{am}) \quad (4.2.12)$$

$$\underline{Z}_{cad} = \frac{R_{cad}}{s_a} + j X_{cad} = k_{acz} \left(\frac{R_{acad}}{s_a} + j X_{acad} \right) \quad (4.2.13)$$

onde Z_{cad} representa a impedância adicional ligada ao estator da máquina auxiliar já referida ao estator da máquina principal, R_{acad} e X_{acad} representam, respectivamente, a resistência e a reatância adicional.

No circuito equivalente da Fig. 4.2.1 estão mostrados também as tensões no estator e no rotor das máquinas principal e auxiliar, referidas ao estator da máquina principal, \underline{U}_{pc1} , \underline{U}_{pc2} , \underline{U}_{ac1} e \underline{U}_{ac2} , com suas respectivas polaridades.

Neste circuito equivalente para MATRBDA, as impedâncias \underline{Z}_{pc2} e \underline{Z}_{ac2} , são diferentes e dependem dos dois enrolamentos rotóricos. Já para a MATRGDA e para a MATRBGC as duas impedâncias são iguais e correspondem à metade da impedância do circuito rotórico já que estão ligadas em série e são comuns aos dois enrolamentos (principal e auxiliar).

Resolvendo o circuito equivalente para qualquer ponto de rotação desejado, obtemos o comportamento em regime permanente da MATDASE como motor ou gerador.

4.3. Funcionamento em Regime Permanente

O objetivo deste parágrafo é estudar o funcionamento da máquina assíncrona trifásica duplamente alimentada sem escovas em regime permanente, analisando o fluxo de potência e os torques nas seguintes condições:

- Estator da máquina auxiliar ligado em curto-circuito;
- Estator da máquina auxiliar ligado a um banco de resistores;
- Estator da máquina auxiliar ligado à rede elétrica através de um conversor de frequência.

O fluxo de potência entre as duas máquinas e o eixo quando ligadas em cascata, pode ser representado esquematicamente conforme mostrado na Fig. 4.3.1.

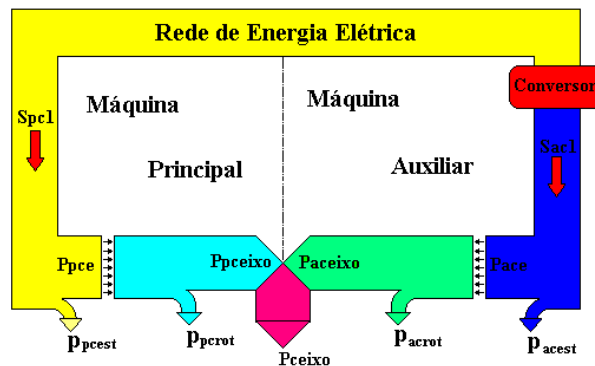


Fig. 4.3.1 – Fluxo de potência entre as duas máquinas e o eixo.

Na Fig. 4.3.1 as potências são representadas por:

- S_{pc1} Potência aparente em volt.ampère no estator da máquina principal;
- S_{ac1} Potência aparente em volt.ampère no estator da máquina auxiliar;
- P_{pce} Potência em watt que atravessa o entreferro da máquina principal;
- P_{ace} Potência em watt que atravessa o entreferro da máquina auxiliar;
- P_{pceixo} Potência mecânica em watt no eixo da máquina principal;
- P_{aceixo} Potência mecânica em watt no eixo da máquina auxiliar;
- P_{ceixo} Potência mecânica total em watt no eixo da MATDASE;
- p_{pcest} Perda em watt no estator da máquina principal;
- p_{pcrot} Perda em watt no rotor da máquina principal;
- p_{acest} Perda em watt no estator da máquina auxiliar;
- p_{acrot} Perda em watt no rotor da máquina auxiliar;

Quando a MATDASE está operando com o estator da máquina auxiliar em curto-circuito ou conectada a um banco de resistores, a potência S_{ac1} é nula, isto é, não há fluxo de potência entre a rede elétrica e o estator da máquina auxiliar. Porém, quando o estator da máquina auxiliar está ligado à rede elétrica através de um conversor de frequência, a potência S_{ac1} não é nula. A potência fornecida pela rede elétrica ao estator da máquina auxiliar através do conversor é considerada positiva, e a potência transferida do estator da máquina auxiliar para a rede elétrica através do conversor é considerada negativa. O conversor permite controlar o funcionamento da máquina. A grande vantagem é poder controlar o funcionamento em determinada condição de carga com um fator de potência pré-estabelecido.

O significado e a análise detalhada do fluxo de potência realizada em [21] é aplicável às três máquinas em estudo.

4.3.1. Estator da Máquina Auxiliar Ligado em Curto-Circuito

Nesta condição de trabalho em regime permanente, a impedância Z_{cad} e a tensão U_{ac1} no circuito equivalente da Fig. 4.2.1 são nulas. Resolvendo o circuito equivalente para cada ponto de rotação n_m da máquina, obtém-se as correntes em cada ramo do circuito. Uma vez conhecido as correntes I_{pc1} , I_{pc2} , I_{pco} , I_{ac1} , I_{ac2} e I_{aco} é possível calcular as perdas e as potências envolvidas no processo eletromecânico de conversão de energia. Todas as correntes mencionadas acima estão referidas ao estator da máquina principal.

Como já foi afirmado anteriormente, o circuito equivalente da Fig. 4.2.1 é o mesmo para as três máquinas em estudo, porém, para compreendermos o funcionamento em regime permanente,

mostraremos apenas o resultado das simulações para a MATRBGC. Nestas simulações consideramos o protótipo de 75kW- 440Volt – 60Hz - 12/8 pólos da MATRBGC com o enrolamento auxiliar do estator em curto-circuito. Os valores numéricos dos parâmetros do circuito equivalente são os mostrados na Fig. 3.7.3.3.

A MATRBGC de 12/8 pólos alimentada com 60 Hz apresenta uma rotação síncrona natural $f_{sn} = 6Hz$, ou seja, $n_{sn} = 360rpm$. A simulação foi feita para uma faixa de rotação de 0 a 720 rpm, ou seja, de 0 pu a 2 pu da rotação síncrona natural. Durante a simulação, a tensão no estator da máquina principal foi mantida constante e igual a 440 V.

A Fig. 4.3.1.1 mostra os torques desenvolvidos no eixo da MATRBGC em regime permanente com o enrolamento auxiliar em curto circuito. A curva azul representa o torque desenvolvido pelo enrolamento auxiliar de 8 pólos, a curva verde o torque desenvolvido pelo enrolamento principal de 12 pólos, e a curva vermelha representa o torque total, isto é, a soma dos dois torques comprovando que neste tipo de construção do circuito rotórico os torques são aditivos, ou seja a máquina opera em cascata “mais”.

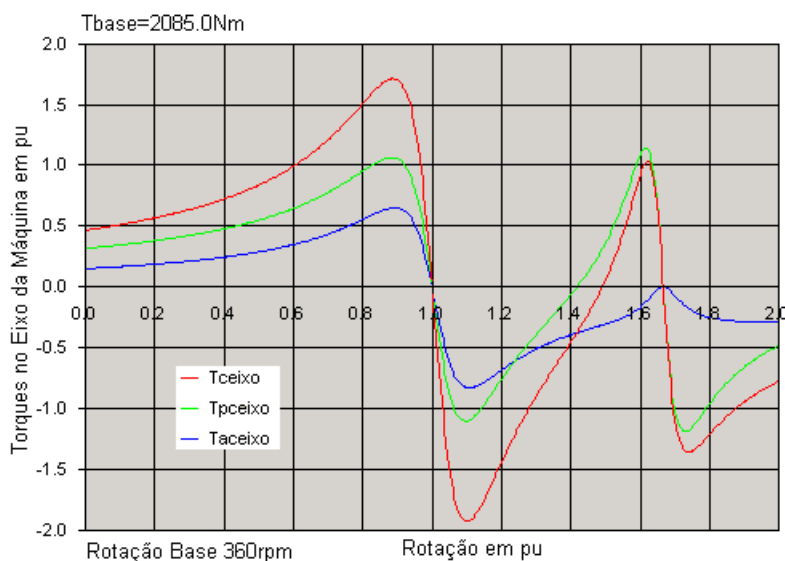


Fig. 4.3.1.1 – MATRBGC – Curvas de torque no eixo da máquina.

No ponto de velocidade de 1pu, os três torques passam por zero indicando que a máquina se encontra na rotação síncrona natural f_{sn} mostrada na Fig. 3.6.1.2. Em 1,667 pu de rotação, novamente os três torques passam por zero. Neste ponto temos a rotação síncrona da máquina principal f_{sp} conforme mostrado na Fig. 3.6.1.2.

Na Fig. 4.3.1.1 é também possível observar que no intervalo de 0 até 1pu de velocidade a máquina se comporta como motor, os três torques são positivos. De 1pu até 1,667pu de velocidade a

máquina se comporta primeiro como gerador quando os torques são negativos, até que o torque da máquina principal se torna positivo novamente. Um pouco mais adiante, o torque total se torna positivo e a máquina se comporta como motor novamente. Para velocidades acima de 1,667pu os três torques são negativos novamente e a máquina trabalha como gerador uma vez mais.

As Fig. 4.3.1.2 a 4.3.1.6 mostram o comportamento das outras grandezas do protótipo da MATRBGC em regime permanente.

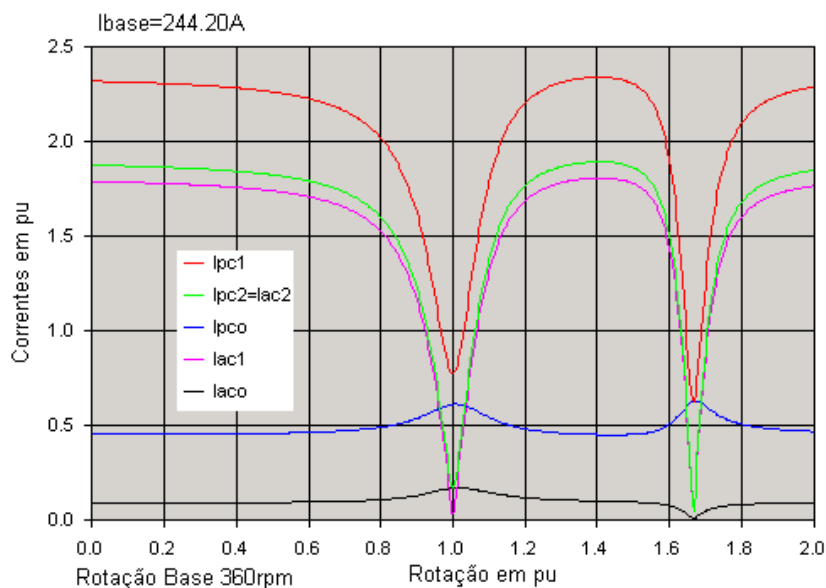


Fig. 4.3.1.2 – MATRBGC – Módulos das correntes de fase da máquina principal e da máquina auxiliar referidas ao estator da máquina principal.

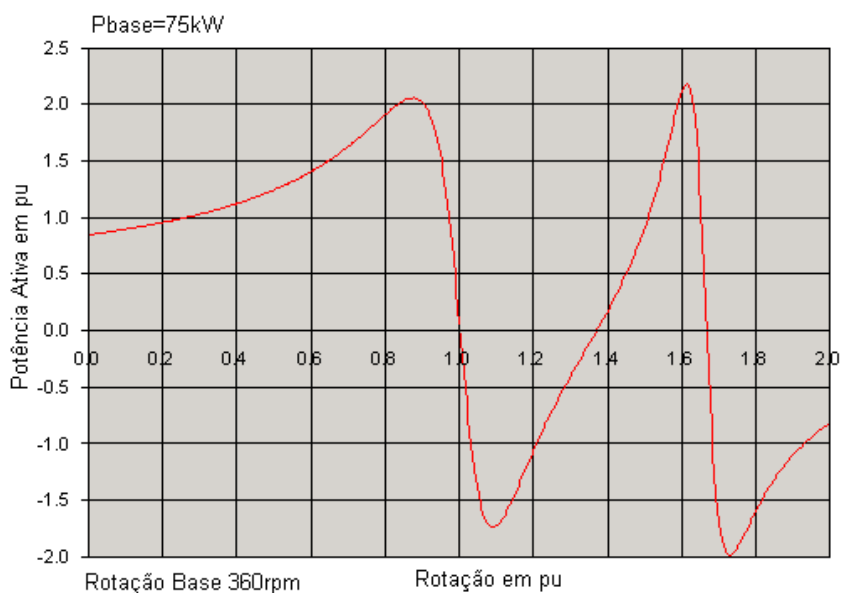


Fig. 4.3.1.3 – MATRBGC - Potência ativa no estator da máquina principal.

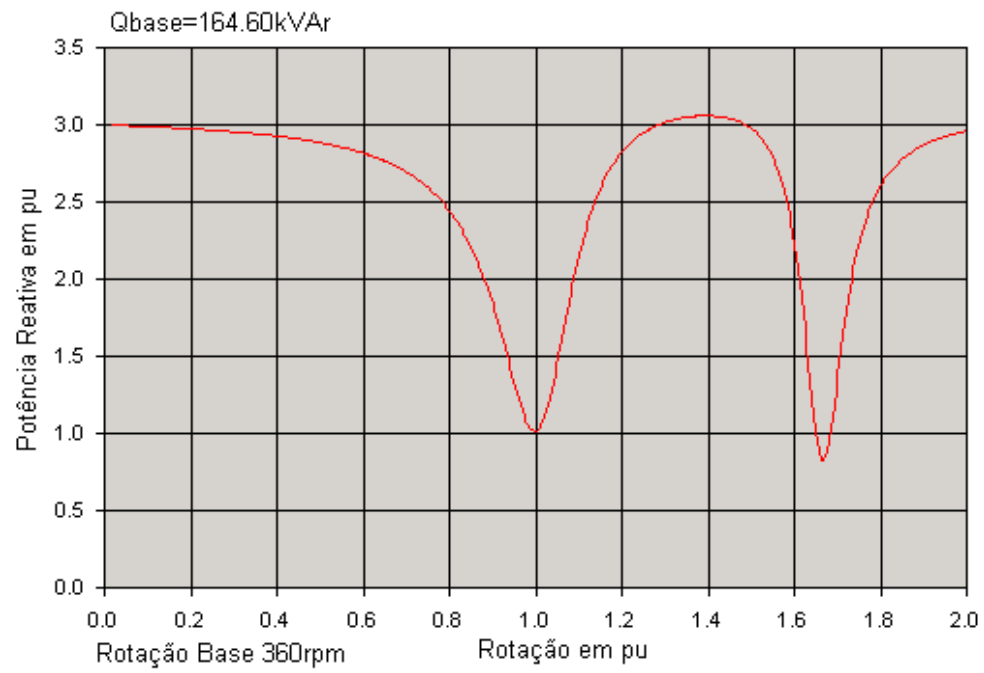


Fig. 4.3.1.4– MATRBGC - Potência reativa no estator da máquina principal

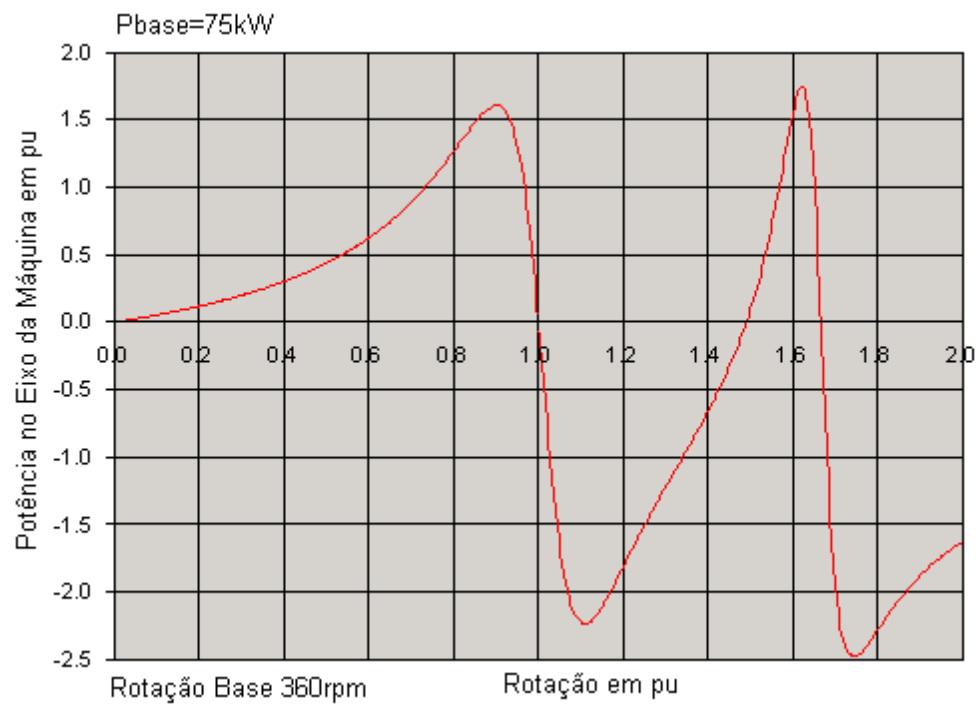


Fig. 4.3.1.5 – MATRBGC - Potência no eixo da máquina.

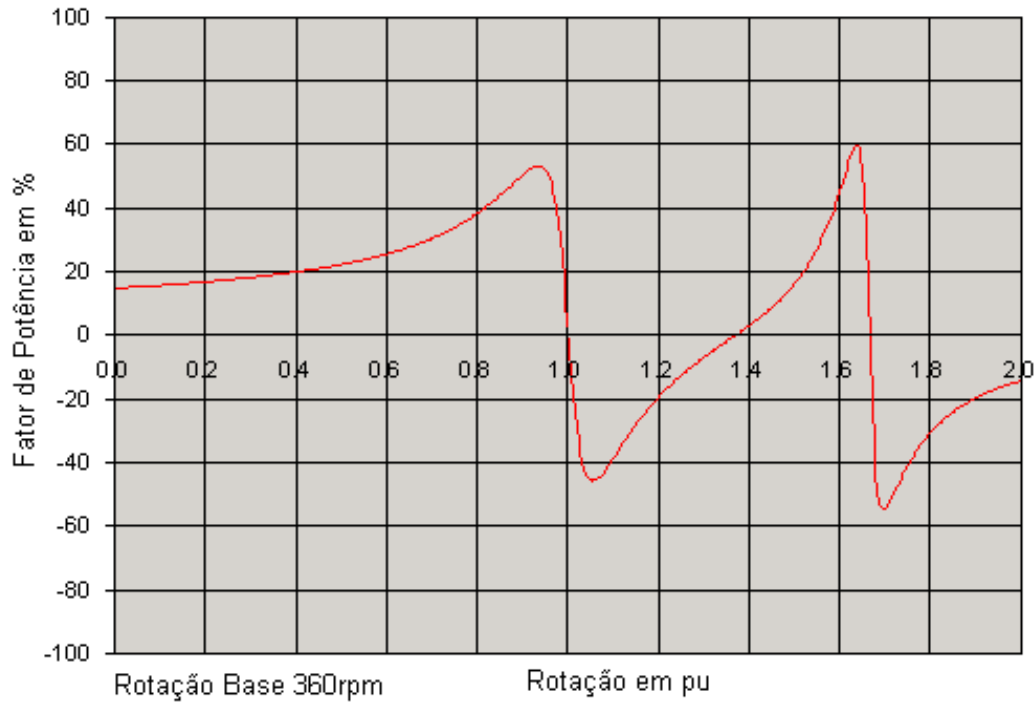


Fig. 4.3.1.6 – MATRBGC – Curva do fator de potência no estator da máquina principal

4.3.2. Estator da Máquina Auxiliar Ligado a um Banco de Resistores

O banco de resistores Z_{cad} é conectado aos terminais dos enrolamentos do estator da máquina auxiliar com o objetivo de se controlar a curva de torque e corrente em função da rotação mecânica n_m . Normalmente o banco de resistores é aplicado para melhorar as condições de partida quando a máquina opera como motor.

Quando a aplicação exigir controle contínuo de velocidade o banco de resistores pode ser mantido conectado ao estator da máquina auxiliar permanentemente. Nesta condição de trabalho a tensão U_{ac1} passa a ser a tensão aplicada sobre o banco de resistores.

O circuito equivalente da Fig 4.2.1 pode ser resolvido para cada ponto de rotação n_m e para cada tap do banco de resistências adicionais. Iremos considerar um banco de resistores com 5 taps onde o valor de cada tap é um múltiplo inteiro da resistência $R_{a1} = 0,56599 \Omega$ do estator da máquina auxiliar mostrado na Fig. 3.7.3.2.

A Fig. 4.3.2.1 mostra os torques desenvolvidos no eixo da MATRBGC em regime permanente com o enrolamento auxiliar conectado ao banco de resistências com 5 taps.

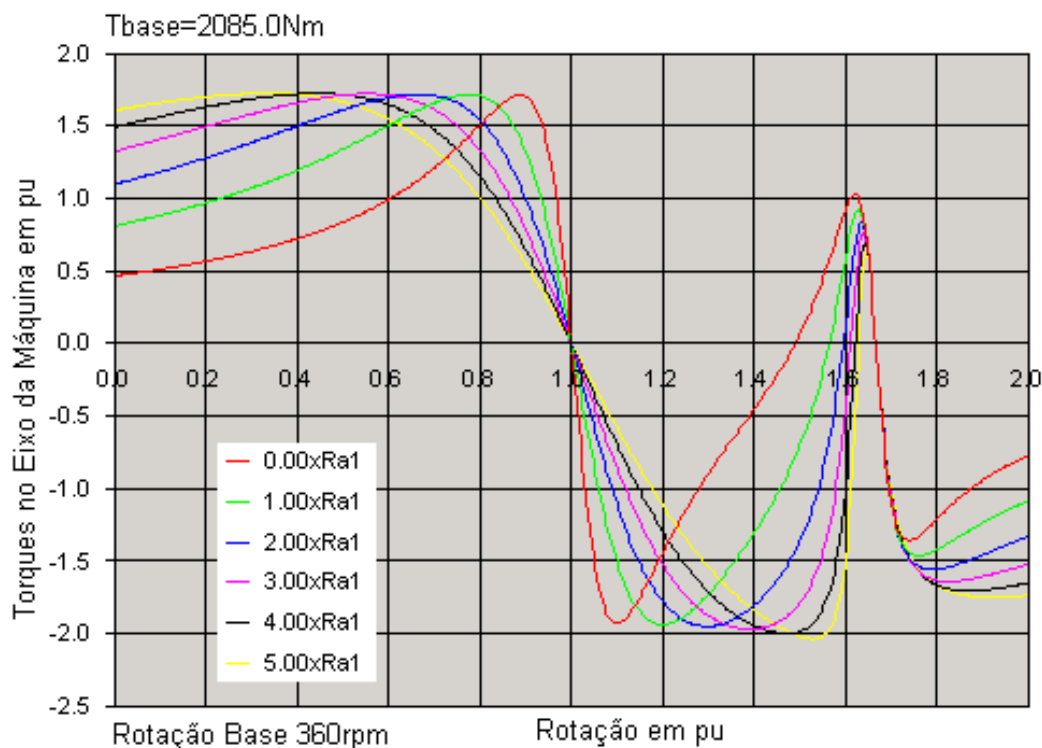


Fig. 4.3.2.1 – MATRBGC –Torque no eixo da máquina com o estator da máquina auxiliar ligado a um banco de resistências externas.

Na Fig. 4.3.2.1 está representado o torque total desenvolvido no eixo da máquina para cada tap do reostato conectado ao enrolamento da máquina auxiliar. Estas curvas correspondem à curva representada em vermelho na Fig. 4.3.1.1. O comportamento da família de curvas é o mesmo da curva de torque mostrado na Fig. 4.3.1.1, ou seja comportamento motor até 1pu da velocidade síncrona natural. De 1pu até 1,67pu comporta-se primeiro como gerador e logo em seguida como motor. Porém, acima de 1,667pu todas as curvas mostram o comportamento como gerador.

A diferença destas curvas para a curva mostrada na Fig. 4.3.1.1 é o escorregamento, ou seja, quanto maior a resistência do tap maior a inclinação da curva indicando que para um mesmo torque a rotação é menor. Este comportamento da MATRBGC é o mesmo de uma MATRBAE quando um banco de resistências é conectado em série com o circuito rotórico através das escovas.

As Fig. 4.3.2.2 até 4.3.2.11 mostram os outros parâmetros de performance da MATRBGC para o mesmo banco de resistências. Observa-se que para cada tap com resistência maior todas as curvas apresentam escorregamento maior.

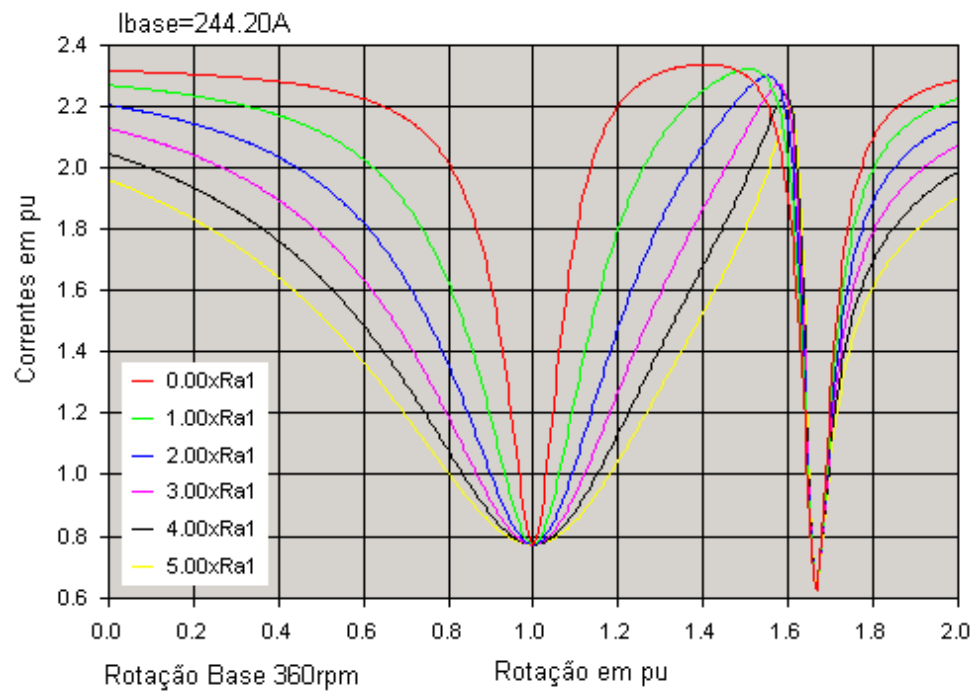


Fig. 4.3.2.2 – MATRBGC - Módulo da corrente no estator da máquina principal [I_{pe1}] com o estator da máquina auxiliar ligado a um banco de resistências externas.

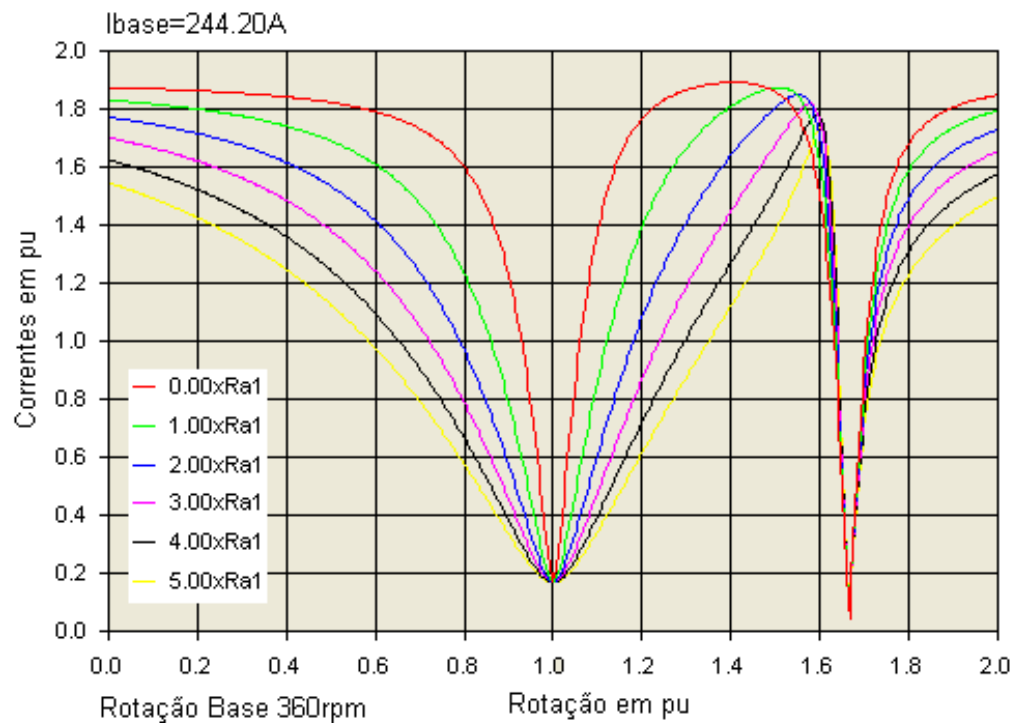


Fig. 4.3.2.3 – MATRBGC - Módulo da corrente no rotor da máquina principal [I_{pc2}] referida ao estator da máquina principal com o estator da máquina auxiliar ligado a um banco de resistências externas.

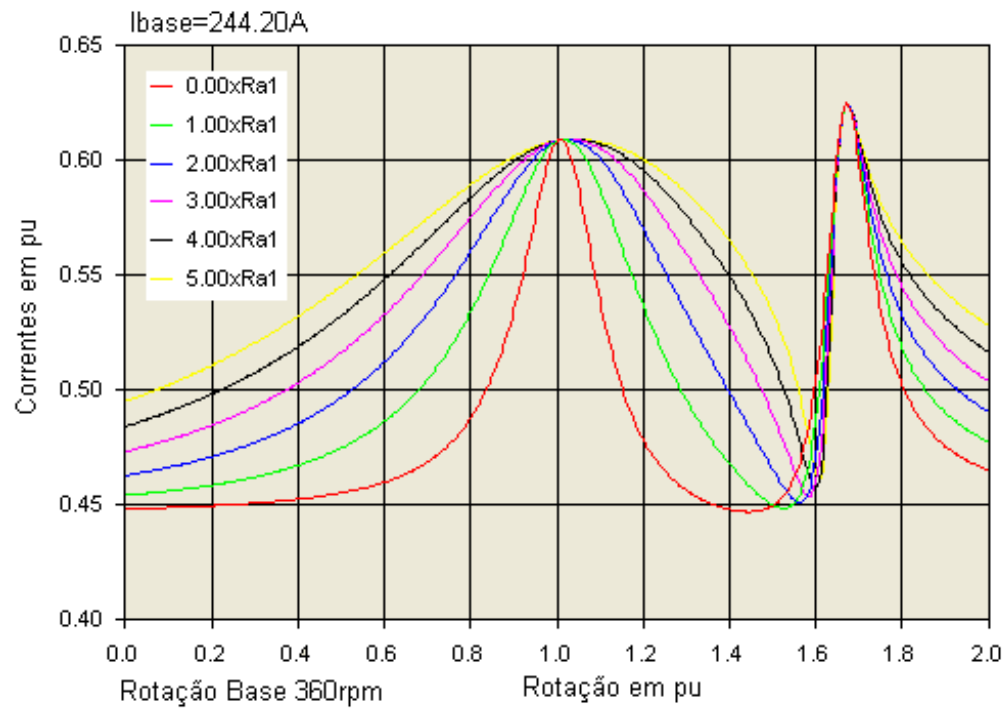


Fig. 4.3.2.4 – MATRBGC - Módulo da corrente no ramo em vazio da máquina principal [I_{pco}] referida ao estator da máquina principal com o estator da máquina auxiliar ligado a um banco de resistências externas

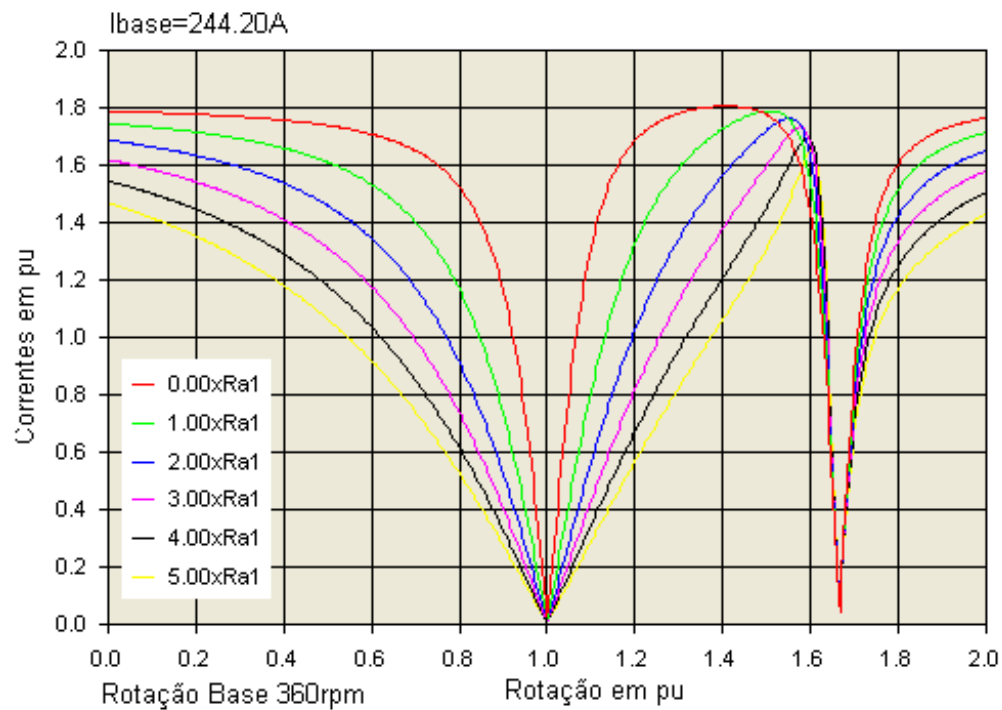


Fig. 4.3.2.5 – MATRBGC - Módulo da corrente no estator da máquina auxiliar [I_{ac1}] referida ao estator da máquina principal com o estator da máquina auxiliar ligado a um banco de resistências externas.

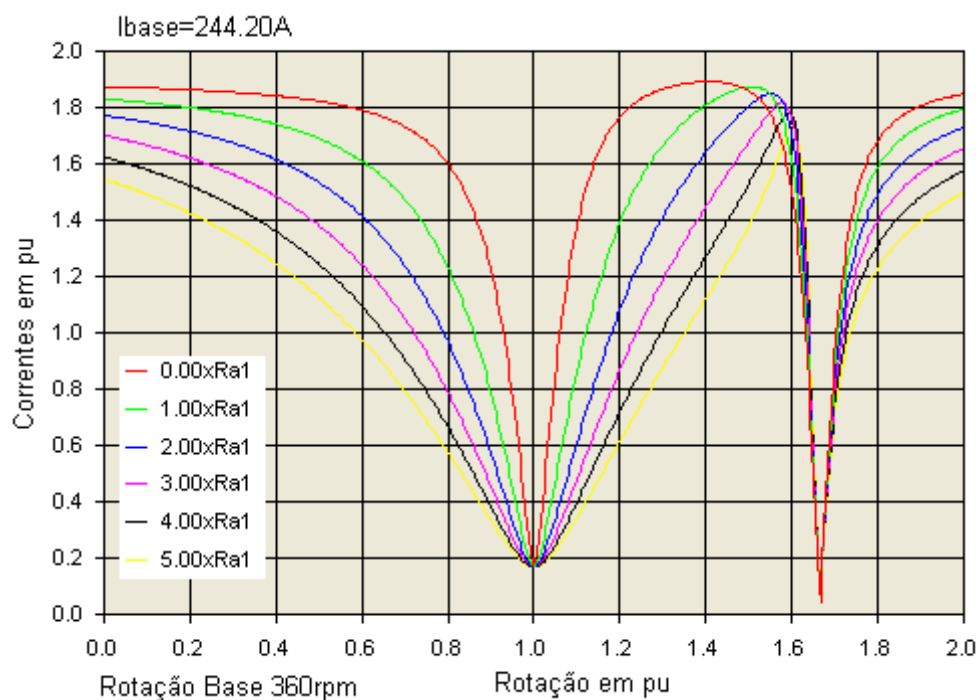


Fig. 4.3.2.6 – MATRBGC - Módulo da corrente no rotor da máquina auxiliar [I_{ac2}] referida ao estator da máquina principal com o estator da máquina auxiliar ligado a um banco de resistências externas.

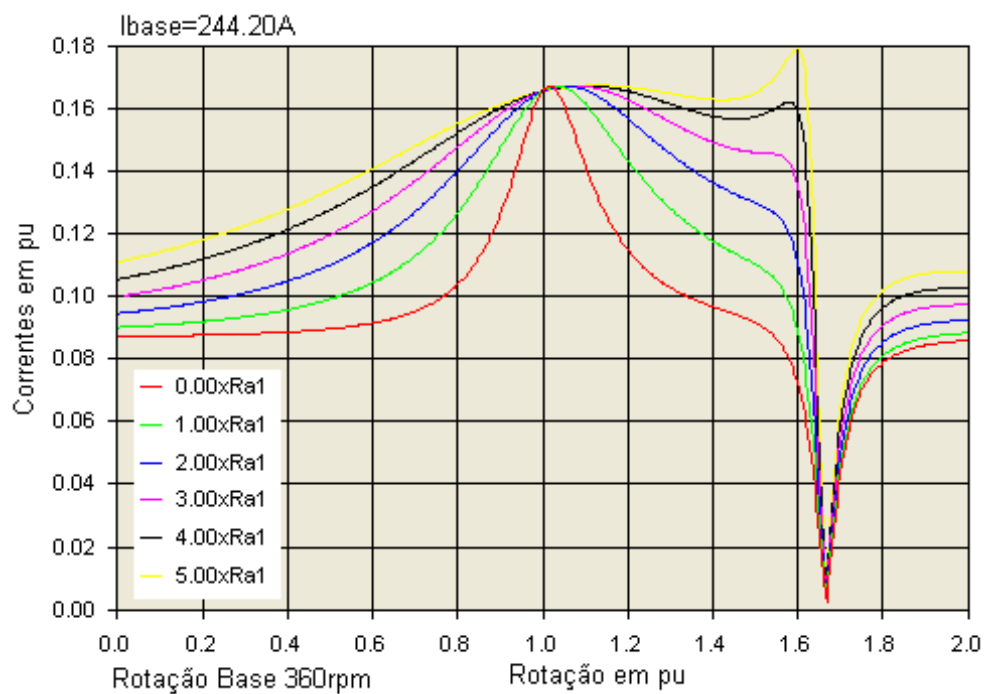


Fig. 4.3.2.7 – MATRBGC - Módulo da corrente no ramo em vazio da máquina auxiliar [I_{aco}] referida ao estator da máquina principal com o estator da máquina auxiliar ligado a um banco de resistências externas.

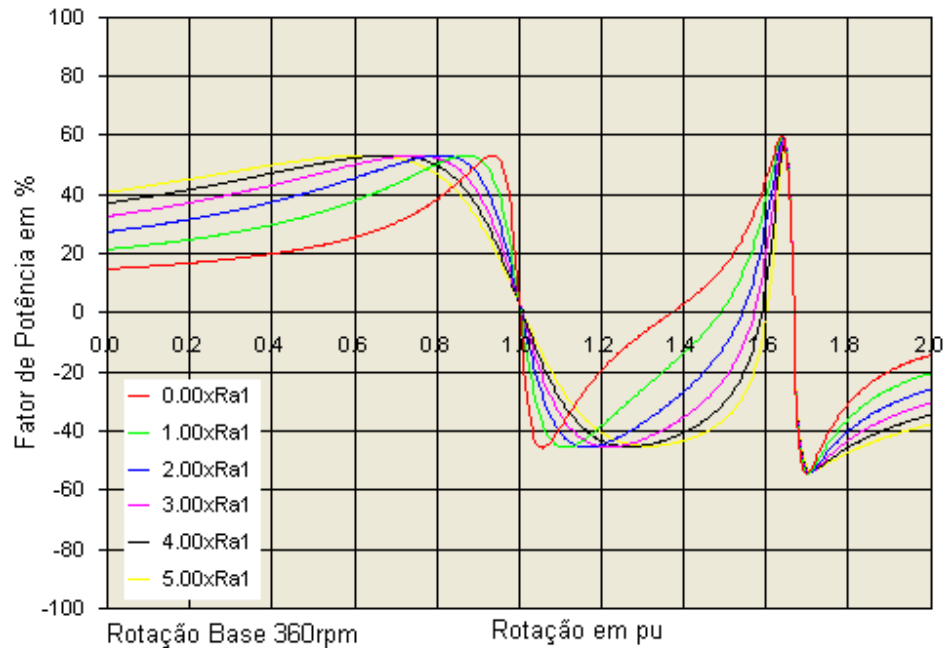


Fig. 4.3.2.8 – MATRBGC – Fator de potência no estator da máquina principal $[FP_{pc1}]$ com o estator da máquina auxiliar ligado a um banco de resistências externas.

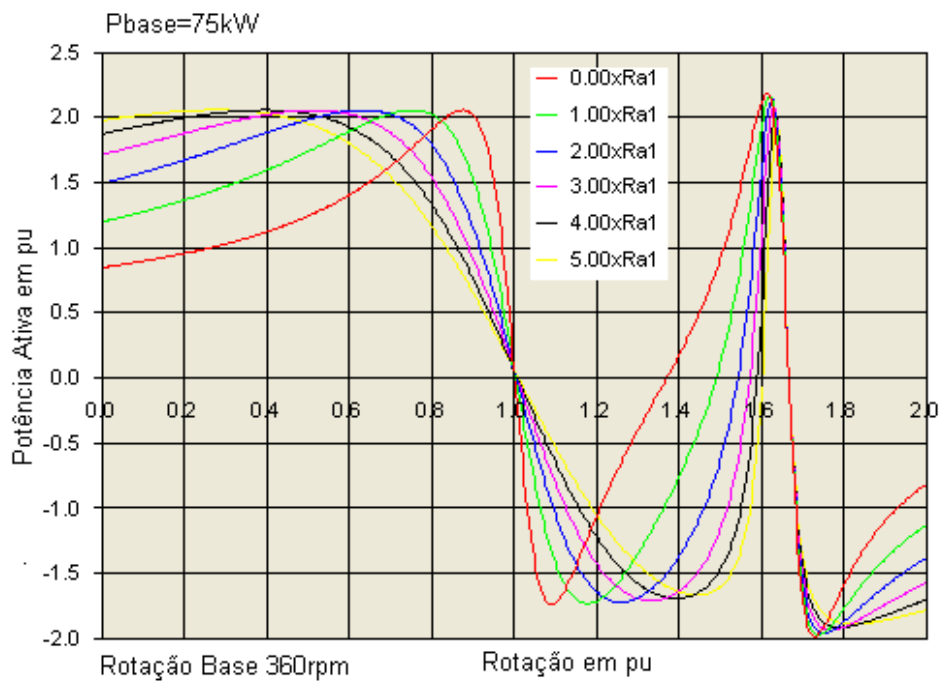


Fig. 4.3.2.9 – MATRBGC – Potência ativa no estator da máquina principal $[P_{pc1}]$ com o estator da máquina auxiliar ligado a um banco de resistências externas.

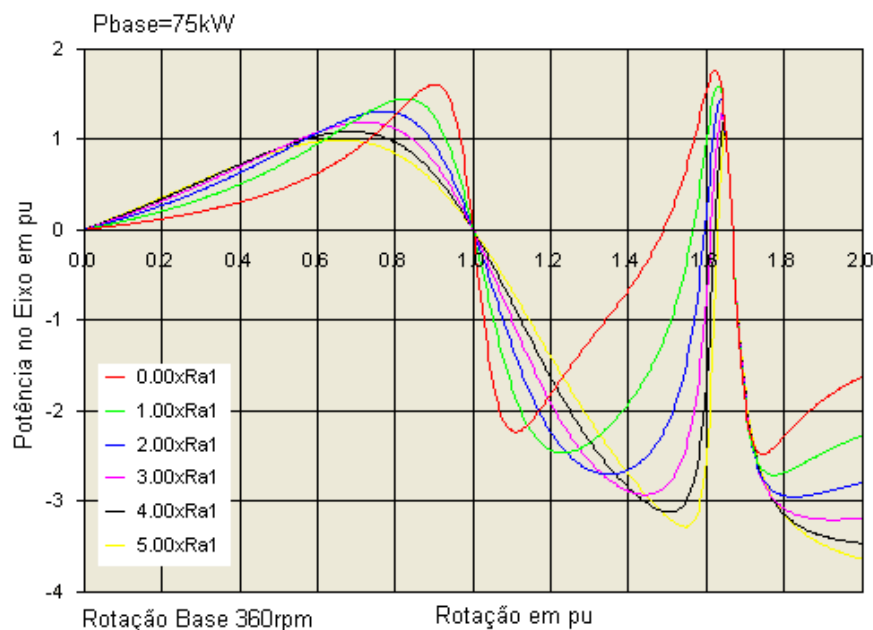


Fig. 4.3.2.10 – MATRBGC –Potência no eixo da máquina principal com o estator da máquina auxiliar ligado a um banco de resistências externas.

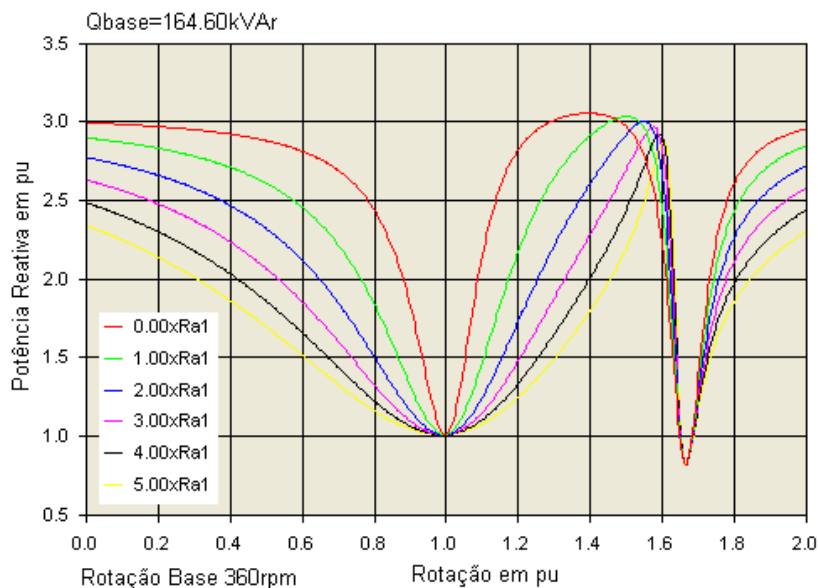


Fig. 4.3.2.11 – MATRBGC –Potência reativa no estator da máquina principal com o estator da máquina auxiliar ligado a um banco de resistências externas

4.3.3. Estator da Máquina Auxiliar ligado à rede através do conversor de frequência

Nesta condição de trabalho o estator da máquina auxiliar está conectado à rede através de um conversor de frequência de controle vetorial, conforme mostrado nas Fig. 2.6.1, 2.7.2 e 2.8.5. A função do conversor é desacoplar a frequência da rede e impor ao estator da máquina auxiliar o fasor tensão \mathcal{U}_{ac1} , mostrado na Fig. 4.2.1. A frequência da tensão imposta depende da rotação da máquina

conforme mostrado na Fig. 3.6.1.2. A amplitude e a fase dependem da rotação e principalmente da condição de trabalho imposta ao estator da máquina principal, ou seja, depende se a máquina está trabalhando como motor ou gerador, e se o fator de potência é indutivo ou capacitivo.

Apresentamos a seguir o funcionamento motor do protótipo da MATRBGC cujos dados estão mostrados no parágrafo 3.7.3, operando em regime permanente com conversor de frequência ligado ao estator da máquina auxiliar. Consideramos que a máquina principal opera com fator de potência unitário. Consideramos também que a rotação básica seja a rotação síncrona natural da cascata “mais”. No eixo da máquina está atuando um torque, que no intervalo de 0,70 pu até 1,0 pu da rotação básica, varia de acordo com a rotação conforme mostrado na Fig. 4.3.3.1, e que obedece a seguinte equação:

$$T(\%) = 30 + 50 \left(\frac{n - n_0}{100} \right) + 150 \left(\frac{n - n_0}{100} \right)^2 \quad (4.3.3.1)$$

onde n é a rotação em porcentagem e n_0 rotação inicial em porcentagem.

Para rotações superiores a 1,0 pu o torque diminui proporcionalmente com a rotação de maneira que a potência no eixo da máquina seja constante. A Fig. 4.3.3.1 mostra a variação do torque no eixo no intervalo de 0,70 pu até 1,30 pu da rotação básica.

As Figs. 4.3.3.2 a 4.3.3.10 mostram as correntes, o fluxo de potência, torques e a tensão que o conversor deve aplicar ao estator da máquina auxiliar para que a máquina principal trabalhe na condição motor com fator de potência unitário, nas seguintes condições:

- Torque no eixo variando conforme Fig. 4.3.3.1,
- Resistência externa no estator da MA: $R_{acad} = 0$,
- Rotação básica: $n_b = 360$ rpm ,
- Torque básico: $T_b = 2085,0$ Nm ,
- Potência ativa base: $P_b = 75.0$ kW ,
- Potência reativa base: $Q_b = 164.60$ kVAr ,
- Corrente de fase base: $I_b = 244.20$ A ,
- Inércia da máquina: $J_{MAT} = 55.00$ kgm² ,
- Inércia da carga: $J_{Carga} = 50.00$ kgm² ,
- Faixa de operação de 70% a 130% da rotação básica.
- Fator de potência unitário.

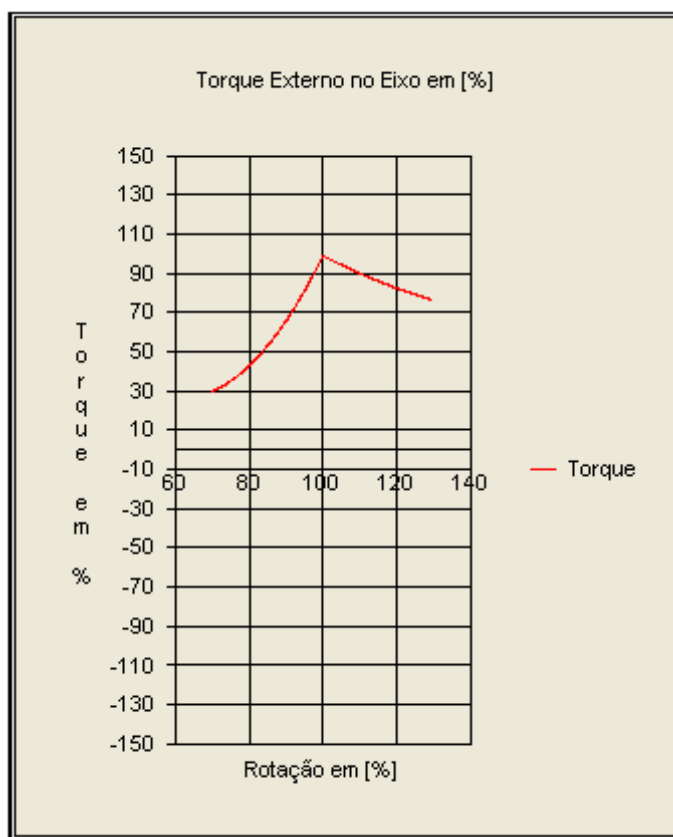


Fig. 4.3.3.1 – MATRBGC –Torque motor no eixo operando com conversor ligado ao estator da máquina auxiliar.

Analisando as Figs. 4.3.3.2 a 4.3.3.10 notamos que a máquina tem um comportamento contínuo como motor em toda a faixa de rotação controlada, inclusive no ponto de rotação síncrona natural da cascata (360 rpm). Todas as grandezas mostradas nos gráficos estão referenciadas ao estator da máquina principal. Para obtermos as grandezas referidas às suas próprias máquinas devem ser aplicadas as constantes de transformações mostradas nas Figs. 3.7.3.1 a 3.7.3.3.

Na Fig. 4.3.3.2 são mostradas as correntes do enrolamento principal e do enrolamento auxiliar, todas referidas ao estator da máquina principal. A corrente I_{ac1} do enrolamento auxiliar referida ao próprio enrolamento auxiliar está mostrada na Fig. 4.3.3.9. A corrente I_{a1} tem comportamento idêntico ao da corrente mostrada na Fig. 4.3.3.2, porém a amplitude é diferente devido ao fator de transformação $k_{pci} = 3,2680$. O fator de transformação k_{pci} é definido pela relação entre a corrente I_{ac1} referida ao estator da máquina principal e a corrente I_{a1} referida ao estator da máquina auxiliar. Portanto para obter a corrente I_{a1} devemos dividir a corrente I_{ac1} por k_{pci} , obtendo desta forma os valores de corrente mostrados na Fig. 4.3.3.9.

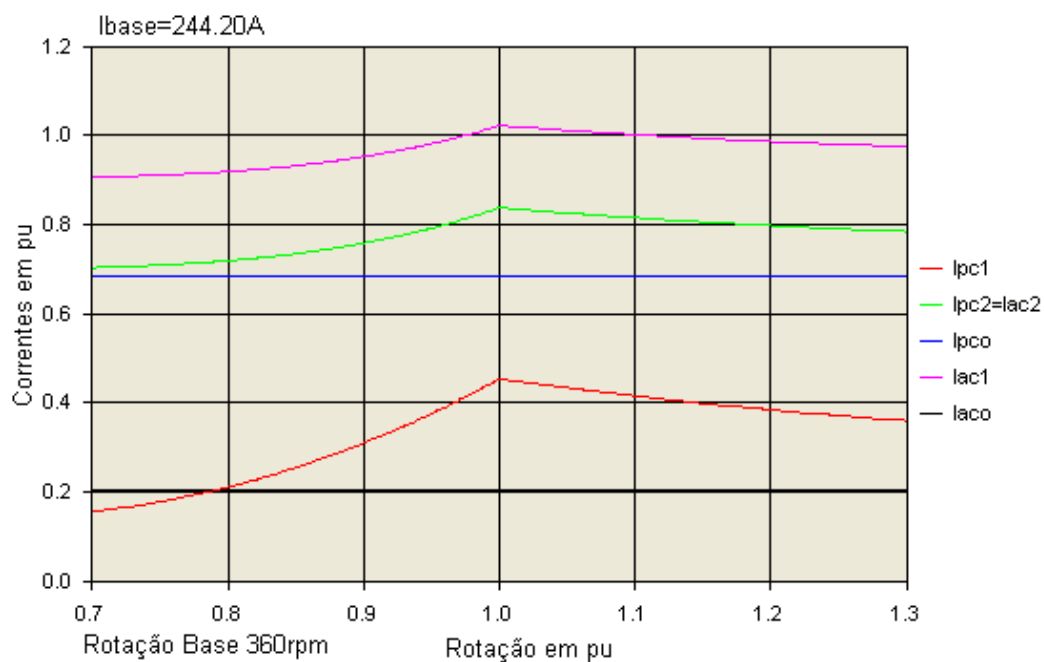


Fig. 4.3.3.2 – MATRBGC –Módulo das correntes na máquina principal e máquina auxiliar, referidas ao estator da máquina principal, operando como motor com conversor de frequência ligado ao estator da máquina auxiliar, controlando o fator de potência unitário na faixa de rotação de 70% a 130% da rotação síncrona natural da cascata.

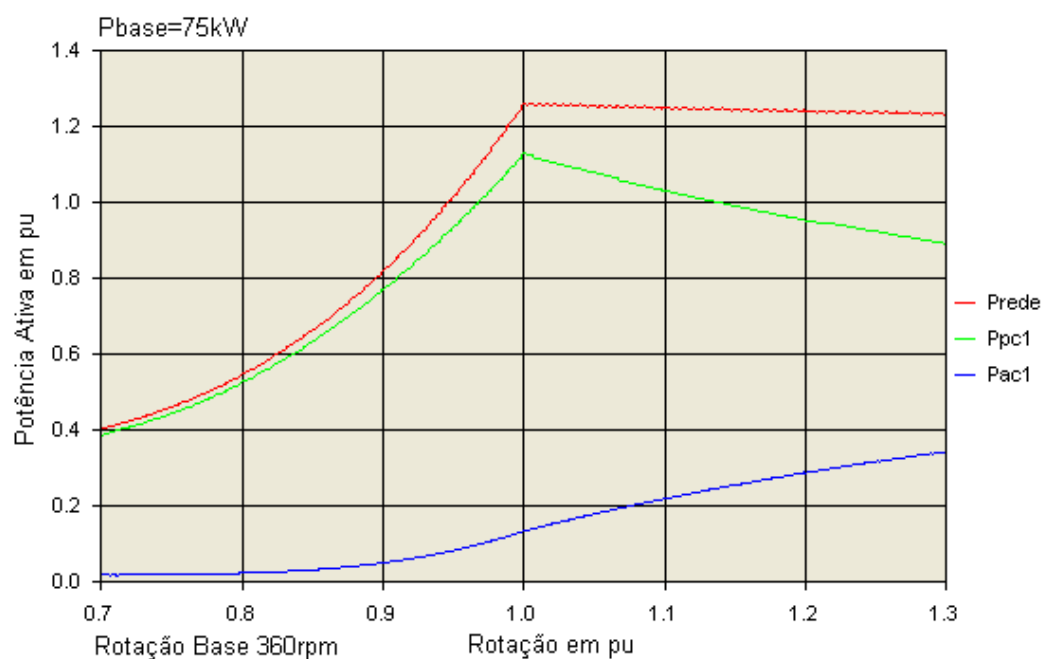


Fig. 4.3.3.3 – MATRBGC –Potências ativas na máquina principal e máquina auxiliar, operando como motor com conversor de frequência ligado ao estator da máquina auxiliar, controlando o fator de potência unitário na faixa de rotação de 70% a 130% da rotação síncrona natural da cascata.

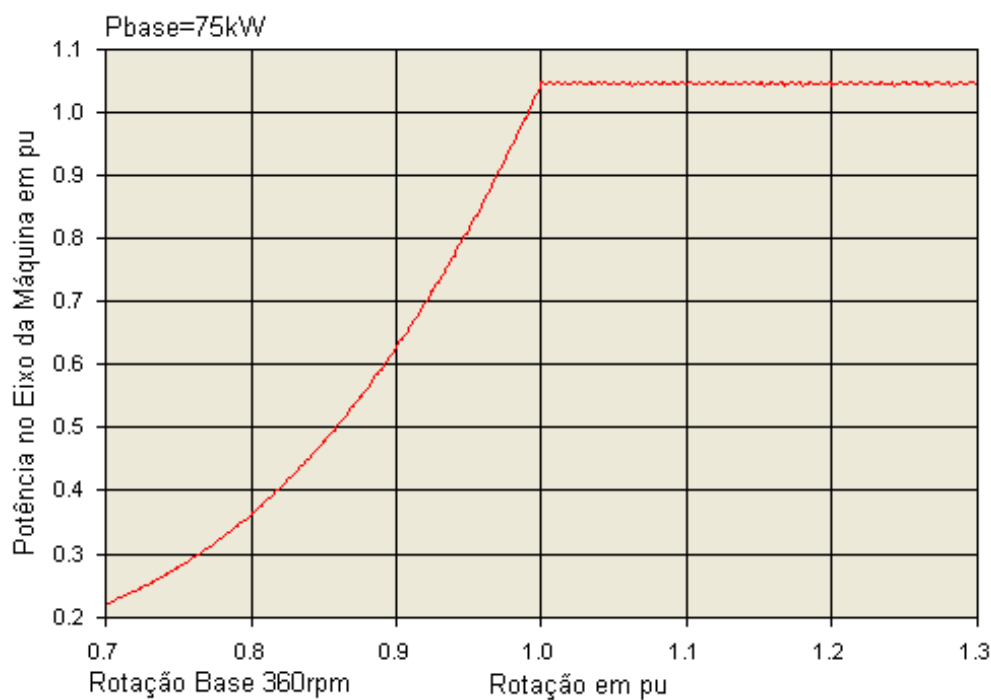


Fig. 4.3.3.4 – MATRBGC –Potência no eixo, operando como motor com conversor de frequência ligado ao estator da máquina auxiliar, controlando o fator de potência unitário na faixa de rotação de 70% a 130% da rotação síncrona natural da cascata.

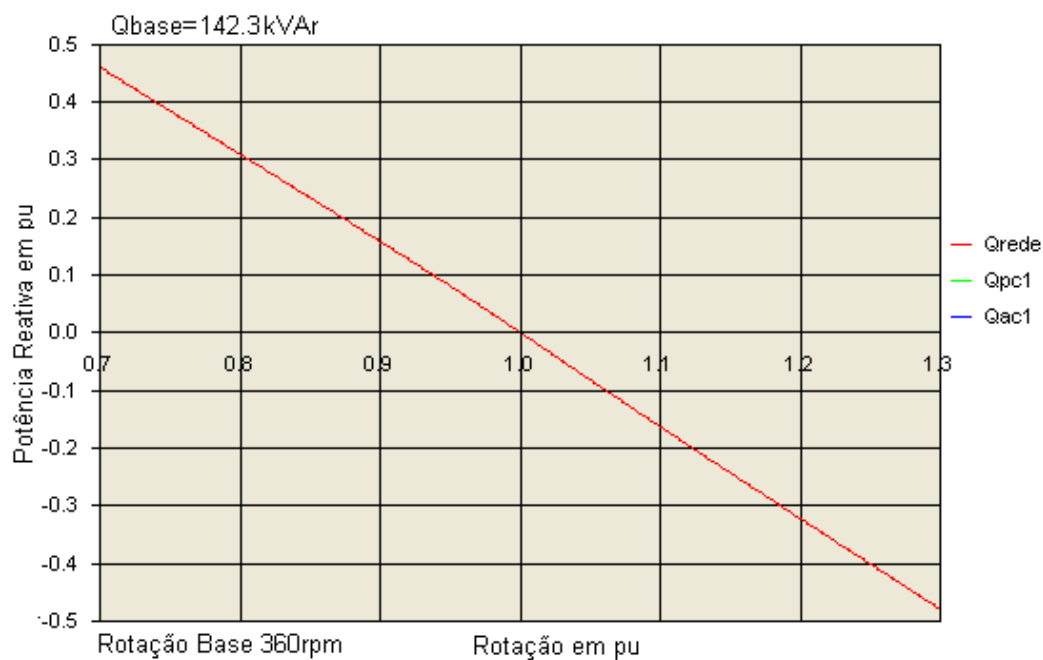


Fig. 4.3.3.5 – MATRBGC –Potência reativa na máquina auxiliar, operando como motor com conversor de frequência ligado ao estator da máquina auxiliar, controlando o fator de potência unitário na máquina principal, na faixa de rotação de 70% a 130% da rotação síncrona natural da cascata.

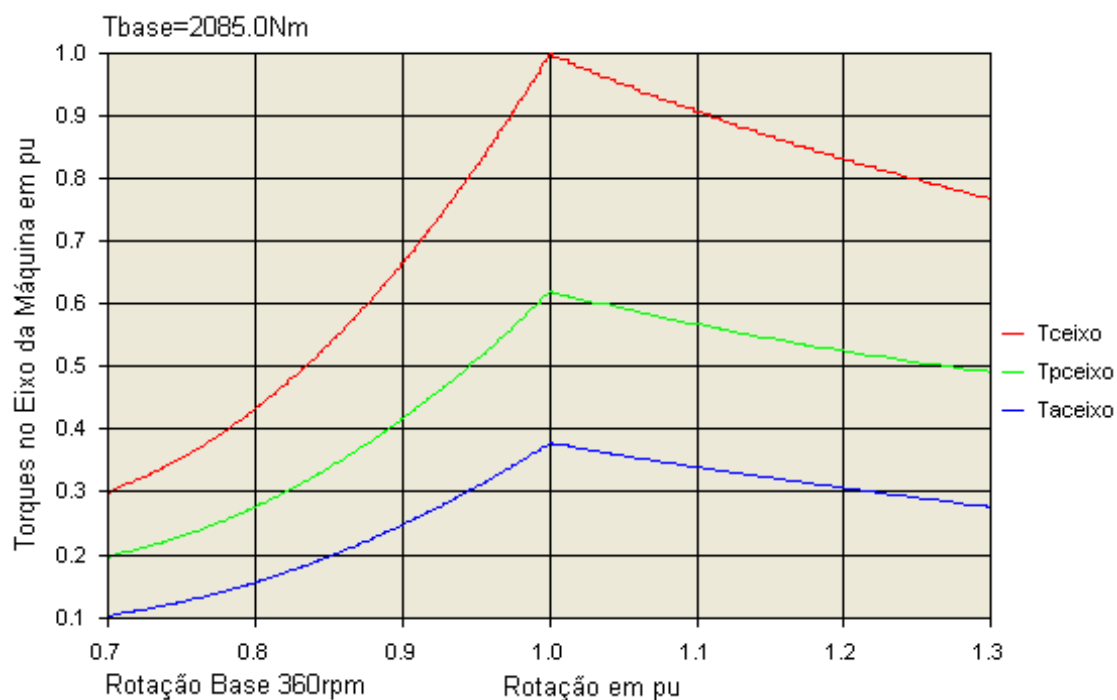


Fig. 4.3.3.6 – MATRBGC –Torques no eixo, operando como motor com conversor de frequência ligado ao estator da máquina auxiliar, controlando o fator de potência unitário na faixa de rotação de 70% a 130% da rotação síncrona natural da cascata.

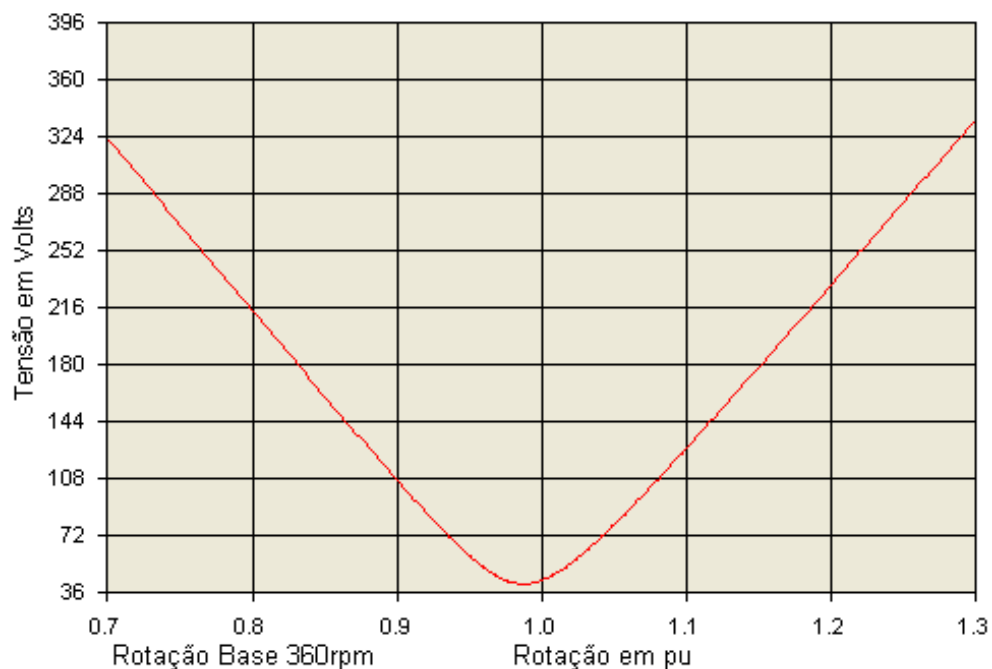


Fig. 4.3.3.7 – MATRBGC –Amplitude da tensão imposta ao estator da máquina auxiliar, referido ao mesmo, operando como motor com conversor de frequência ligado ao estator da máquina auxiliar, controlando o fator de potência unitário na faixa de rotação de 70% a 130% da rotação síncrona natural da cascata.

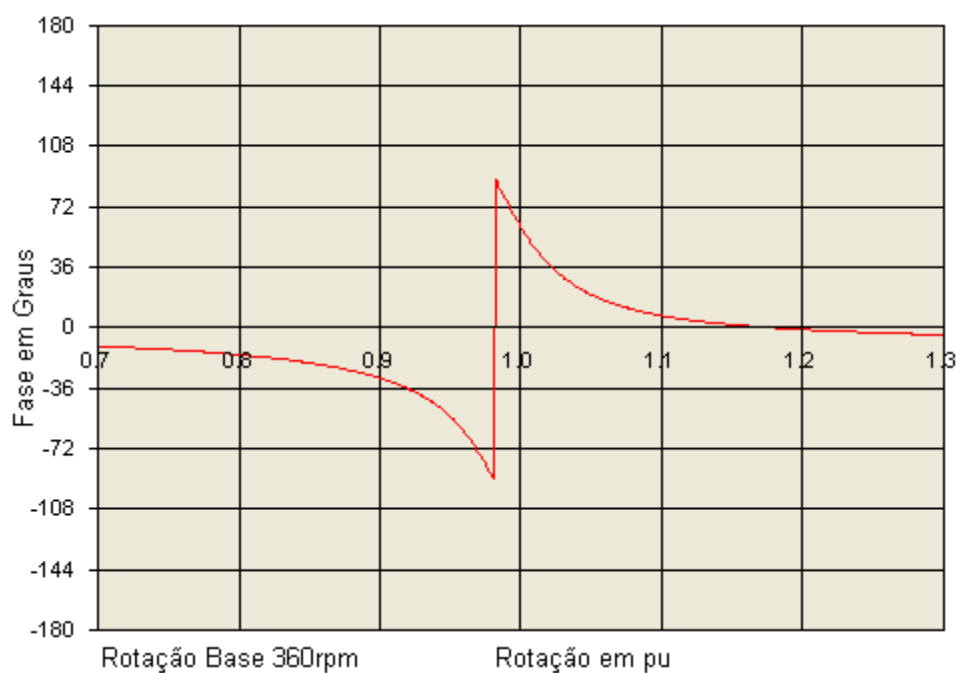


Fig. 4.3.3.8 – MATRBGC –Fase da tensão imposta ao estator da máquina auxiliar, operando como motor com conversor de frequência ligado ao estator da máquina auxiliar, controlando o fator de potência unitário na faixa de rotação de 70% a 130% da rotação síncrona natural da cascata.

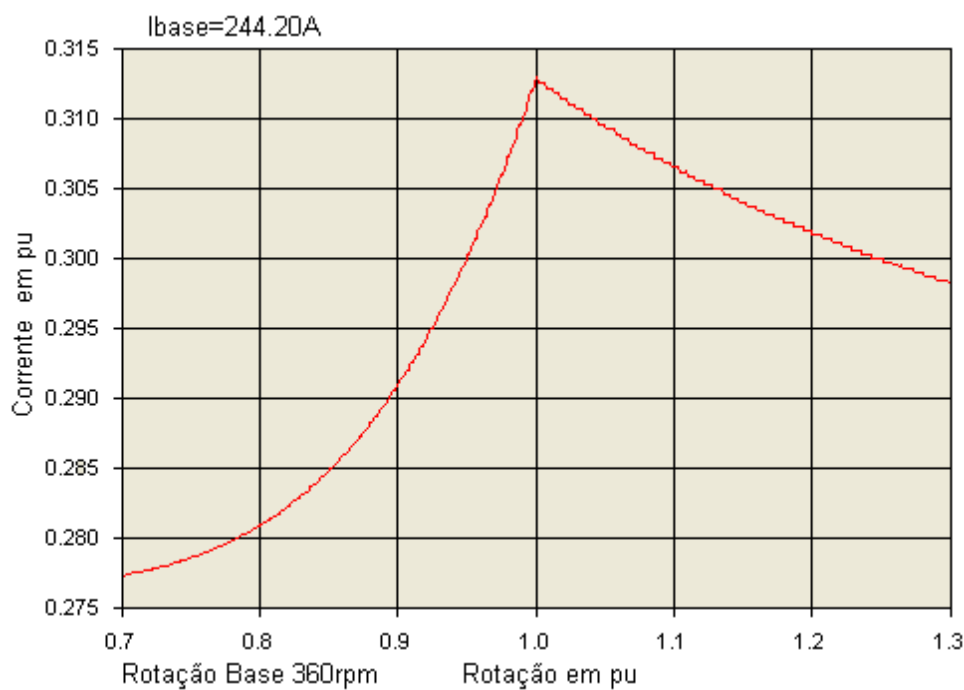


Fig. 4.3.3.9 – MATRBGC –Amplitude da corrente no estator da máquina auxiliar, referida ao mesmo, operando como motor com conversor de frequência ligado ao estator da máquina auxiliar, controlando o fator de potência unitário na faixa de rotação de 70% a 130% da rotação síncrona natural da cascata.

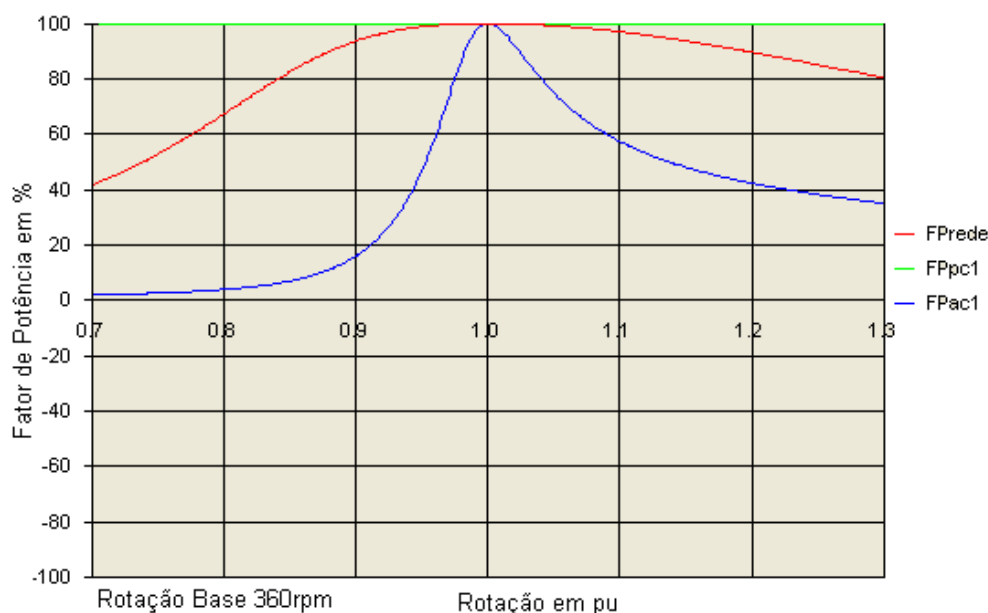


Fig. 4.3.3.10 – MATRBGC –Fatores de potências, operando como motor com conversor de frequência ligado ao estator da máquina auxiliar, controlando o fator de potência unitário na faixa de rotação de 70% a 130% da rotação síncrona natural da cascata.

Na Fig. 4.3.3.5 é mostrada a potência reativa que atravessa o conversor. Para rotações menores que a rotação síncrona natural esta potência é positiva indicando que o fluxo de potência ocorre no sentido do conversor para a máquina. Já para rotações acima da síncrona natural o fluxo se inverte indo da máquina para o conversor.

Nas Figs. 4.3.3.7 e 4.3.3.8 é mostrado o comportamento da amplitude e da fase da tensão imposta pelo conversor ao enrolamento auxiliar para poder controlar a máquina. A frequência desta mesma tensão varia como mostrado na Fig. 3.6.1.2. Observe que um pouco antes da rotação síncrona natural, isto é, 1,00pu da rotação, a amplitude da tensão apresenta o valor mínimo ocorrendo o ponto de inflexão da curva. Já neste mesmo ponto, a fase sofre uma descontinuidade invertendo o sinal de negativo para positivo.

Na simulação como motor, impusemos o fator de potência unitário à máquina principal. Nesta condição a máquina principal não gera e nem absorve potência reativa, tendo apenas potência reativa circulando através do enrolamento da máquina auxiliar, mostrado pela linha vermelha na Fig. 4.3.3.5. A potência ativa do enrolamento auxiliar que circula através do conversor, representada pela linha azul na Fig. 4.3.3.3, é positiva e aumenta com a rotação. Da composição destas duas potências resulta o fator de potência do enrolamento auxiliar que varia conforme a linha azul da Fig. 4.3.3.10. Nesta figura se observa que na rotação de 1,00pu o fator de potência do enrolamento auxiliar é unitário, mostrando claramente que a potência reativa circulando no enrolamento auxiliar é nula. Neste ponto, a máquina se

comporta exatamente como uma máquina síncrona, onde o conversor deve fornecer apenas uma potência ativa para manter a excitação da mesma.

Na Fig. 4.3.3.10 o fator de potência da máquina principal, imposto como unitário, é representado pela linha verde. O fator de potência da máquina auxiliar se comporta de acordo com a linha azul. A linha vermelha mostra o fator de potência da rede que corresponde ao fator de potência visto pelo conversor, já que ele está conectado entre o enrolamento auxiliar e a rede. Se medirmos o fator de potência no lado da rede, encontraremos o fator de potência unitário desejado, pois o conversor supre os reativos necessários para o controle da máquina. Como o conversor é dimensionado para uma corrente máxima, no gráfico da corrente no enrolamento auxiliar, mostrado na Fig. 4.3.3.9, se observa que o valor desta corrente na faixa de regulação de velocidade de 0,70 pu até 1,30 pu assume valor máximo da ordem de 30% da corrente base, que neste caso é a corrente nominal da cascata funcionando como motor. Este fato confirma a vantagem da MATDASE com relação ao custo do conversor podendo este ser dimensionado para 30% da potência da máquina.

Apresentaremos a seguir o funcionamento como gerador do protótipo da MATRBGC cujos dados foram mostrados no parágrafo 3.7.3. Mostraremos a máquina operando em regime permanente com conversor de frequência ligado ao estator da máquina auxiliar. Iremos também considerar que a máquina principal opera com fator de potência unitário. O torque imposto ao eixo da máquina será parecido com o torque exercido por uma turbina eólica real, que no intervalo de 0,70 pu até 1,00 pu da rotação básica varia de acordo com a rotação, conforme mostrado na Fig. 4.3.3.11, e que obedece a seguinte equação:

$$T(\%) = - \left[30 + 50 \left(\frac{n - n_0}{100} \right) + 150 \left(\frac{n - n_0}{100} \right)^2 \right] \quad (4.3.3.2)$$

onde n é a rotação em porcentagem e n_0 é a rotação inicial em porcentagem. O torque é negativo porque, de acordo com a nossa convenção, quando o torque é aplicado ao eixo ele é negativo.

Para rotações superiores a 1 pu o torque diminui proporcionalmente com a rotação de forma que a potência no eixo da máquina seja constante. A Fig. 4.3.3.11 mostra a variação do torque no eixo no intervalo de 0.70 pu até 1.30 pu da rotação básica.

As Figs. 4.3.3.12 a 4.3.3.20 mostram as correntes, o fluxo de potência, torques e a tensão que o conversor deve aplicar ao estator da máquina auxiliar para que a máquina principal trabalhe na condição de gerador com fator de potência unitário nas seguintes condições:

- Torque no eixo variando conforme a Fig. 4.3.3.11,
- Resistência externa no estator da máquina auxiliar: $R_{acad} = 0 \, \Omega$,

- Rotação básica: $n_b = 360$ rpm ,
- Torque básico: $T_b = 2085,0$ Nm ,
- Potência ativa base: $P_b = 75,0$ kW ,
- Potência reativa base: $Q_b = 164,60$ kVAr ,
- Corrente de fase base: $I_b = 244,20$ A ,
- Inércia da máquina: $J_{MAT} = 55,00$ kgm² ,
- Inércia da carga: $J_{Carga} = 50,00$ kgm² ,
- Faixa de operação de 70% a 130% da rotação básica.
- Fator de potência unitário.

Todas as grandezas mostradas nas Figs. 4.3.3.12 a 4.3.3.20 estão referenciadas ao estator da máquina principal. Para obtermos as grandezas referidas, as suas próprias máquinas devem ser aplicadas as constantes de transformações mostradas nas Figs. 3.7.3.1 a 3.7.3.3.

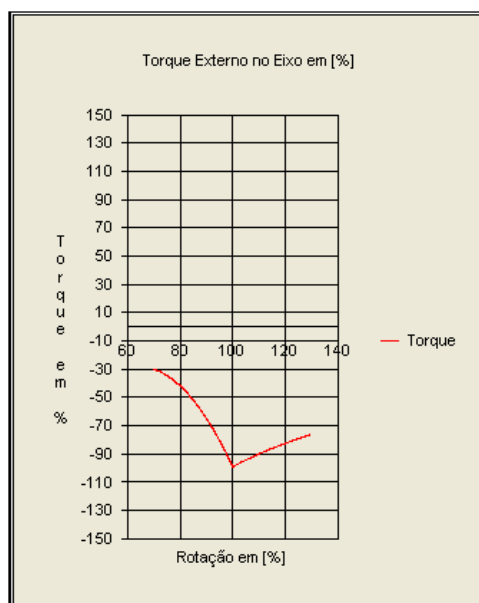


Fig. 4.3.3.11 – MATRBGC –Torque gerador no eixo operando com conversor ligado ao estator da máquina auxiliar

Analisando as Figs. 4.3.3.12 a 4.3.3.20 notamos que a máquina também tem um comportamento contínuo como gerador em toda a faixa de rotação controlada, inclusive no ponto de rotação síncrona natural da cascata (360 rpm). Todas as grandezas mostradas nestas figuras estão referenciadas ao estator da máquina principal. Para obtermos as grandezas referidas as suas próprias máquinas devem ser aplicadas as constantes de transformações mostradas nas Figs. 3.7.3.1 a 3.7.3.3.

Na Fig. 4.3.3.12 são mostradas as correntes do enrolamento principal e do enrolamento auxiliar, todas referidas ao estator da máquina principal. A corrente I_{ac1} do enrolamento auxiliar, referida ao mesmo enrolamento auxiliar, está mostrada na Fig. 4.3.3.19. A corrente I_{a1} tem o comportamento idêntico a da corrente mostrada na Fig. 4.3.3.12, porém a amplitude é diferente devido ao fator de transformação $k_{pci} = 3,2680$, mostrado na Fig. 3.7.3.3.

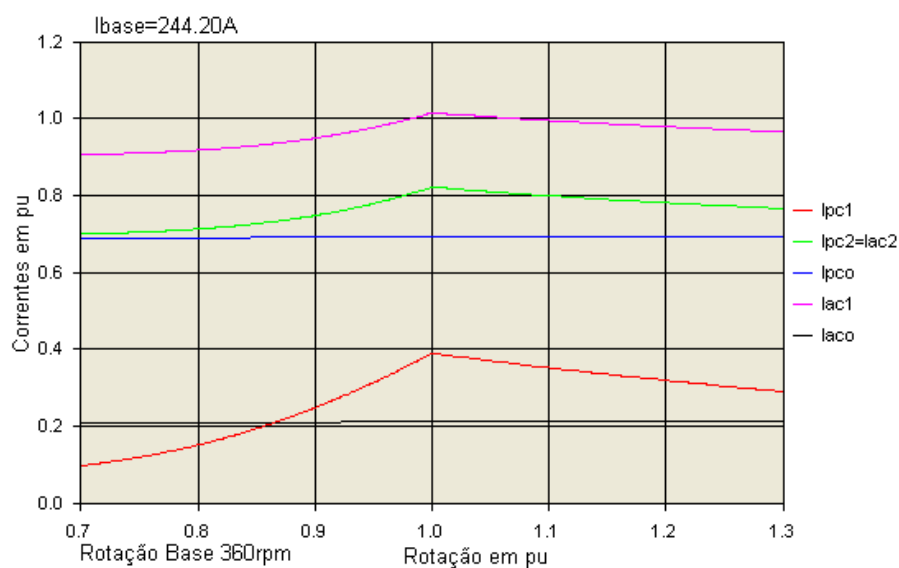


Fig. 4.3.3.12 – MATRBGC –Módulo das correntes na máquina principal e máquina auxiliar, referidas ao estator da máquina principal, operando como gerador com conversor de frequência ligado ao estator da máquina auxiliar, controlando o fator de potência unitário na faixa de rotação de 70% a 130% da rotação síncrona natural da cascata.

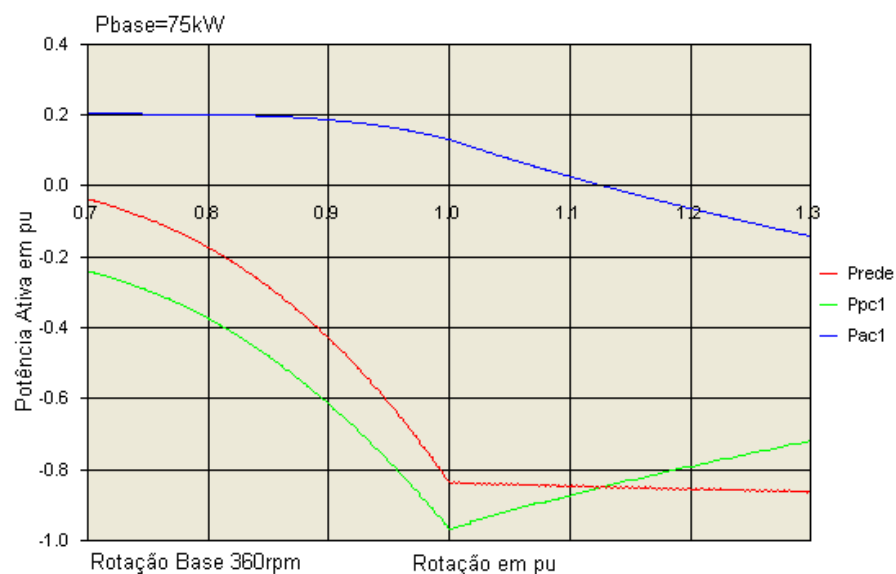


Fig. 4.3.3.13 – MATRBGC –Potências Ativas na máquina principal e máquina auxiliar, operando como gerador com conversor de frequência ligado ao estator da máquina auxiliar, controlando o fator de potência unitário na faixa de rotação de 70% a 130% da rotação síncrona natural da cascata.

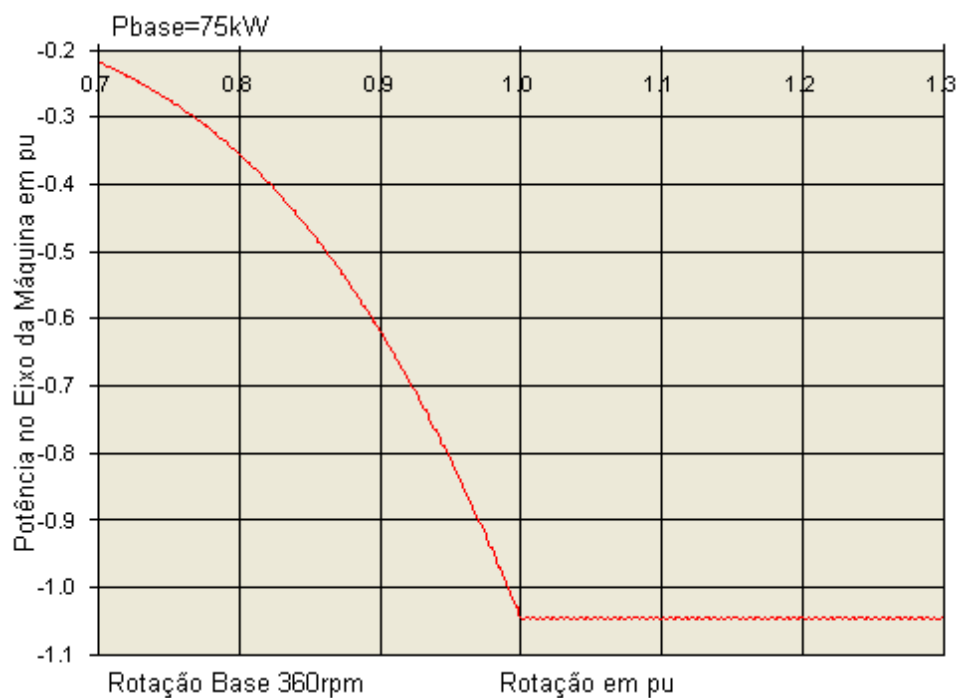


Fig. 4.3.3.14 – MATRBGC –Potência no eixo, operando como gerador com conversor de frequência ligado ao estator da máquina auxiliar, controlando o fator de potência unitário na faixa de rotação de 70% a 130% da rotação síncrona natural da cascata.

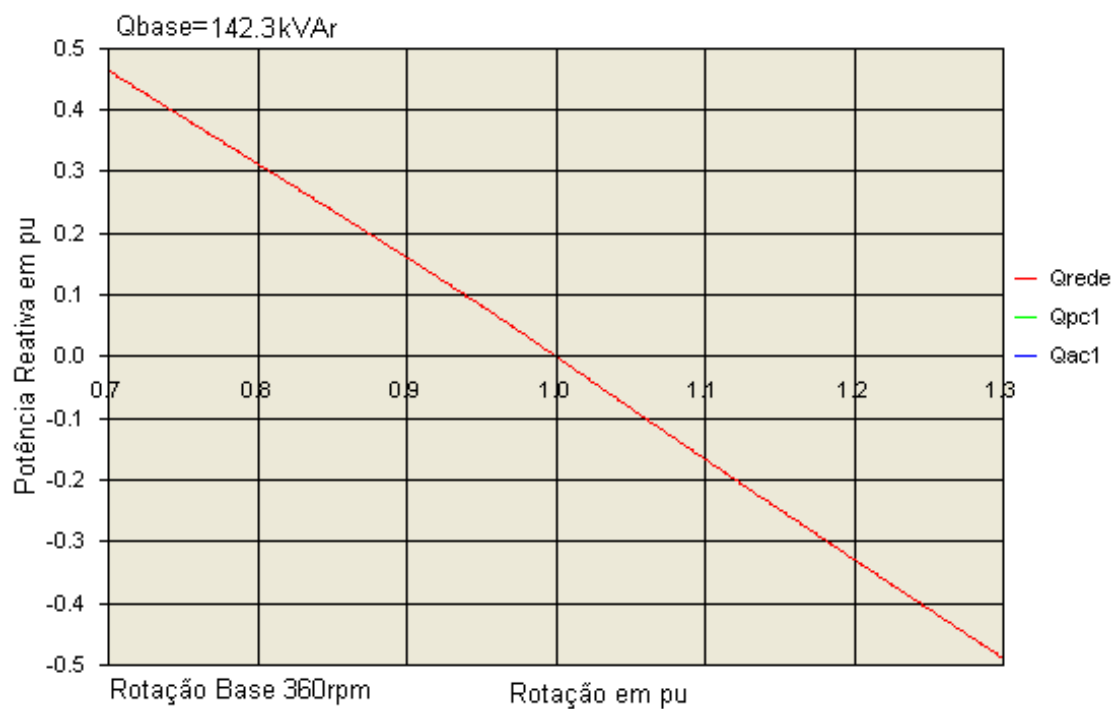


Fig. 4.3.3.15 – MATRBGC –Potências reativas operando como gerador com conversor de frequência ligado ao estator da máquina auxiliar, controlando o fator de potência unitário na faixa de rotação de 70% a 130% da rotação síncrona da cascata.

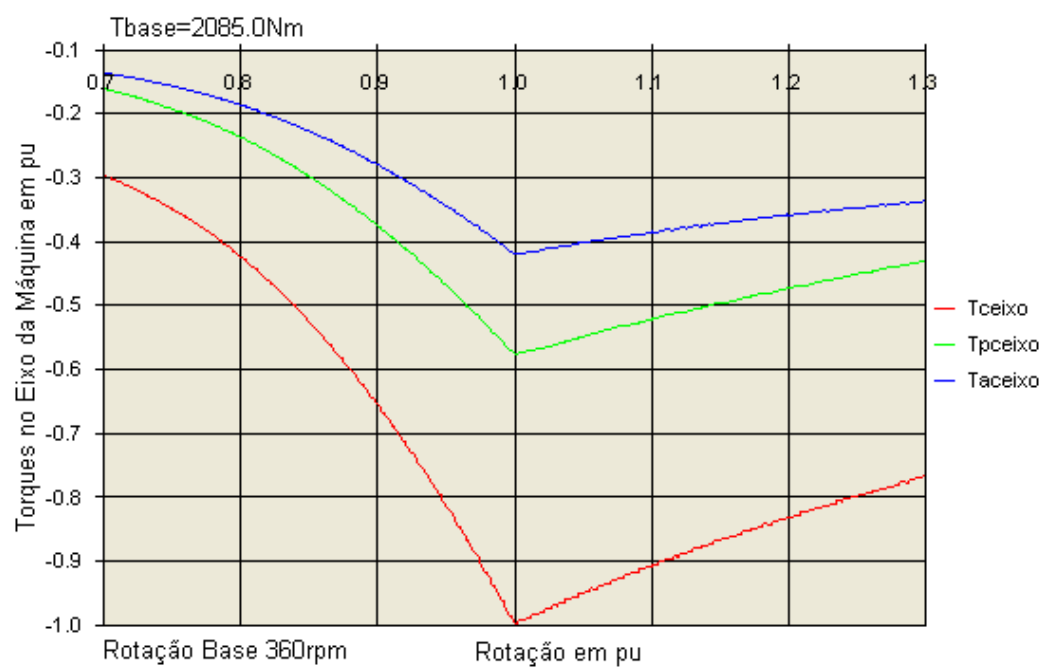


Fig. 4.3.3.16 – MATRBGC –Torques no eixo, operando como gerador com conversor de frequência ligado ao estator da máquina auxiliar, controlando o fator de potência unitário na faixa de rotação de 70% a 130% da rotação síncrona natural da cascata.

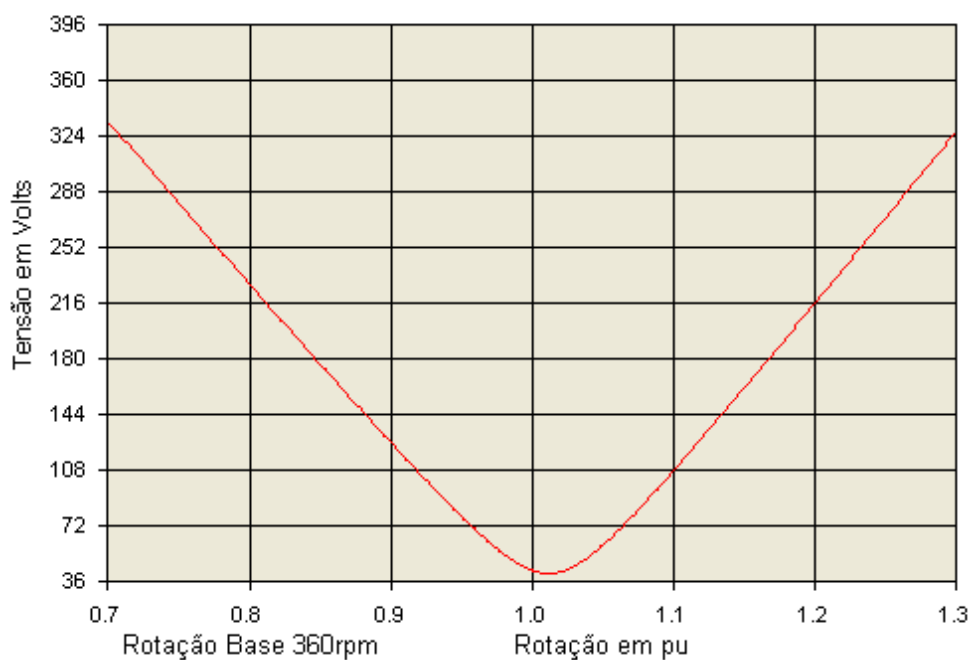


Fig. 4.3.3.17 – MATRBGC –Amplitude da tensão no estator da máquina auxiliar, referida ao mesmo, operando como gerador com conversor de frequência ligado ao estator da máquina auxiliar, controlando o fator de potência unitário na faixa de rotação de 70% a 130% da rotação síncrona natural da cascata.

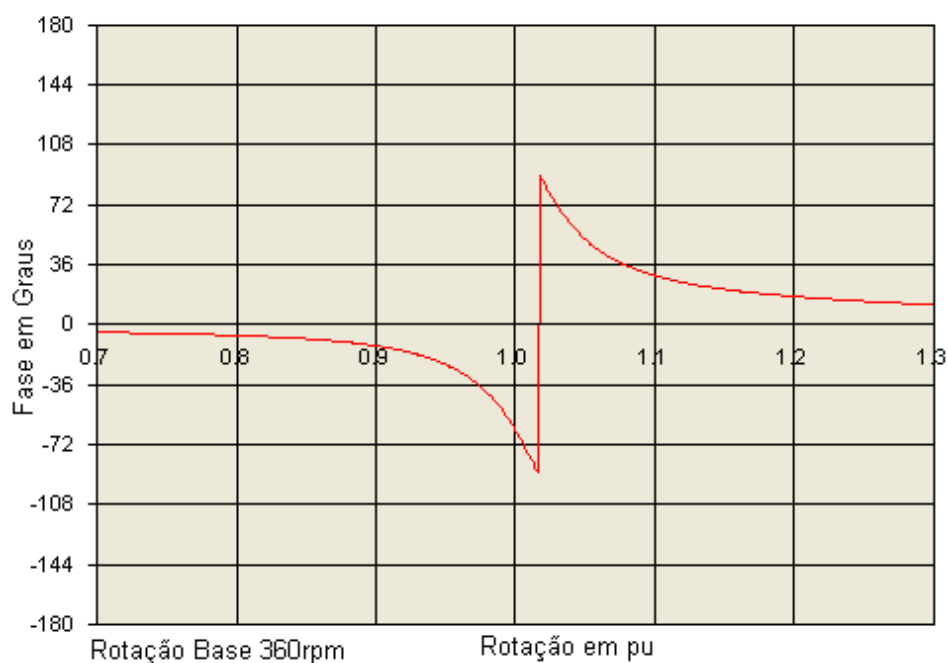


Fig. 4.3.3.18 – MATRBGC –Fase da tensão no estator da máquina auxiliar, operando como gerador com conversor de frequência ligado ao estator da máquina auxiliar, controlando o fator de potência unitário na faixa de rotação de 70% a 130% da rotação síncrona natural da cascata.

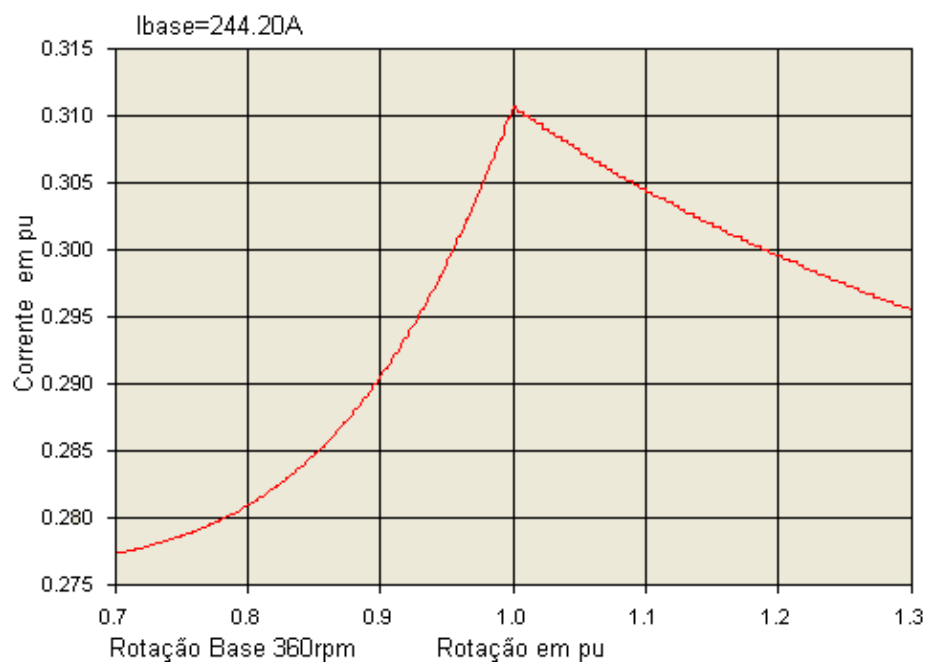


Fig. 4.3.3.19 – MATRBGC –Amplitude da corrente no estator da máquina auxiliar, operando como gerador com conversor de frequência ligado ao estator da máquina auxiliar, controlando o fator de potência unitário na faixa de rotação de 70% a 130% da rotação síncrona natural da cascata.

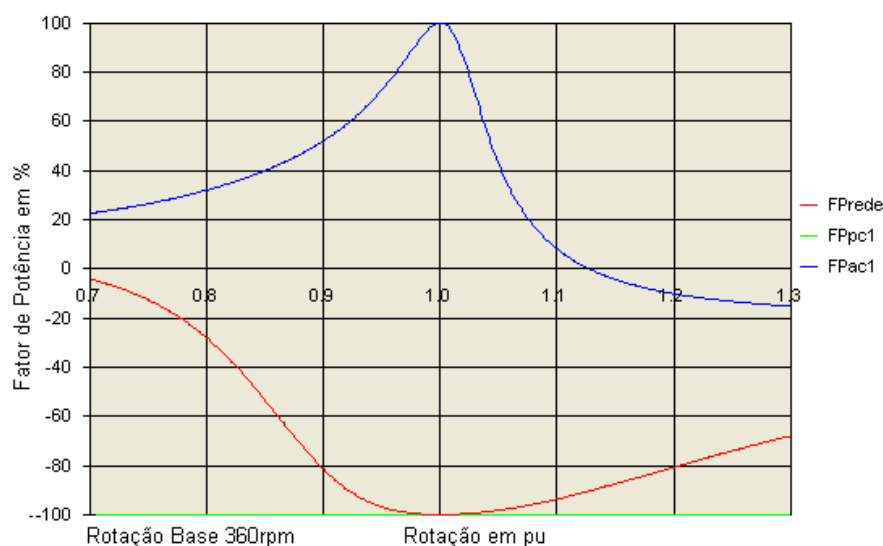


Fig. 4.3.3.20 – MATRBGC –Fatores de potência, operando como gerador com conversor de frequência ligado ao estator da máquina auxiliar, controlando o fator de potência unitário na faixa de rotação de 70% a 130% da rotação síncrona natural da cascata.

Todos os comentários feitos com relação às figuras da máquina operando como motor são válidos para a condição da máquina operando como gerador.

4.4. Análise Comparativa em Regime com os Resultados Experimentais

Neste parágrafo iremos analisar comparativamente os resultados experimentais dos três protótipos fabricados com o resultado teórico obtido das simulações em regime permanente. O desempenho em regime dos protótipos foi obtido através de ensaios dinamométricos industriais.

O método de ensaio segue a orientação das normas internacionais IEC cujos relatórios estão apresentados nos apêndices A, B e C, respectivamente para o protótipo MATRGDA, MATRBDA e MATRBGC. Nestes relatórios estão apresentados, além do ensaio da máquina ligada em cascata MAIS, os ensaios da máquina principal e auxiliar individuais. Comentaremos a seguir apenas o ensaio dos protótipos ligados em cascata “mais”.

4.4.1. Máquina com Rotor de Gaiola [MATRGDA]

Os dados nominais deste protótipo estão mostrados no parágrafo 3.7.1. As curvas de torque, correntes e potência em regime foram levantadas acoplando a máquina a um dinamômetro e acelerando-a até atingir três vezes a rotação síncrona natural da cascata. O desempenho foi medido na condição motor e gerador, alimentando o enrolamento principal de 12 pólos com a tensão nominal de 440 V – 60Hz, com o enrolamento auxiliar de 8 pólos em curto circuito. Numa segunda condição, alimentando o enrolamento principal também com 440 V – 60 Hz, porém conectando uma resistência externa ao enrolamento auxiliar.

A tabela 4.4.1.1 mostra, comparativamente, os valores ensaiados e calculados do protótipo MATRGDA na condição motor com o enrolamento auxiliar em curto-circuito.

Na tabela 4.4.1.2 são mostrados os valores ensaiados e calculados da MATRGDA funcionando como gerador com o enrolamento auxiliar em curto-circuito.

Tabela 4.4.1.1 – Características de desempenho da máquina MATRGDA em carga como motor alimentando o enrolamento principal com o auxiliar em curto circuito.

Desempenho	Pontos de carga motor em % da potência nominal											
	Vazio		25		50		75		100		125	
	C	E	C	E	C	E	C	E	C	E	C	E
P. eixo (kW)	0,00	0,00	3,75	3,75	7,50	7,50	11,25	11,25	15,00	15,00	18,75	18,75
P. abs. (kW)	2,31		6,18	7,849	10,23	11,54	14,50	15,33	19,06	19,52	24,07	23,59
Tensão (V)	440	440	440	440	440	440	440	440	440	440	440	440
Rotação (rpm)	360,0		357,2	357,0	354,7	355,5	350,6	353,4	346,3	351,0	340,7	348,8
Torque (Nm)	5,30		105,6	100,3	207,7	201,3	311,9	303,8	419,2	407,8	531,2	513,0
Ip ₁ (A)	55,1		55,3	62,9	56,6	66,4	59,1	68,4	63,2	71,7	69,29	76,4
Ip ₂ (A)	14,50		15,70		19,40		24,8		31,6		40,11	
Ip ₀ (A)	40,60		40,50		40,3		40,0		39,6		39,97	
Ia ₁ (A)	0,00		1,97		4,10		6,33		8,79		11,65	
Ia ₂ (A)	4,75		5,20		6,40		8,13		10,37		13,14	
Ia ₀ (A)	4,75		4,70		4,50		4,40		4,24		4,02	
Rend. (%)	0,00		60,7	47,8	73,3	65,0	77,6	73,4	78,7	76,9	77,9	79,5
Fat. Pot (%)	5,50		14,7	16,4	23,7	22,8	32,2	29,4	39,6	35,7	45,58	40,5

Tabela 4.4.1.2 – Características de desempenho da máquina MATRGDA em carga como gerador alimentando o enrolamento principal com o auxiliar em curto circuito.

Desempenho	Pontos de carga gerador em (%) da potência nominal											
	Vazio		25		50		75		100		125	
	C	E	C	E	C	E	C	E	C	E	C	E
P. útil (kW)	0,00	0,00	3,75	3,75	7,50	7,50	11,25	11,25	15,00	15,00	18,75	18,75
P. eixo (kW)	2,35		6,37	8,88	10,59	13,18	15,07	17,98	19,84	22,57	25,10	
Tensão (V)	440	440	440	440	440	440	440	440	440	440	440	440
Rotação (rpm)	360,0		364,6	364,6	367,4	367,0	370,4	369,5	373,7	372,7	377,7	
Torque (Nm)	61,8		166,7	232,5	275,3	342,7	388,6	464,3	506,9	577,9	634,5	
Ip ₁ (A)	54,9		57,3	68,9	60,1	73,8	64,2	79,9	69,60	87,2	77,06	
Ip ₂ (A)	13,96		18,55		23,53		29,81		37,19		46,17	
Ip ₀ (A)	40,64		40,60		40,49		40,27		39,91		39,32	
Ia ₁ (A)	0,00		3,43		5,59		7,90		10,43		13,39	
Ia ₂ (A)	4,24		6,14		7,89		10,03		12,57		15,77	
Ia ₀ (A)	4,75		4,88		4,94		4,99		5,03		4,97	
Rend. (%)	0,00		58,90	42,2	70,80	56,9	74,70	62,6	75,61	66,5	74,71	
Fat. Pot (%)	0,00		8,60	7,10	16,38	13,3	23,00	18,5	28,30	22,6	31,93	

Na condição da máquina operando com o enrolamento auxiliar em curto circuito, tanto em regime motor como em regime gerador, conforme dados de desempenho mostrados nas tabelas 4.4.1.1 e 4.4.1.2, não apresenta um rendimento e um fator de potência bom. Porém a melhor condição de uso da MATDASE é com conversor de frequência controlando o torque e o fator de potência da máquina. Com o fator de potência melhorado através do controle do conversor a corrente através do enrolamento principal diminui, fazendo com que as perdas joules diminuam e conseqüentemente melhora o rendimento da máquina.

Com a máquina acoplada ao dinamômetro elevou-se a rotação até 3,0 pu da rotação síncrona natural da máquina. Os valores de tensão, corrente, potência, torque e rotação foram gravados utilizando um registrador gráfico. De posse destes valores medidos foi possível levantar as curvas de desempenho da máquina. As Figs. 4.4.1.1 a 4.4.1.3 mostram as curvas de torque, potência absorvida da rede e corrente no estator da máquina principal, na condição de alimentação no estator da máquina principal com o enrolamento auxiliar em curto-circuito.

O relatório completo do ensaio da MATRGDA se encontra no apêndice A.

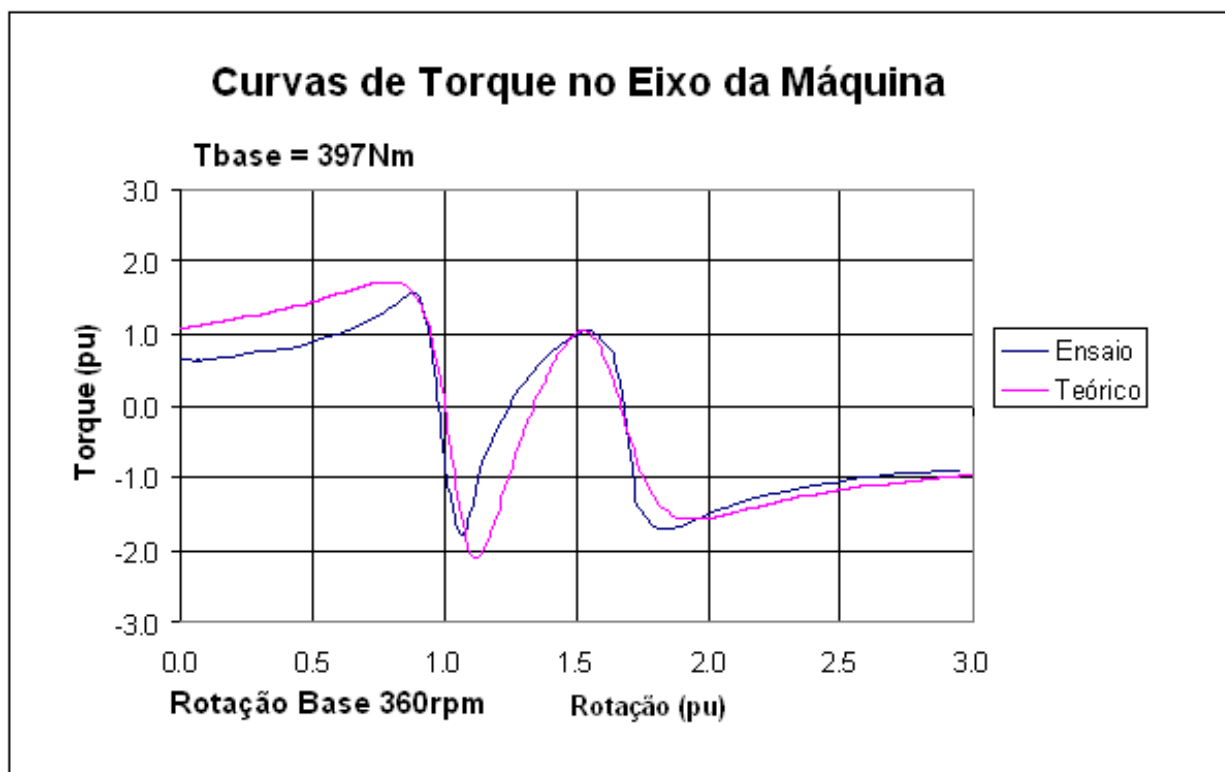


Fig. 4.4.1.1 – MATRGDA –Curva de torque alimentando o enrolamento principal com o enrolamento auxiliar em curto circuito.

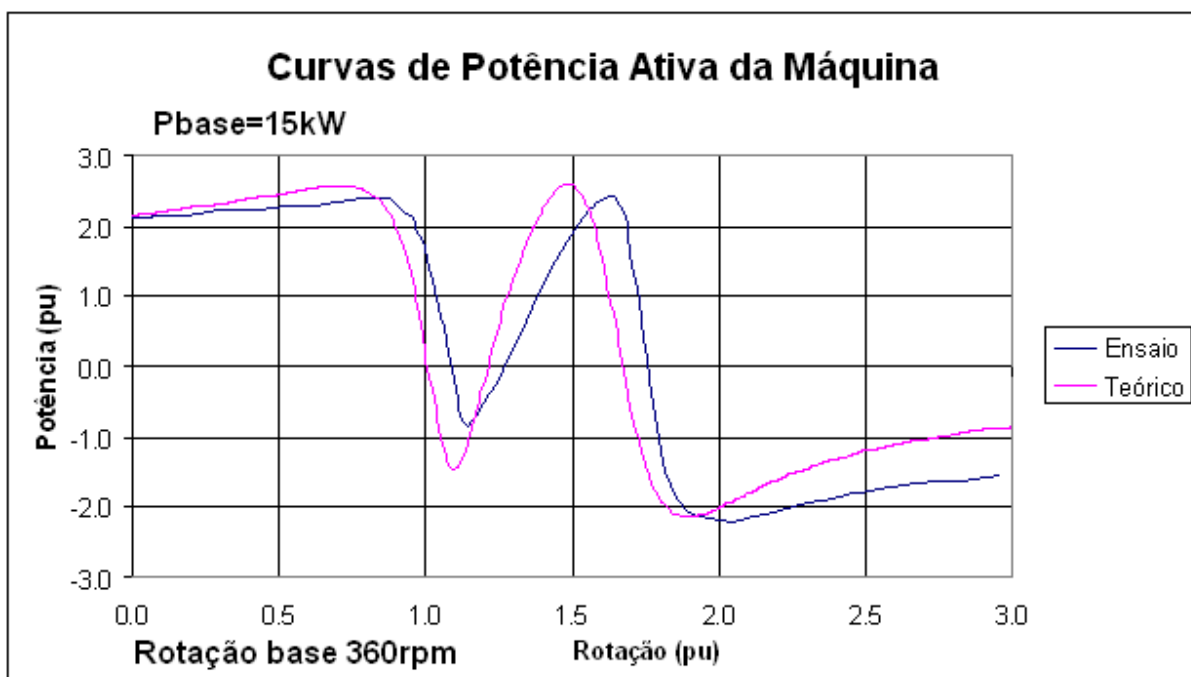


Fig. 4.4.1.2 – MATRGDA –Curva de potência ativa alimentando o enrolamento principal com o enrolamento auxiliar em curto circuito.

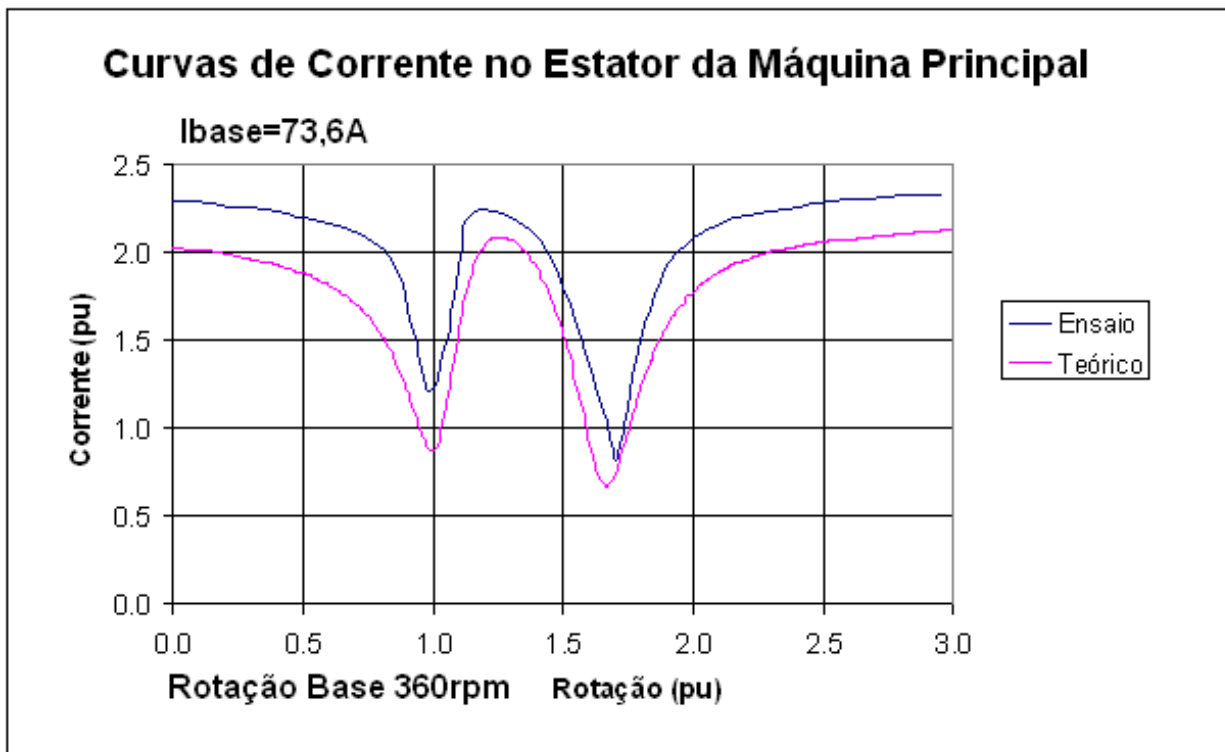


Fig. 4.4.1.3 – MATRGDA –Curva de corrente no estator da máquina principal alimentando o enrolamento principal com o enrolamento auxiliar em curto circuito.

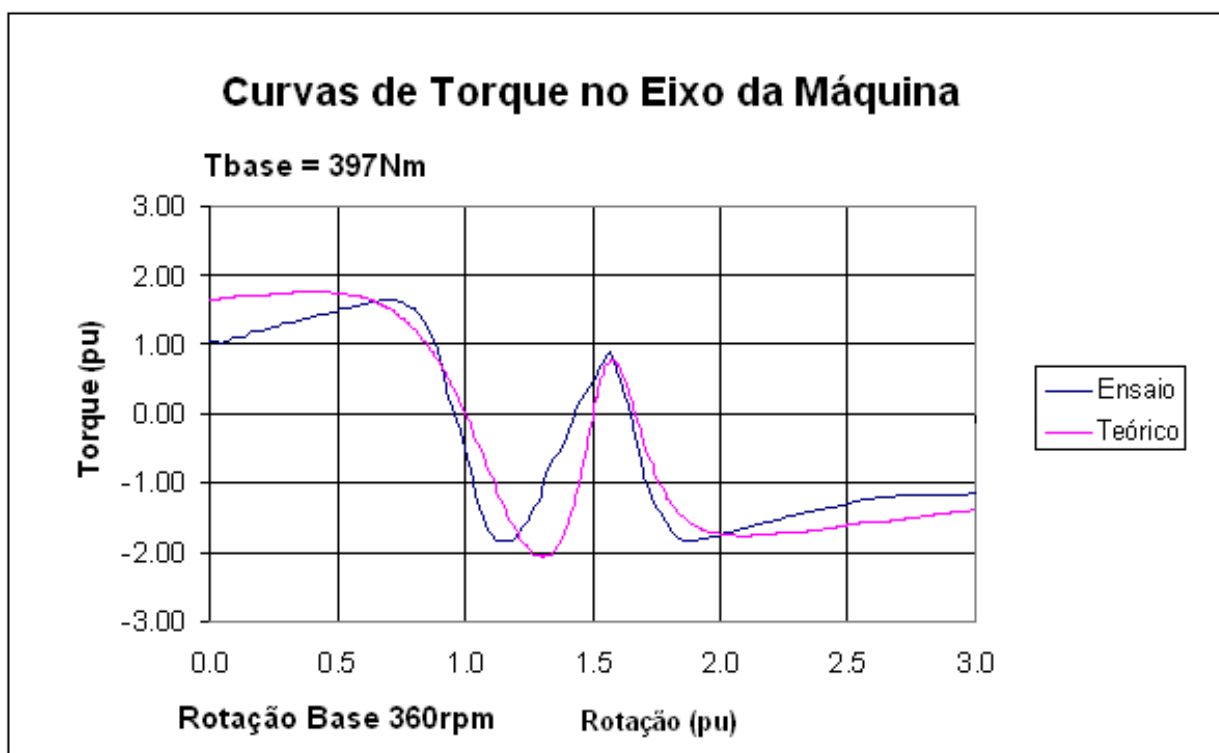


Fig. 4.4.1.4 – MATRGDA –Curva de torque alimentando o enrolamento principal com o enrolamento auxiliar conectado a uma resistência de 1,89 Ra1.

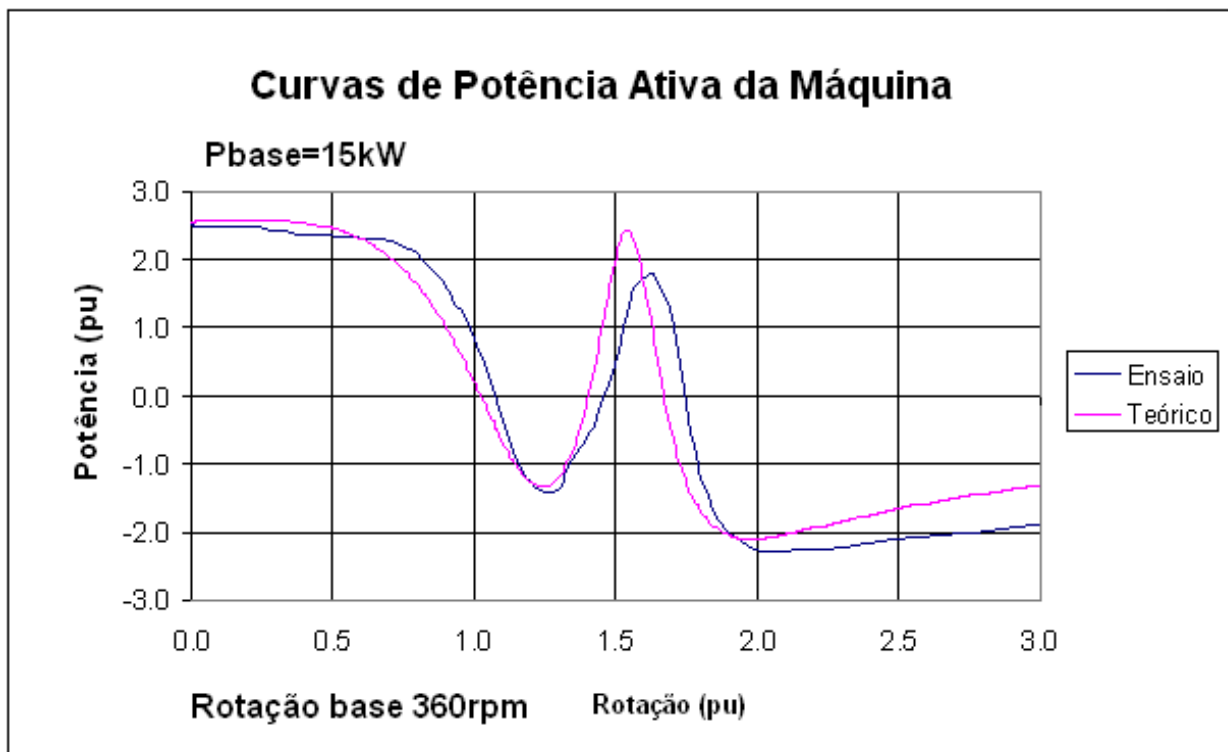


Fig. 4.4.1.5 – MATRGDA –Curva de potência ativa alimentando o enrolamento principal com o enrolamento auxiliar conectado a uma resistência de 1,89 Ra1.

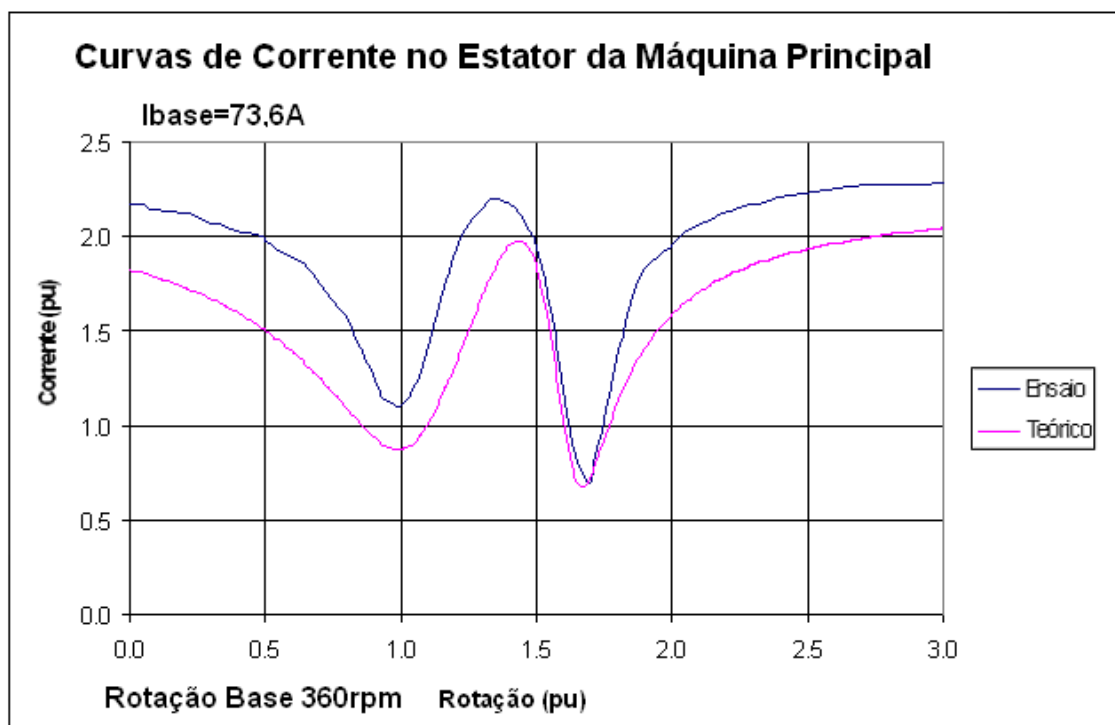


Fig. 4.4.1.6 – MATRGDA –Curva de corrente no estator da máquina principal alimentando o enrolamento auxiliar conectado a uma resistência de 1,89 Ra1.

Analisando as curvas de desempenho da máquina com o enrolamento auxiliar em curto-circuito, mostradas nas Figs. 4.4.1.1 a 4.4.1.3 e as curvas de desempenho com o enrolamento auxiliar conectado a um banco de resistências, mostrados nas Figs. 4.4.1.4 a 4.4.1.6 podemos concluir que as curvas ensaiadas apresentam uma boa concordância com as curvas teóricas. Mostrando assim que o modelo em regime permanente desenvolvido neste capítulo através do circuito equivalente é adequado para prever o comportamento da máquina.

Baseado tanto nas condições calculadas como nas comprovações através de ensaios, pode-se afirmar que a MATRGDA funcionando sem controle através do seu enrolamento auxiliar, apresenta um desempenho em termos de fator de potência e rendimento não muito bom.

4.4.2. Máquina com Rotor de Gaiola [MATRBDA]

Os dados nominais deste protótipo estão mostrados no parágrafo 3.7.2. As curvas de torque, correntes e potência em regime foram levantadas acoplado a máquina a um dinamômetro e acelerando-a até atingir três vezes a rotação síncrona natural da cascata. O desempenho foi medido na condição motor e gerador alimentando o enrolamento principal de 12 pólos com a tensão nominal de 440 V – 60Hz com o enrolamento auxiliar de 8 pólos em curto circuito. Esta máquina não foi testada na segunda condição, isto é, alimentando o enrolamento principal também com 440 V – 60 Hz, porém conectando uma resistência externa ao enrolamento auxiliar.

A tabela 4.4.2.1 mostra, comparativamente, os valores ensaiados e calculados do protótipo MATRBDA na condição motor com o enrolamento auxiliar em curto-circuito.

Na tabela 4.4.2.2 são mostrados os valores ensaiados e calculados da MATRBDA funcionando como gerador com o enrolamento auxiliar em curto-circuito.

Tabela 4.4.2.1 – Características de desempenho da máquina MATRBDA em carga como motor alimentando o enrolamento principal com o auxiliar em curto circuito.

Desempenho	Pontos de carga motor em % da potência nominal											
	Vazio		25		50		75		100		125	
	C	E	C	E	C	E	C	E	C	E	C	E
P. eixo (kW)	0,00	0,00	18,75	18,75	37,50	37,50	56,25	56,25	75,00	75,00	93,75	93,75
P. abs. (kW)	3,12		22,52	21,78	42,78	41,72	64,18	62,40	87,36	81,80		
Tensão (V)	440	440	440	440	440	440	440	440	440	440	440	440
Rotação (rpm)	359,9		357,6	357,2	354,8	354,2	351,5	350,1	346,6	345,3		
Torque (Nm)	26,7		501	501	1009	1011	1528	1534	2066	2074		
Ip ₁ (A)	141,5		145,1	145,4	157,9	159,6	180,2	183,7	215,5	217,4		
Ip ₂ (A)	31,7		43,52		68,9		101,0		141,7			
Ip ₀ (A)	109,9		109,6		108,9		107,8		105,9			
Ia ₁ (A)	0,358		10,42		21,13		32,96		47,4			
Ia ₂ (A)	11,29		15,46		24,50		35,90		50,35			
Ia ₀ (A)	11,20		10,91		10,53		10,00		9,30			
Rend. (%)	0,00		83,30	86,09	87,66	89,88	87,73	90,14	85,8	91,69		
Fat. Pot (%)	3,89		20,36	19,70	35,56	34,30	46,7	44,6	53,2	49,40		

Tabela 4.4.2.2 – Características de desempenho da máquina MATRBDA em carga como gerador alimentando o enrolamento principal com o auxiliar em curto circuito.

Desempenho	Pontos de carga gerador em % da potência nominal											
	Vazio		25		50		75		100		125	
	C	E	C	E	C	E	C	E	C	E	C	E
P. útil (kW)	0,00	0,00	18,75	18,75	37,50	37,50	56,25	56,25	75,00	75,00	93,75	93,75
P. Eixo. (kW)	3,17		22,68	22,05	42,78	42,22	64,5	63,55	87,4	85,23	114,5	
Tensão (V)	440	440	440	440	440	440	440	440	440	440	440	440
Rotação (rpm)	360,0		362,7	362,0	365,0	365,2	367,5	368,3	370,6	372,5	375,7	
Torque (Nm)	83,7		597	581,8	1126	1104	1675	1648	2252	2185	2909	
Ip ₁ (A)	141,5		149,05	152,3	164,2	163,4	188,2	190,4	221,6	232,9	277,4	
Ip ₂ (A)	31,57		47,86		73,68		105,2		142,6		198,7	
Ip ₀ (A)	109,9		109,9		109,6		108,8		107,5		104,4	
Ia ₁ (A)	0,004		11,98		22,55		34,03		47,29		66,79	
Ia ₂ (A)	11,21		17,00		26,17		37,36		50,67		70,57	
Ia ₀ (A)	11,21		11,47		11,62		11,70		11,66		11,32	
Rend. (%)	0,00		82,70	85,02	87,17	88,87	87,27	88,50	85,81	88,00	81,91	
Fat. Pot (%)	0,00		16,51	19,00	30,0	33,80	39,2	43,80	44,4	49,70	44,34	

Analisando os valores de ensaios mostrados nas tabelas 4.4.2.1 e 4.4.2.2 a MATRBDA tem comportamento semelhante ao da MATRGDA comentada anteriormente. O rendimento e o fator de potência operando como motor ou como gerador também apresentam resultados não muito bons.

Porém, conforme já afirmamos a melhor condição de uso da MATDASE é com conversor de frequência controlando o torque e o fator de potência da máquina. Com o fator de potência melhorado através do controle do conversor a corrente através do enrolamento principal diminui, fazendo com que as perdas joules diminuam e conseqüentemente melhora o rendimento da máquina.

O ensaio da MATRBDA também acoplada ao dinamômetro, as principais curvas de desempenho foram levantadas até a rotação até 3,0 pu da rotação síncrona natural da máquina. As Figs. 4.4.2.1 a 4.4.2.3 mostram as curvas de torque, potência absorvida da rede e corrente no estator da máquina principal, na condição de alimentação no estator da máquina principal com o enrolamento auxiliar em curto-circuito.

O relatório completo do ensaio da MATRBDA se encontra no apêndice B.

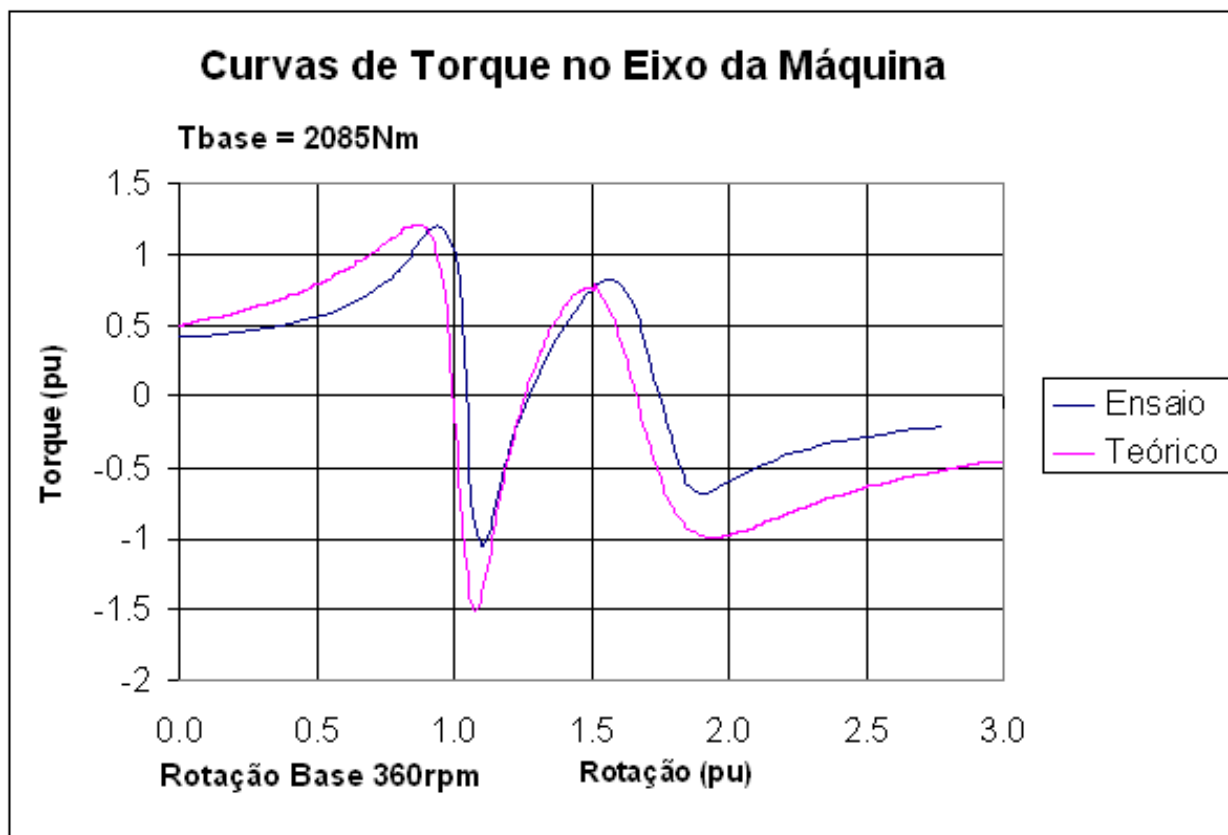


Fig. 4.4.2.1 – MATRBDA –Curva de torque alimentando o enrolamento principal com o enrolamento auxiliar em curto circuito.

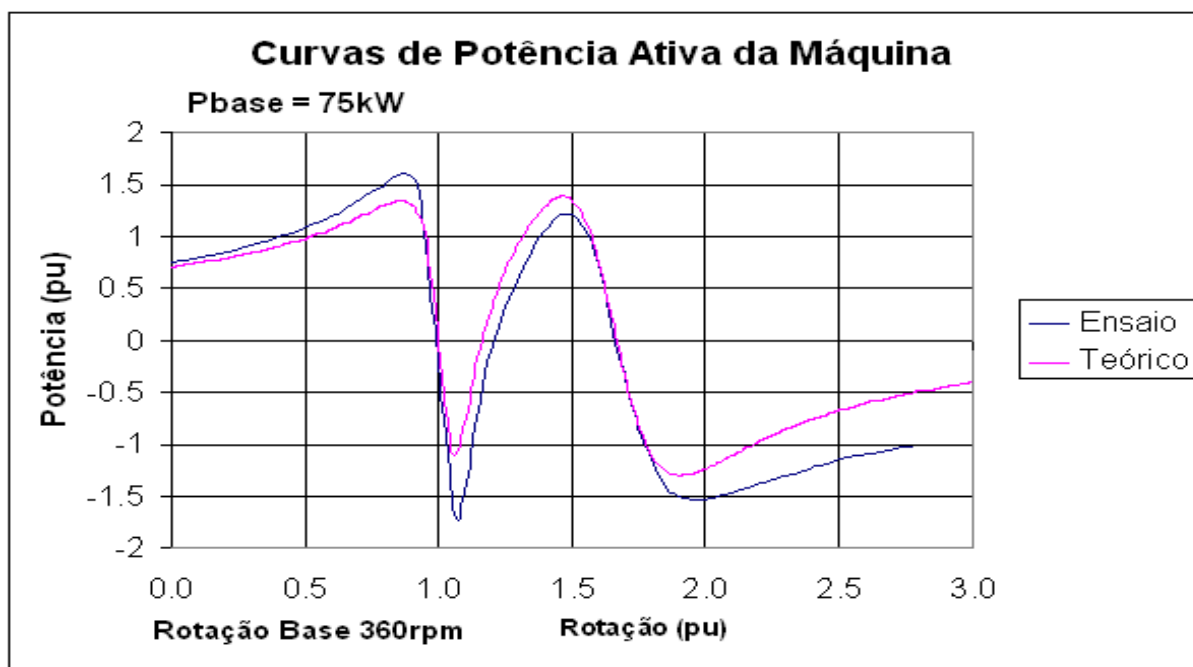


Fig. 4.4.2.2 – MATRBDA –Curva de potência ativa alimentando o enrolamento principal com o enrolamento auxiliar em curto circuito.

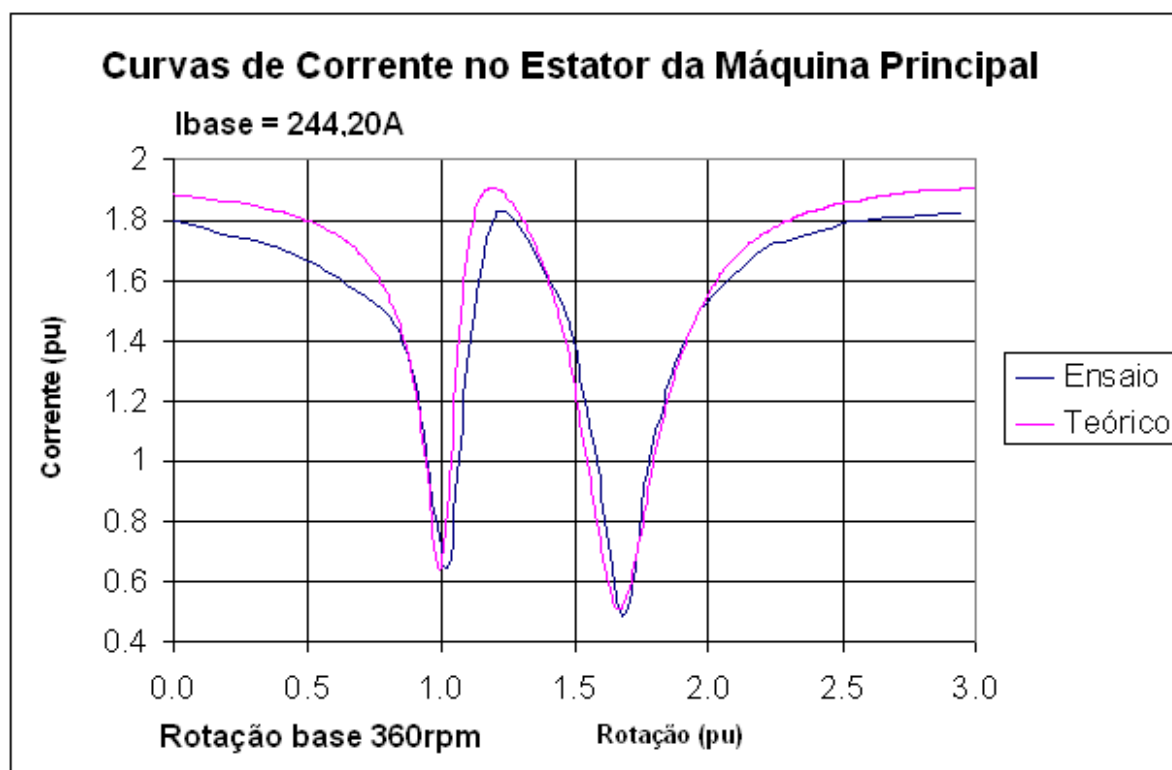


Fig. 4.4.2.3 – MATRBDA –Curva de corrente no estator da máquina principal alimentando o enrolamento principal com o enrolamento auxiliar em curto circuito.

4.4.3. Máquina com Rotor de Gaiola [MATRBGC]

Os dados nominais deste protótipo estão mostrados no parágrafo 3.7.3. As curvas de torque, correntes e potência em regime foram levantadas acoplando a máquina a um dinamômetro e acelerando-a até atingir três vezes a rotação síncrona natural da cascata. O desempenho foi medido na condição motor e gerador alimentando o enrolamento principal de 12 pólos com a tensão nominal de 440 V – 60Hz com o enrolamento auxiliar de 8 pólos em curto circuito. Numa segunda condição alimentando o enrolamento principal também com 440 V – 60 Hz, porém conectando uma resistência externa ao enrolamento auxiliar.

A tabela 4.4.3.1 mostra, comparativamente, os valores ensaiados e calculados do protótipo MATRBGC na condição motor com o enrolamento auxiliar em curto-circuito.

Na tabela 4.4.3.2 são mostrados os valores ensaiados e calculados da MATRBGC funcionando como gerador com o enrolamento auxiliar em curto-circuito.

Tabela 4.4.3.1 – Características de desempenho da máquina MATRBGC em carga como motor alimentando o enrolamento principal com o auxiliar em curto circuito.

Desempenho	Pontos de carga motor em % da potência nominal											
	Vazio		25		50		75		100		125	
	C	E	C	E	C	E	C	E	C	E	C	E
P. eixo (kW)	0,00	0,00	18,75	18,75	37,50	37,50	56,25	56,25	75,00	75,00	93,75	93,75
P. abs. (kW)	3,74		22,6	23,8	42,3	43,7	62,3	63,1	83,0	83,2	104,5	102,3
Tensão (V)	440	440	440	440	440	440	440	440	440	440	440	440
Rotação (rpm)	359,9		358,1	358,7	356,1	357,5	353,9	356,0	351,4	354,5	348,3	350,8
Torque (Nm)	26,6		523	499	1033	1002	1545	1509	2065	2020	2598	2537
I_{p1} (A)	150,5		154,6	210,7	165,5	214,9	183,4	226,3	208,5	243,9	241,8	265,4
I_{p2} (A)	42,5		52,9		74,5		102,4		134,9		172,8	
I_{p0} (A)	108,1		107,8		107,2		106,3		105,0		103,3	
I_{a1} (A)	0,394		9,0		18,0		27,4		37,6		49,1	
I_{a2} (A)	13,0		16,2		22,8		31,3		41,3		52,9	
I_{a0} (A)	12,9		12,8		12,7		12,5		12,2		11,8	
Rend. (%)	0,00		82,8	78,8	88,7	85,8	90,2	89,1	90,4	90,1	89,7	91,6
Fat. Pot (%)	3,26		19,2	14,8	33,5	26,7	44,6	36,6	52,2	44,8	56,7	50,6

Tabela 4.4.3.2 – Características de desempenho da máquina MATRBGC em carga como gerador alimentando o enrolamento principal com o auxiliar em curto circuito.

Desempenho	Pontos de carga gerador em % da potência nominal											
	Vazio		25		50		75		100		125	
	C	E	C	E	C	E	C	E	C	E	C	E
P. útil (kW)	0,00	0,00	18,75	18,75	37,50	37,50	56,25	56,25	75,00	75,00	93,75	93,75
P. Eixo. (kW)	3,77		22,7	24,0	42,4	42,5	62,4	63,2	83,1	82,5	104,3	104,5
Tensão (V)	440	440	440	440	440	440	440	440	440	440	440	440
Rotação (rpm)	360,0		362,2	361,5	364,1	362,9	366,1	364,1	368,2	365,1	370,1	365,8
Torque (Nm)	99,7		599	635	1111	1118	1629	1657	2154	2159	2687	2729
I_{p1} (A)	150,5		156,1	207,6	168,6	228,2	187,0	248,7	211,7	269,2	242,5	289,7
I_{p2} (A)	42,3		55,4		78,1		105,6		136,7		171,7	
I_{p0} (A)	108,2		108,2		108,1		107,7		107,0		105,9	
I_{a1} (A)	0,003		10,3		19,2		28,3		38,1		48,8	
I_{a2} (A)	12,95		16,9		23,9		32,3		41,8		52,5	
I_{a0} (A)	12,95		13,0		13,0		13,0		12,9		12,7	
Rend. (%)	0,00		82,7	78,1	88,5	88,3	90,1	89,0	90,3	90,9	89,9	89,7
Fat. Pot (%)	0,00		15,8	11,9	29,2	21,6	39,5	29,7	46,5	36,6	50,7	42,5

A terceira máquina ensaiada foi a MATRBGC. Analogamente às duas anteriores ela foi ensaiada com o enrolamento auxiliar em curto circuito, tanto em regime motor como em regime gerador. Os dados de performance mostrados nas tabelas 4.4.3.1 e 4.4.3.2, também não apresentam um rendimento e um fator de potência bom. Como o comportamento das três máquinas é semelhante podemos afirmar que a melhor condição de uso da MATDASE é realmente com conversor de frequência, através do qual é possível controlar o fator de potência da máquina. Com o fator de potência melhorado através do controle do conversor a corrente através do enrolamento principal diminui, fazendo com que as perdas joules diminuam e conseqüentemente melhora o rendimento da máquina.

As curvas de torque, potência absorvida da rede e corrente no estator da máquina principal também foram levantadas para a faixa de rotação até 3,0 pu da rotação síncrona natural da máquina.. As Figs. 4.4.3.1 a 4.4.3.3 mostram as curvas de torque, potência absorvida da rede e corrente no estator da máquina principal, na condição de alimentação no estator da máquina principal com o enrolamento auxiliar em curto-circuito.

O relatório completo do ensaio da MATRBGC se encontra no apêndice C

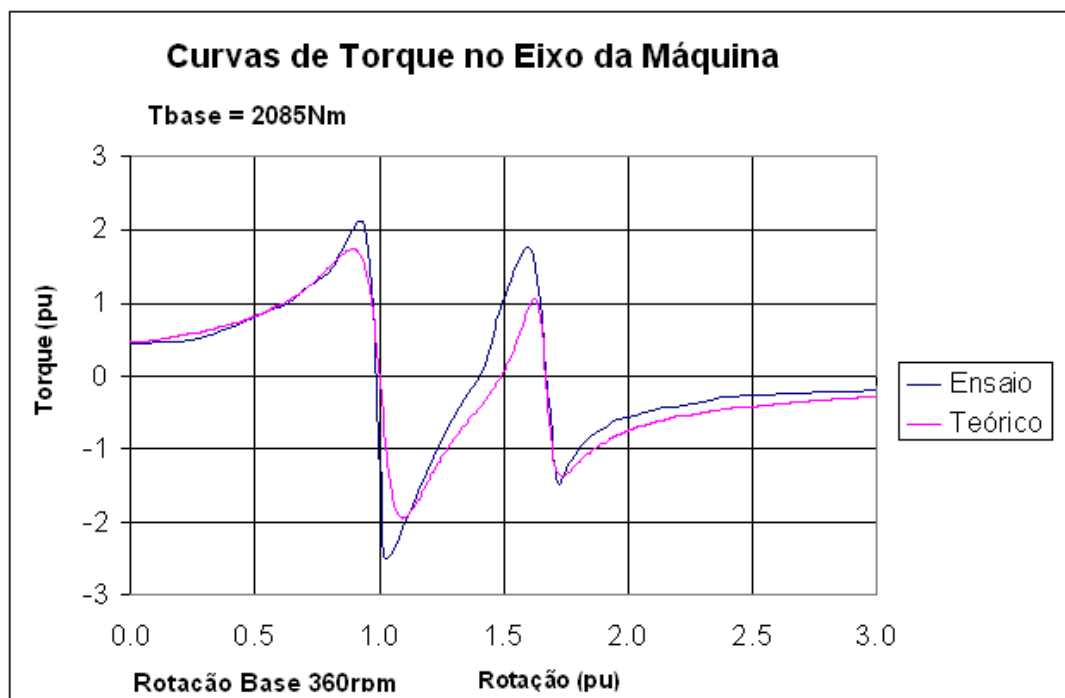


Fig. 4.4.3.1 – MATRBGC –Curva de torque alimentando o enrolamento principal com o enrolamento auxiliar em curto circuito.

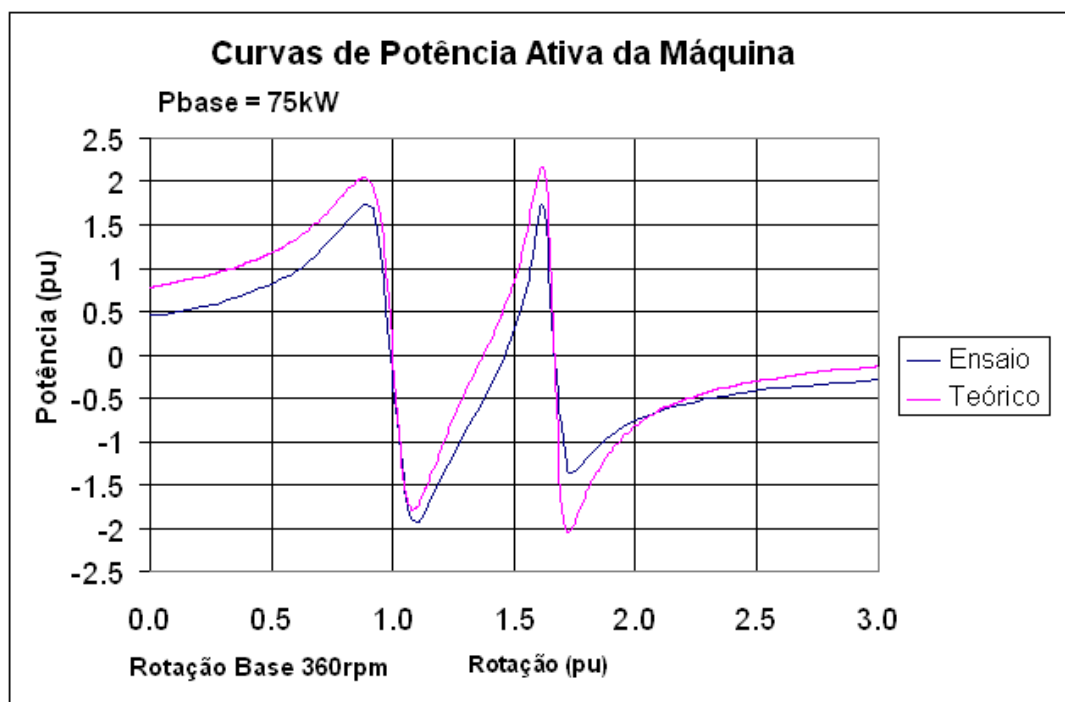


Fig. 4.4.3.2 – MATRBGC –Curva de potência ativa alimentando o enrolamento principal com o enrolamento auxiliar em curto circuito.

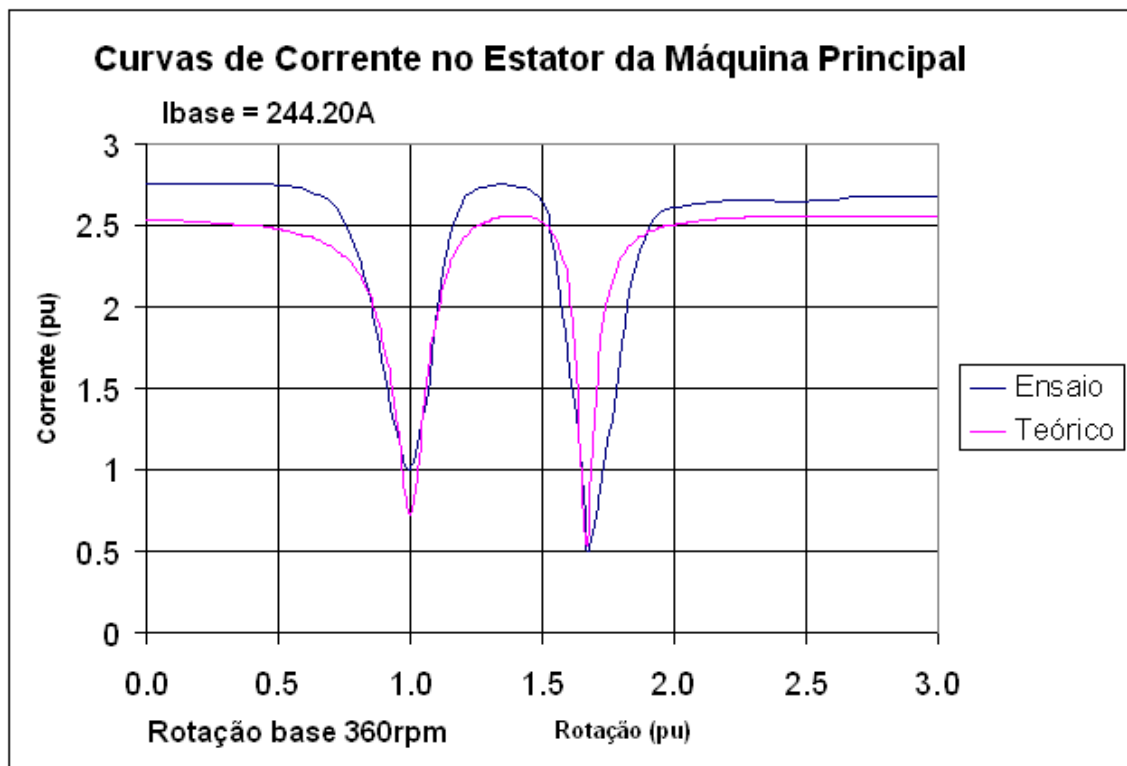


Fig. 4.4.3.3 – MATRBGC –Curva de corrente no estator da máquina principal alimentando o enrolamento principal com o enrolamento auxiliar em curto circuito.

Na tabela 4.4.3.3 é mostrada uma comparação de alguns parâmetros de desempenho ensaiados como motor na condição nominal, isto é, 100% de carga, da MATRBGC560-75kW com a MATRBDA560-75kW. A rotação da MATRBGC é maior que a rotação da MATRBDA este fato pode ser explicado porque os circuitos rotóricos não apresentam a mesma resistência e também pelo fato de a temperatura não ter sido controlada durante o processo de medição, podendo ser diferentes. Sendo a rotação maior o torque na mesma condição de carga é menor como pode ser observado no gráfico mostrado na Fig. 4.4.3.4.

O fator de potência da MATRBGC é menor que o da MATRBDA. A primeira apresenta no rotor um circuito com baixo número de pólos e como consequência a dispersão é maior quando comparada com a segunda máquina que apresenta no rotor dois enrolamentos trifásicos convencionais com $2p_p$ pólos e $2p_a$ pólos ligados em cascata. Esta maior dispersão faz com que o fator de potência seja menor. Mesmo assim se analisarmos os dois fatores de potência percebemos que são baixos. Para ambas as máquinas quando operam em cascata a saturação do núcleo magnético, que é compartilhado pelos dois enrolamentos, apresenta uma maior saturação. Este efeito do aumento da saturação não é considerado no modelo em regime permanente do circuito equivalente mostrado na Fig. 4.2.1. Este aumento da saturação reduz o fator de potência da máquina.

Sendo o fator de potência menor para a MATRBGC se justifica que tenha uma corrente no enrolamento principal maior. Também explica porque seu rendimento é um pouco menor.

Tabela 4.4.3.3 – Comparação do desempenho ensaiado da máquina MATRBGC e da MATRBDA em 100% de carga como motor alimentando o enrolamento principal com o auxiliar em curto circuito.

Desempenho	Valores Base	MATRBDA560-75kW	MATRBGC560-75kW
Rotação	360rpm	95,917 (%)	98,472 (%)
Torque	2085Nm	99,472 (%)	96,882 (%)
I_{p1}	244,2A	89,025 (%)	99,877 (%)
I_{a1}	244,2A	19,410 (%)	15,573 (%)
Rend.	100%	91,690 (%)	90,100 (%)
Fat. Pot.	100%	49,400 (%)	44,800 (%)

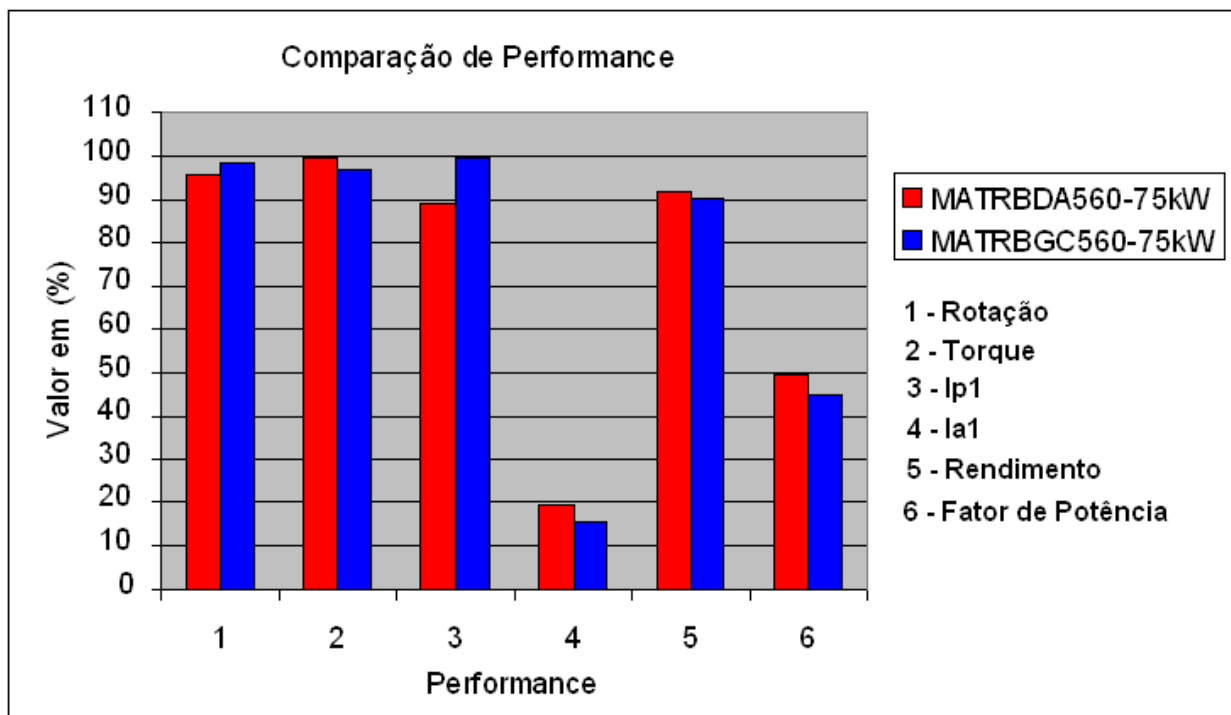


Fig. 4.4.3.4 – Comparação do desempenho ensaiado da máquina MATRBGC e da MATRBDA em 100% de carga como motor alimentando o enrolamento principal com o auxiliar em curto circuito.

5. Modelo em Regime Dinâmico da Máquina Assíncrona Trifásica Duplamente Alimentada Sem Escovas

5.1. Introdução

Conforme a descrição da estrutura física feita no Capítulo 3, a MATDASE é constituída de duas máquinas assíncronas que estão conectados em cascata. Vimos também que a máquina pode operar na condição cascata “mais” ou na condição cascata “menos”. Somente a condição cascata “mais” tem interesse prático.

O objetivo deste capítulo é criar um modelo dinâmico da MATDASE para que possamos fazer uma análise dinâmica da máquina funcionando como motor ou como gerador.

Na criação deste modelo será utilizada a teoria da transformação das variáveis da máquina para um sistema de eixos de referência arbitrário.

5.2. Sistema de Referência *abc* da Máquina

Para criar um modelo da MATDASE que possa ser utilizado para análise dinâmica, adotaremos o sistema de eixos de referência arbitrário *qd0*. Porém, para se obter o modelo neste sistema, é necessário obter primeiro o modelo no sistema de coordenadas *abc* da máquina.

No sistema de coordenadas *abc* da máquina consideraremos a seqüência de fase “*abc*” positiva e girando no sentido anti-horário.

A posição dos enrolamentos é dada em radianos elétricos por segundo.

Adotaremos o índice “p” para as grandezas do circuito principal e o índice “a” para as grandezas do circuito auxiliar. Adotaremos, ainda, o subíndice “1” para as grandezas do estator e o subíndice “2” para as grandezas do rotor.

Como na MATDASE, o enrolamento principal e o enrolamento auxiliar possuem número de pólos diferentes e escolhendo o número de caminhos paralelos adequadamente, evita-se o acoplamento magnético entre os dois enrolamentos. Em consequência, as indutâncias mútuas entre os enrolamentos do estator são nulas.

Porém, os dois enrolamentos do estator da máquina na condição de operação cascata “mais” estão acoplados eletromagneticamente em série, através do circuito rotórico. O efeito cascata no sistema de coordenadas *abc* da MATDASE deve ser levado em conta.

No sistema de coordenadas *abc* da MATDASE mostrado na Fig. 5.2.1, consideramos os seguintes eixos:

- **Eixo do enrolamento principal** p_1

Este eixo é considerado fixo no espaço na direção do eixo magnético da fase “a” do enrolamento principal do estator. Neste eixo está fixado o enrolamento principal do estator

da máquina simetricamente distribuído, cujas fases estão defasadas de $2p/3$ radianos elétricos. Nesta condição a velocidade angular w_{p1} do enrolamento principal é nula.

- **Eixo do circuito rotórico principal p_2 e o circuito rotórico auxiliar a_2 da máquina.**

Devido a construção física da MATDASE, já mostrada no capítulo 3 para as três configurações, na MATRGDA, na MATRBGC e na MATRBDA os eixos p_2 e a_2 coincidem no espaço e serão considerados iguais. Estes eixos são considerados fixos no rotor na direção do eixo magnético da fase “a” do circuito rotórico principal e da fase “a” do circuito rotórico auxiliar. Os eixos giram com uma velocidade angular $w_{p2} = w_{a2}$ em relação ao eixo estacionário p_1 .

As velocidades angulares w_{p2} e w_{a2} expressas em radianos elétricos por segundo, podem ser escritas como:

$$w_{p2} = w_{a2} = p_{p1} \cdot w_m \quad (5.2.1)$$

A velocidade angular mecânica w_m da máquina em radianos mecânicos por segundo é dada por:

$$w_m = 2 \cdot p \cdot f_m \quad (5.2.2)$$

onde o termo f_m representa a frequência angular mecânica do rotor da máquina em hertz.

- **Eixo do enrolamento auxiliar a_1 .**

Este eixo está orientado na direção do eixo magnético da fase “a” do enrolamento auxiliar do estator. Neste eixo está fixo o enrolamento auxiliar do estator da máquina simetricamente distribuído cujas fases estão defasadas $2p/3$ radianos elétricos. Sabemos que fisicamente o enrolamento auxiliar do estator da máquina, está fixo, isto é, estacionário em relação ao eixo p_1 . Porém, no nosso modelo, para podermos levar em conta o efeito cascata, devemos admitir que o eixo a_1 está girando com uma velocidade angular w_{a1} em relação ao eixo estacionário p_1 .

As equações (3.6.1.2) e (3.6.1.4) fornecem a frequência da tensão induzida no enrolamento auxiliar da máquina para a condição cascata “mais”. Baseado nestas equações percebe-se que, no sistema de coordenadas *abc*, o enrolamento auxiliar do estator da máquina não está estacionário, mas sim girando com a velocidade angular w_{a1} que em radianos elétricos por segundo é dada por:

$$w_{a1} = (p_{p1} + p_{a1}) \cdot w_m \quad (5.2.3)$$

Na Fig. 5.2.1 é mostrado o sistema de coordenadas *abc* descrito. Para não sobrecarregar a figura, omitimos a representação das bobinas.

Os vetores f_{pa1} , f_{pb1} e f_{pc1} representam os eixos das fases do enrolamento principal do estator da máquina. Os vetores f_{pa2} , f_{pb2} e f_{pc2} representam os eixos das fases do circuito rotórico principal da máquina.

Os vetores f_{aa1} , f_{ab1} e f_{ac1} representam os eixos das fases do enrolamento auxiliar do estator da máquina. Os vetores f_{aa2} , f_{ab2} e f_{ac2} representam os eixos das fases do circuito rotórico auxiliar da máquina. Os vetores que representam os eixos das fases dos circuitos rotóricos principal e auxiliar são iguais, pois na MATRGDA e na MATRBGC os circuitos rotóricos são comuns. Na MATRBDA os dois circuitos não são comuns, mas estão alojados nas mesmas ranhuras ocupando a mesma posição no espaço.

Consideramos, no sistema de coordenadas *abc*, que a posição inicial do enrolamento principal do estator da máquina esteja na origem, ou seja, a coordenada espacial $q_{p10} = 0$ em relação ao eixo fixo p_1 . Em relação a este eixo, a posição inicial do circuito rotórico da máquina está mostrado na Fig. 5.2.1 por $q_{p20} = q_{a20}$. A posição inicial do enrolamento auxiliar do estator da máquina é mostrado na figura 5.2.1 por q_{a10} .

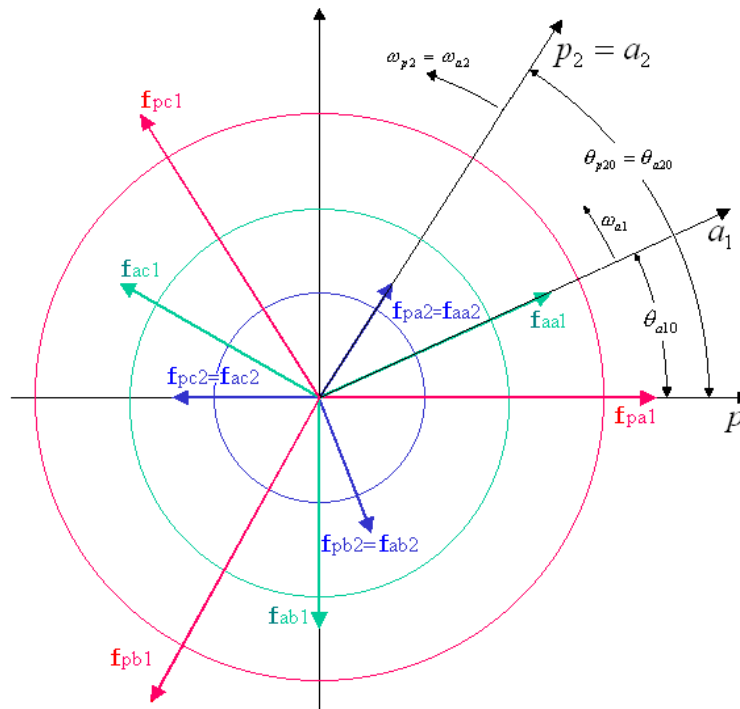


Fig. 5.2.1 – Sistema de coordenadas *abc* da MATDASE

No sistema mostrado na Fig. 5.2.1, a posição de um ponto qualquer sobre o circuito rotórico da máquina pode ser referida ao sistema p_1 por:

$$q_{p2}(t) = q_{p20} + \int_0^t w_{p2}(t) \cdot dt \quad (5.2.4)$$

A Eq. 5.2.4 é válida também para o circuito rotórico auxiliar, haja visto que a posição espacial $q_{p2} = q_{a2}$, a velocidade $w_{p2} = w_{a2}$ e que a posição inicial $q_{p20} = q_{a20}$ são iguais.

Analogamente para um ponto sobre o enrolamento auxiliar do estator da máquina temos:

$$q_{a1}(t) = q_{a10} + \int_0^t w_{a1}(t) \cdot dt \quad (5.2.5)$$

As velocidades w_{p2} e w_{a1} representam as velocidades dos eixos p_2 e a_2 respectivamente em relação ao eixo p_1 .

Na Fig. 5.2.2 mostramos o sistema de coordenada da MATDASE no espaço para a condição em cascata “mais”. Uma análise desta figura mostra que, para o enrolamento auxiliar da máquina, a velocidade angular w_{a2} é contrária à sequência de fase “ abc_1 ” do estator, isto é, a sequência de fase do rotor é contrária à do enrolamento auxiliar do estator nesta condição de operação.

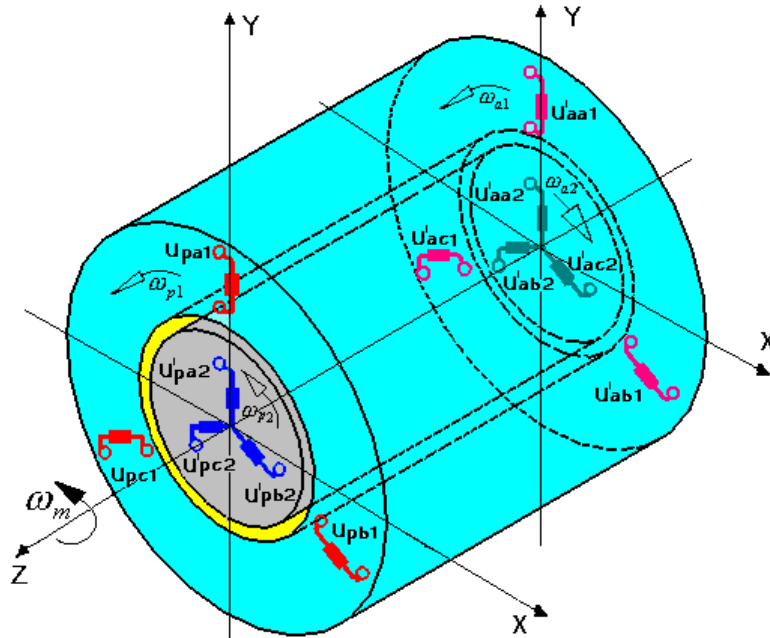


Fig. 5.2.2 – Modelo espacial da MATDASE para a cascata “mais”.

As tensões no sistema de coordenadas abc são funções do tempo e podem ser definidas para o enrolamento principal do estator da máquina como:

$$u_{pa1}(t) = \sqrt{2} \cdot U_{pc1} \cdot \cos[w_{pe1} \cdot t + q_{pe10}] \quad (5.2.6)$$

$$u_{pb1}(t) = \sqrt{2} \cdot U_{pc1} \cdot \cos\left[w_{pe1} \cdot t + q_{pe10} - \frac{2p}{3}\right] \quad (5.2.7)$$

$$u_{pc1}(t) = \sqrt{2} \cdot U_{pc1} \cdot \cos\left[w_{pe1} \cdot t + q_{pe10} + \frac{2p}{3}\right] \quad (5.2.8)$$

onde $u_{pabc1}(t)$ representa o valor instantâneo da tensão aplicada no enrolamento do estator principal por fase em volts, U_{pc1} representa o valor eficaz da tensão aplicada ao enrolamento principal do estator da máquina (na MATDASE esta tensão é igual ao valor eficaz da tensão da rede elétrica de alimentação U_{rede} em volts, $w_{pe1} = 2 \cdot p \cdot f_{pe1}$ representa a frequência angular em radianos por segundo da tensão de alimentação da máquina (a frequência linear f_{pe1} é igual à frequência da rede f_{rede} dada em hertz) e q_{pe10} representa a fase inicial da tensão de alimentação em radianos.

Para o circuito rotórico principal da máquina:

$$u'_{pa2}(t) = \sqrt{2} \cdot U_{pc2} \cdot \cos[(w_{pe1} - w_{p2}) \cdot t + q_{pe20}] \quad (5.2.9)$$

$$u'_{pb2}(t) = \sqrt{2} \cdot U_{pc2} \cdot \cos\left[(w_{pe1} - w_{p2}) \cdot t + q_{pe20} - \frac{2p}{3}\right] \quad (5.2.10)$$

$$u'_{pc2}(t) = \sqrt{2} \cdot U_{pc2} \cdot \cos\left[(w_{pe1} - w_{p2}) \cdot t + q_{pe20} + \frac{2p}{3}\right] \quad (5.2.11)$$

onde $u'_{pabc2}(t)$ representa o valor instantâneo da tensão induzida no circuito rotórico principal por fase em volts já referida ao enrolamento principal do estator da máquina, U_{pc2} representa o valor eficaz da tensão induzida no circuito rotórico principal por fase em volts já referida ao enrolamento principal do estator da máquina, q_{pe20} representa fase inicial da tensão do circuito rotórico principal em radianos.

Neste estudo da MATDASE só interessa a condição cascata “mais”, portanto, a frequência da tensão induzida no estator da máquina auxiliar é dada pelas Eqs. 3.6.1.2 e 3.6.1.4.

As tensões no enrolamento auxiliar podem ser definidas como:

$$u'_{aa1}(t) = \sqrt{2} \cdot U_{ac1} \cdot \cos[(w_{pe1} - w_{a1}) \cdot t + q_{ae10}] \quad (5.2.12)$$

$$u'_{ab1}(t) = \sqrt{2} \cdot U_{ac1} \cdot \cos\left[(w_{pe1} - w_{a1}) \cdot t + q_{ae10} - \frac{2p}{3}\right] \quad (5.2.13)$$

$$u'_{ac1}(t) = \sqrt{2} \cdot U_{ac1} \cdot \cos\left[(w_{pe1} - w_{a1}) \cdot t + q_{ae10} + \frac{2p}{3}\right] \quad (5.2.14)$$

onde $u'_{abc1}(t)$ representa o valor instantâneo da tensão aplicada ao enrolamento do estator auxiliar por fase em volts já referida ao enrolamento principal do estator da máquina, U_{ac1} representa o valor eficaz da tensão em volts no enrolamento auxiliar já referida ao enrolamento principal do estator da máquina e q_{ae10} representa a fase inicial da tensão no enrolamento auxiliar em radianos.

Neste estudo da MATDASE só interessa a condição cascata “mais”, portanto a frequência da tensão induzida no circuito rotórico da máquina auxiliar é dada pela Eq. 3.6.1.5. As tensões no circuito rotórico auxiliar podem ser definidas como:

$$u'_{aa2}(t) = \sqrt{2} \cdot U_{ac2} \cdot \cos\left[(w_{pe1} - w_{a2}) \cdot t + q_{ae20}\right] \quad (5.2.15)$$

$$u'_{ab2}(t) = \sqrt{2} \cdot U_{ac2} \cdot \cos\left[(w_{pe1} - w_{a2}) \cdot t + q_{ae20} - \frac{2p}{3}\right] \quad (5.2.16)$$

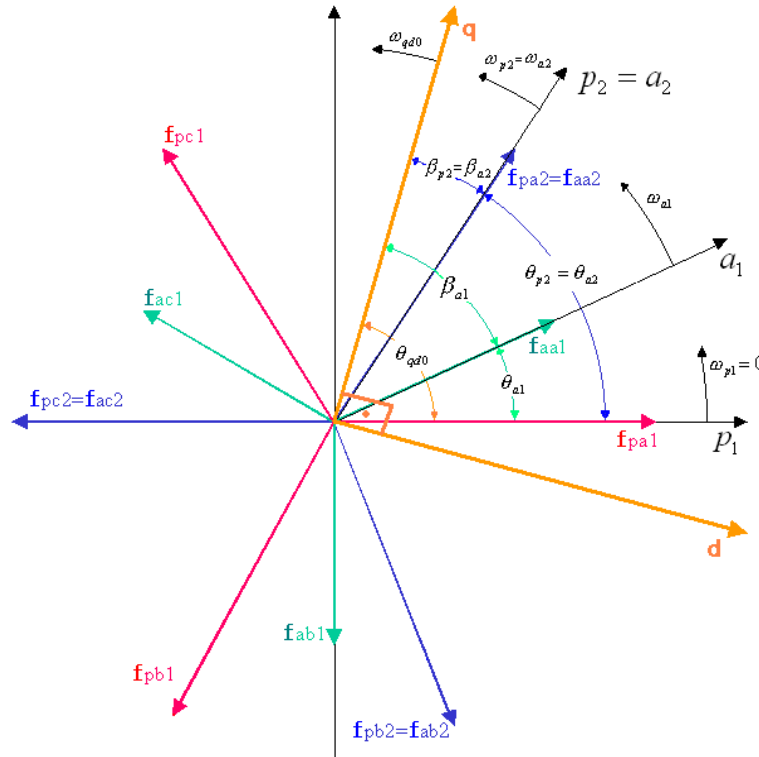
$$u'_{ac2}(t) = \sqrt{2} \cdot U_{ac2} \cdot \cos\left[(w_{pe1} - w_{a2}) \cdot t + q_{ae20} + \frac{2p}{3}\right] \quad (5.2.17)$$

onde $u'_{abc2}(t)$ representa o valor instantâneo da tensão induzida no circuito rotórico auxiliar por fase em volts já referida ao enrolamento principal do estator da máquina, U_{ac2} representa o valor eficaz da tensão em volts no enrolamento rotórico auxiliar já referida ao enrolamento principal do estator da máquina (como os dois circuitos estão ligados em cascata $U_{ac2} = U_{pc2}$) e q_{ae20} representa a fase inicial da tensão no enrolamento rotórico auxiliar em radianos (devido à condição de operação em cascata $q_{ae20} = q_{pe20}$). A velocidade angular $w_{a2} = w_{p2}$ conforme se pode verificar na Eq. 5.2.1.

5.3. Sistema de Referência Arbitrário *qd0* da Máquina

Uma vez estabelecido o sistema de coordenadas *abc* da MATDASE, podemos definir o seu sistema de referência arbitrário *qd0* para utilizá-lo no estudo do comportamento dinâmico da máquina. O sistema de referência *qd0* utilizado neste trabalho é o proposto por Paul C. Krause, Oleg Wasynczuk e Scott D. Sudhoff [23] o qual foi analisado e adaptado para a MATDASE em [21]. A transformação do sistema de coordenadas *abc* para o sistema de coordenadas *qd0* permite eliminar a dependência temporal das indutâncias. O sistema de referência *qd0* pode girar com qualquer velocidade angular ou permanecer estacionário.

As equações de transformação referem as variáveis do sistema de coordenadas *abc* para o sistema de coordenadas *qd0* ortogonais entre si e girando com uma velocidade w_{qd0} . Na Fig. 5.3.1 mostramos o sistema de referência arbitrário *qd0* com as variáveis trigonométricas necessárias às equações de transformação.

Fig. 5.3.1 – Sistema de referência arbitrário $qd0$ da MATDASE

Os vetores f_{pa1} , f_{pb1} e f_{pc1} representam, neste sistema, não os eixos dos enrolamentos, mas sim grandezas trifásicas, como tensões, correntes e enlaces de fluxos do estator da máquina principal. Estes vetores são considerados estacionários, isto é, $\omega_{p1} = 0$. Os vetores f_{pa2} , f_{pb2} e f_{pc2} , f_{aa2} , f_{ab2} e f_{ac2} representam tensões, correntes e enlaces de fluxos do rotor da máquina principal e auxiliar, respectivamente, e giram com velocidade angular $\omega_{p2} = \omega_{a2}$. Analogamente os vetores f_{aa1} , f_{ab1} e f_{ac1} representam tensões, correntes e enlaces de fluxos do estator da máquina auxiliar. Estes vetores giram com velocidade angular ω_{a1} .

Os eixos qd são ortogonais e giram com velocidade angular ω_{qd0} dada em radianos elétricos por segundo em relação ao eixo fixo no espaço p_1 . Esta velocidade pode ser escolhida arbitrariamente.

As equações de transformação das variáveis do sistema de coordenadas abc para o sistema de referência arbitrário podem ser escritas:

- **Para o estator da máquina principal**

$$\begin{bmatrix} f_{pqd01} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{p1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_{pabc1} \end{bmatrix} \quad (5.3.1)$$

Com:

$$\begin{bmatrix} K_{p1} \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos b_{p1} & \cos\left(b_{p1} - \frac{2p}{3}\right) & \cos\left(b_{p1} + \frac{2p}{3}\right) \\ \text{sen} b_{p1} & \text{sen}\left(b_{p1} - \frac{2p}{3}\right) & \text{sen}\left(b_{p1} + \frac{2p}{3}\right) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (5.3.2)$$

onde:

$$b_{p1} = q_{qdo} - q_{p1} \quad (5.3.3)$$

O ângulo q_{qdo} representa o deslocamento angular dos eixos qd e é definido por:

$$q_{qdo} = q_{qdo}(0) + \int_0^t w_{qdo}(t) dt \quad (5.3.4)$$

onde $q_{qdo}(0)$ representa a posição inicial dos eixos qd .

O ângulo q_{p1} representa o deslocamento angular do eixo do estator dado por:

$$q_{p1} = q_{p10} + \int_0^t w_{p1}(t) dt \quad (5.3.5)$$

onde ângulo q_{p10} representa a posição inicial dos eixos dos circuitos do estator da máquina principal. Como o eixo p_1 está na origem e é estacionário, a velocidade angular $w_{p1} = 0$ e $q_{p10} = 0$ e, conseqüentemente, a posição angular $q_{p1} = 0$, resultando:

$$b_{p1} = q_{qdo} \quad (5.3.6)$$

A transformação inversa corresponde a:

$$\begin{bmatrix} f_{pabc1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{p1} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} f_{pqdo1} \end{bmatrix} \quad (5.3.7)$$

Com:

$$\begin{bmatrix} K_{p1} \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} \cos b_{p1} & \text{sen} b_{p1} & 1 \\ \cos\left(b_{p1} - \frac{2p}{3}\right) & \text{sen}\left(b_{p1} - \frac{2p}{3}\right) & 1 \\ \cos\left(b_{p1} + \frac{2p}{3}\right) & \text{sen}\left(b_{p1} + \frac{2p}{3}\right) & 1 \end{bmatrix} \quad (5.3.8)$$

• **Para o rotor da máquina principal**

$$\begin{bmatrix} f_{pqdo2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{p2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_{pabc2} \end{bmatrix} \quad (5.3.9)$$

com:

$$[K_{p2}] = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos b_{p2} & \cos\left(b_{p2} - \frac{2p}{3}\right) & \cos\left(b_{p2} + \frac{2p}{3}\right) \\ \text{sen} b_{p2} & \text{sen}\left(b_{p2} - \frac{2p}{3}\right) & \text{sen}\left(b_{p2} + \frac{2p}{3}\right) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (5.3.10)$$

Onde:

$$b_{p2} = q_{qdo} - q_{p2} \quad (5.3.11)$$

O ângulo q_{p2} é o deslocamento angular do eixo do rotor dado por:

$$q_{p2} = q_{p20} + \int_0^t w_{p2}(t) dt \quad (5.3.12)$$

onde ângulo q_{p20} representa a posição inicial dos eixos dos circuitos do rotor da máquina principal. A velocidade angular $w_{p2}(t)$ é a velocidade angular dos eixos dos circuitos do rotor da máquina principal dada pela Eq. 5.2.1 em radianos elétricos por segundo.

A transformação Inversa corresponde a:

$$[f_{pabc2}] = [K_{p2}]^{-1} [f_{pqdo2}] \quad (5.3.13)$$

com:

$$[K_{p2}]^{-1} = \begin{bmatrix} \cos b_{p2} & \text{sen} b_{p2} & 1 \\ \cos\left(b_{p2} - \frac{2p}{3}\right) & \text{sen}\left(b_{p2} - \frac{2p}{3}\right) & 1 \\ \cos\left(b_{p2} + \frac{2p}{3}\right) & \text{sen}\left(b_{p2} + \frac{2p}{3}\right) & 1 \end{bmatrix} \quad (5.3.14)$$

- **Para o estator da máquina auxiliar**

$$[f_{aqdo1}] = [K_{a1}] [f_{aabc1}] \quad (5.3.15)$$

com:

$$[K_{a1}] = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos b_{a1} & \cos\left(b_{a1} - \frac{2p}{3}\right) & \cos\left(b_{a1} + \frac{2p}{3}\right) \\ \text{sen} b_{a1} & \text{sen}\left(b_{a1} - \frac{2p}{3}\right) & \text{sen}\left(b_{a1} + \frac{2p}{3}\right) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (5.3.16)$$

onde:

$$b_{a1} = q_{qdo} - q_{a1} \quad (5.3.17)$$

O ângulo q_{qdo} representa o deslocamento angular dos eixos qd e é definido pela Eq. (5.3.4) e o ângulo q_{a1} representa o deslocamento angular do eixo do estator dado por:

$$q_{a1} = q_{a10} + \int_0^t w_{a1}(t) dt \quad (5.3.18)$$

onde o ângulo q_{a10} representa a posição inicial dos eixos dos circuitos do estator da máquina auxiliar. A velocidade angular $w_{a1}(t)$ é a velocidade angular dos eixos dos circuitos do estator da máquina auxiliar dada pela Eq. 5.2.3 em radianos elétricos por segundo.

A transformação inversa corresponde a:

$$[f_{abc1}] = [K_{a1}]^{-1} [f_{aqdo1}] \quad (5.3.19)$$

com:

$$[K_{a1}]^{-1} = \begin{bmatrix} \cos b_{a1} & \sin b_{a1} & 1 \\ \cos\left(b_{a1} - \frac{2p}{3}\right) & \sin\left(b_{a1} - \frac{2p}{3}\right) & 1 \\ \cos\left(b_{a1} + \frac{2p}{3}\right) & \sin\left(b_{a1} + \frac{2p}{3}\right) & 1 \end{bmatrix} \quad (5.3.20)$$

• **Para o rotor da máquina auxiliar:**

$$[f_{aqdo2}] = [K_{a2}] [f_{abc2}] \quad (5.3.21)$$

com:

$$[K_{a2}] = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos b_{a2} & \cos\left(b_{a2} - \frac{2p}{3}\right) & \cos\left(b_{a2} + \frac{2p}{3}\right) \\ \sin b_{a2} & \sin\left(b_{a2} - \frac{2p}{3}\right) & \sin\left(b_{a2} + \frac{2p}{3}\right) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (5.3.22)$$

onde:

$$b_{a2} = q_{qdo} - q_{a2} \quad (5.3.23)$$

O ângulo q_{a2} representa o deslocamento angular do eixo do rotor dado por:

$$q_{a2} = q_{a20} + \int_0^t w_{a2}(t) dt \quad (5.3.24)$$

Onde o ângulo q_{a20} representa a posição inicial dos eixos dos circuitos do rotor da máquina auxiliar. A velocidade angular $w_{a2}(t)$ é a velocidade angular dos eixos dos circuitos do rotor da máquina auxiliar dado em radianos elétricos por segundo, que no caso da MATDASE é igual a $w_{p2}(t)$ dada pela Eq. 5.2.1.

A transformação inversa corresponde a:

$$[f_{abc2}] = [K_{a2}]^{-1} [f_{aqdo2}] \quad (5.3.25)$$

com:

$$[K_{a2}]^{-1} = \begin{bmatrix} \cos b_{a2} & \sin b_{a2} & 1 \\ \cos\left(b_{a2} - \frac{2p}{3}\right) & \sin\left(b_{a2} - \frac{2p}{3}\right) & 1 \\ \cos\left(b_{a2} + \frac{2p}{3}\right) & \sin\left(b_{a2} + \frac{2p}{3}\right) & 1 \end{bmatrix} \quad (5.3.26)$$

5.4. Equações no Sistema de Referência *abc* da Máquina

5.4.1 A conexão em cascata “mais”

As equações da MATDASE no sistema de coordenadas *abc* da máquina serão escritas levando em conta o fato de que as duas máquinas trabalham com os circuitos rotóricos conectados em série formando uma malha fechada, conforme mostra a Fig. 5.4.1.1.



Fig. 5.4.1.1 – Conexão em cascata “mais” da MATDASE

Para estabelecer as equações, todos os parâmetros serão considerados referidos ao estator da máquina principal.

5.4.2 Equações dos Enlaces de Fluxo

As equações do enlace de fluxo do estator da máquina principal i_{p1} e do rotor i'_{p2} já referidos ao estator da máquina principal, podem ser escritas como:

$$\begin{bmatrix} [i_{pabc1}] \\ [i'_{pabc2}] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [L_{pc11}] & [L_{pc12}] \\ [L_{pc21}] & [L_{pc22}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [i_{pabc1}] \\ [i'_{pabc2}] \end{bmatrix} \quad (5.4.2.1)$$

onde $[i_{pabc1}]$ e $[i'_{pabc2}]$ representam, respectivamente, as correntes de fase do estator e do rotor referidas ao estator da máquina principal.

As auto-indutâncias do enrolamento principal do estator são:

$$[L_{pc11}] = \begin{bmatrix} L_{pcd1} + L_{pcm} & -\frac{1}{2}L_{pcm} & -\frac{1}{2}L_{pcm} \\ -\frac{1}{2}L_{pcm} & L_{pcd1} + L_{pcm} & -\frac{1}{2}L_{pcm} \\ -\frac{1}{2}L_{pcm} & -\frac{1}{2}L_{pcm} & L_{pcd1} + L_{pcm} \end{bmatrix} \quad (5.4.2.2)$$

A indutância L_{pcd1} representa a indutância de dispersão do enrolamento principal do estator. A indutância L_{pcm} representa a indutância magnetizante da máquina principal.

As auto-indutâncias do circuito principal do rotor são:

$$[L_{pc22}] = \begin{bmatrix} L_{pcd2} + L_{pcm} & -\frac{1}{2}L_{pcm} & -\frac{1}{2}L_{pcm} \\ -\frac{1}{2}L_{pcm} & L_{pcd2} + L_{pcm} & -\frac{1}{2}L_{pcm} \\ -\frac{1}{2}L_{pcm} & -\frac{1}{2}L_{pcm} & L_{pcd2} + L_{pcm} \end{bmatrix} \quad (5.4.2.3)$$

A indutância L_{pcd2} representa a indutância de dispersão do circuito principal do rotor, referida ao estator da máquina principal.

As indutâncias mútuas entre as fases do circuito principal do estator e do rotor são:

$$[L_{pc12}] = L_{pcm} \begin{bmatrix} \cos(q_{p2}) & \cos\left(q_{p2} - \frac{2p}{3}\right) & \cos\left(q_{p2} + \frac{2p}{3}\right) \\ \cos\left(q_{p2} + \frac{2p}{3}\right) & \cos(q_{p2}) & \cos\left(q_{p2} - \frac{2p}{3}\right) \\ \cos\left(q_{p2} - \frac{2p}{3}\right) & \cos\left(q_{p2} + \frac{2p}{3}\right) & \cos(q_{p2}) \end{bmatrix} \quad (5.4.2.4)$$

As Indutâncias mútuas $[L_{pc21}]$ entre as fases do circuito principal do rotor e do estator correspondem à matriz transposta $[L_{pc12}]^T$:

$$[L_{pc21}] = [L_{pc12}]^T = L_{pcm} \begin{bmatrix} \cos(q_{p2}) & \cos\left(q_{p2} + \frac{2p}{3}\right) & \cos\left(q_{p2} - \frac{2p}{3}\right) \\ \cos\left(q_{p2} - \frac{2p}{3}\right) & \cos(q_{p2}) & \cos\left(q_{p2} + \frac{2p}{3}\right) \\ \cos\left(q_{p2} + \frac{2p}{3}\right) & \cos\left(q_{p2} - \frac{2p}{3}\right) & \cos(q_{p2}) \end{bmatrix} \quad (5.4.2.5)$$

As equações do enlace de fluxo do estator da máquina auxiliar i'_{a1} e do rotor i'_{a2} , ambos já referidos ao estator da máquina principal, são:

$$\begin{bmatrix} [i'_{aabc1}] \\ [i'_{aabc2}] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [L_{ac11}] & -[L_{ac12}] \\ -[L_{ac21}] & [L_{ac22}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [i'_{aabc1}] \\ [i'_{aabc2}] \end{bmatrix} \quad (5.4.2.6)$$

onde $[i'_{aabc1}]$ e $[i'_{aabc2}]$ representam, respectivamente, as correntes de fase do estator e do rotor referidas ao estator da máquina principal.

As indutâncias mútuas e $[L_{ac12}]$ entre o rotor e o estator da máquina auxiliar são negativas para levar em conta o fato que o rotor gira em sentido oposto ao do campo girante do estator. No circuito mostrado na Fig. 5.4.1.1, isto é, representado pela polaridade das tensões.

Na Fig. 5.4.1.1 é observado que as correntes rotóricas $[i'_{pabc2}]$ e $[i'_{aabc2}]$ são iguais.

As auto-indutâncias do enrolamento auxiliar do estator referidas ao enrolamento principal, são:

$$[L_{ac11}] = \begin{bmatrix} L_{acd1} + L_{acm} & -\frac{1}{2}L_{acm} & -\frac{1}{2}L_{acm} \\ -\frac{1}{2}L_{acm} & L_{acd1} + L_{acm} & -\frac{1}{2}L_{acm} \\ -\frac{1}{2}L_{acm} & -\frac{1}{2}L_{acm} & L_{acd1} + L_{acm} \end{bmatrix} \quad (5.4.2.7)$$

A indutância L_{acd1} representa a indutância de dispersão do enrolamento auxiliar do estator e a indutância L_{acm} representa a indutância magnetizante da máquina auxiliar.

As auto-indutâncias do circuito auxiliar do rotor são:

$$[L_{ac22}] = \begin{bmatrix} L_{acd2} + L_{acm} & -\frac{1}{2}L_{acm} & -\frac{1}{2}L_{pcm} \\ -\frac{1}{2}L_{acm} & L_{acd2} + L_{acm} & -\frac{1}{2}L_{acm} \\ -\frac{1}{2}L_{pcm} & -\frac{1}{2}L_{acm} & L_{acd2} + L_{acm} \end{bmatrix} \quad (5.4.2.8)$$

A indutância L_{acd2} representa a indutância de dispersão do circuito auxiliar do rotor referida ao estator da máquina principal.

As indutâncias mútuas entre as fases do circuito auxiliar do estator e do rotor são:

$$[L_{ac12}] = L_{acm} \begin{bmatrix} \cos(q_{a2}) & \cos\left(q_{a2} - \frac{2p}{3}\right) & \cos\left(q_{a2} + \frac{2p}{3}\right) \\ \cos\left(q_{a2} + \frac{2p}{3}\right) & \cos(q_{a2}) & \cos\left(q_{a2} - \frac{2p}{3}\right) \\ \cos\left(q_{a2} - \frac{2p}{3}\right) & \cos\left(q_{a2} + \frac{2p}{3}\right) & \cos(q_{a2}) \end{bmatrix} \quad (5.4.2.9)$$

É importante lembrar que q_{a2} e q_{p2} são iguais.

As indutâncias mútuas entre as fases dos circuitos auxiliares do rotor e do estator correspondem a:

$$[L_{ac21}] = [L_{ac12}]^T = L_{acm} \begin{bmatrix} \cos(q_{a2}) & \cos\left(q_{a2} + \frac{2p}{3}\right) & \cos\left(q_{a2} - \frac{2p}{3}\right) \\ \cos\left(q_{a2} - \frac{2p}{3}\right) & \cos(q_{a2}) & \cos\left(q_{a2} + \frac{2p}{3}\right) \\ \cos\left(q_{a2} + \frac{2p}{3}\right) & \cos\left(q_{a2} - \frac{2p}{3}\right) & \cos(q_{a2}) \end{bmatrix} \quad (5.4.2.10)$$

5.4.3 Equações de Tensão

As equações de tensão da MATDASE em função do enlace de fluxo e considerando a ligação cascata “mais”, conforme mostrado na Fig. 5.4.1.1, são:

$$[u_{pabc1}] = [R_{pc1}] [i_{pabc1}] + \frac{d}{dt} [l_{pabc1}] \quad (5.4.3.1)$$

$$[0] = [R_{pc2} + R_{ac2}] [i'_{pabc2}] + \frac{d}{dt} ([l'_{pabc2}] + [l'_{aabc2}]) \quad (5.4.3.2)$$

$$[u'_{aabc1}] = [R_{ac1}] [i'_{aabc1}] + \frac{d}{dt} [l'_{aabc1}] \quad (5.4.3.3)$$

Onde $[R_{pc1}]$ representa a matriz de resistências do enrolamento principal, a matriz

$[R_{pc2} + R_{ac2}]$ representa as resistências dos enrolamentos do rotor das máquinas principal e auxiliar, respectivamente, já referidas ao estator da máquina principal e que se encontram conectados em série e a matriz $[R_{ac1}]$ representa as resistências do enrolamento auxiliar do estator já referidas ao estator da máquina principal.

Ou ainda:

$$\begin{bmatrix} u_{pabc1} \\ 0 \\ u'_{aabc1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{pc1} & 0 & 0 \\ 0 & \{R_{pc2}\} + \{R_{ac2}\} & 0 \\ 0 & 0 & R_{ac1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{pabc1} \\ i'_{pabc2} \\ i'_{aabc1} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \left(\begin{bmatrix} l_{pabc1} \\ l'_{pabc2} + l'_{aabc2} \\ l'_{aabc1} \end{bmatrix} \right) \quad (5.4.3.4)$$

Substituindo os enlaces de fluxo e lembrando que $i'_{pabc2} = i'_{aabc2}$, as equações de tensão completas em variáveis da máquina para as três malhas do circuito mostradas na Fig. 5.4.1.1 podem ser escritas como:

$$u_{pabc1} = R_{pc1} i_{pabc1} + \frac{d}{dt} \{ L_{pc11} i_{pabc1} \} + \frac{d}{dt} \{ L_{pc12} i'_{pabc2} \} \quad (5.4.3.5)$$

$$\begin{aligned} 0 &= (R_{pc2} + R_{ac2}) i'_{pabc2} + \frac{d}{dt} \{ (L_{pc22} + L_{ac22}) i'_{pabc2} \} + \\ &+ \frac{d}{dt} \{ L_{pc21} i_{pabc1} - L_{ac21} i'_{aabc1} \} \end{aligned} \quad (5.4.3.6)$$

$$u'_{aabc1} = R_{ac1} i'_{aabc1} + \frac{d}{dt} \{ L_{ac11} i'_{aabc1} \} - \frac{d}{dt} \{ L_{ac12} i'_{pabc2} \} \quad (5.4.3.7)$$

As indutâncias mútuas $[L_{ac21}]$ e $[L_{ac12}]$ entre o rotor e o estator da máquina auxiliar são negativas, para levar em conta o fato de que o rotor gira em sentido oposto ao do campo girante do estator. Na Fig. 5.4.1.1, mostramos isto através da polaridade das tensões.

Em forma matricial as nove equações acima podem ser escritas:

$$\begin{bmatrix} u_{pabc1} \\ 0 \\ u'_{aabc1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{pc1} & 0 & 0 \\ 0 & \{R_{pc2}\} + \{R_{ac2}\} & 0 \\ 0 & 0 & R_{ac1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{pabc1} \\ i'_{pabc2} \\ i'_{aabc1} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \left\{ \begin{bmatrix} L_{pc11} & L_{pc12} & 0 \\ L_{pc21} & \{L_{pc22}\} + \{L_{ac22}\} & -L_{ac21} \\ 0 & -L_{ac12} & L_{ac11} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{pabc1} \\ i'_{pabc2} \\ i'_{aabc1} \end{bmatrix} \right\} \quad (5.4.3.8)$$

5.4.4 Equações do Torque Eletromagnético

Na configuração da MATDASE temos os dois circuitos rotóricos sobre o mesmo eixo e conectados na ligação cascata “mais”, ver Fig. 5.2.1. Nesta condição, os torques desenvolvidos pelas duas máquinas se somam.

A energia armazenada no campo eletromagnético da máquina principal é dada por:

$$W_{pe} = \frac{1}{2} \cdot [i_{pabc1}]^T \cdot [L_{pc11}] \cdot [i_{pabc1}] + [i_{pabc1}]^T \cdot [L_{pc12}] \cdot [i'_{pabc2}] + \frac{1}{2} \cdot [i'_{pabc2}]^T \cdot [L_{pc22}] \cdot [i'_{pabc2}] \quad (5.4.4.1)$$

O torque eletromagnético produzido pela máquina principal é obtido a partir de:

$$T_{pe} = \frac{dW_{pe}}{dq_m} = p_{p1} \cdot \frac{dW_{pe}}{dq_{p2}} \quad (5.4.4.2)$$

onde q_m representa a posição angular mecânica do rotor dada em radianos mecânicos e q_{p2} representa a posição angular do rotor dada em radianos elétricos, cuja relação é:

$$q_{p2} = p_{p1} \cdot q_m \quad (5.4.4.3)$$

Aplicando a Eq. 5.4.4.2 na Eq. 5.4.4.1 e lembrando que as indutâncias $[L_{pc11}]$ e $[L_{pc22}]$ não dependem da posição q_{p2} do rotor, resulta para o torque eletromagnético da máquina principal:

$$T_{pe} = p_{p1} \cdot [i_{pabc1}]^T \frac{d}{dq_{p2}} \{ [L_{pc12}] \} [i'_{pabc2}] \quad (5.4.4.4)$$

Substituindo, nesta equação, $[L_{pc12}]$ dada pela Eq. 5.4.2.4, pode-se reescrevê-la como:

$$T_{pe} = p_{p1} \cdot L_{pcm} \cdot \begin{bmatrix} i_{pa1} & i_{pb1} & i_{pc1} \end{bmatrix} \cdot \frac{d}{dq_{p2}} \begin{bmatrix} \cos(q_{p2}) & \cos\left(q_{p2} - \frac{2p}{3}\right) & \cos\left(q_{p2} + \frac{2p}{3}\right) \\ \cos\left(q_{p2} + \frac{2p}{3}\right) & \cos(q_{p2}) & \cos\left(q_{p2} - \frac{2p}{3}\right) \\ \cos\left(q_{p2} - \frac{2p}{3}\right) & \cos\left(q_{p2} + \frac{2p}{3}\right) & \cos(q_{p2}) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i'_{pa2} \\ i'_{pb2} \\ i'_{pc2} \end{bmatrix} \quad (5.4.4.5)$$

Fazendo a derivada e efetuando o produto matricial, após algumas transformações obtemos:

$$\begin{aligned}
 T_{pe} = & -p_{p1} L_{pcm} \left\{ \left[i_{pa1} \left(i'_{pa2} - \frac{1}{2} i'_{pb2} - \frac{1}{2} i'_{pc2} \right) + i_{pb1} \left(i'_{pb2} - \frac{1}{2} i'_{pa2} - \frac{1}{2} i'_{pc2} \right) + \right. \right. \\
 & + i_{pc1} \left(i'_{pc2} - \frac{1}{2} i'_{pb2} - \frac{1}{2} i'_{pa2} \right) \left. \right] \text{sen } q_{p2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \left[i_{pa1} (i'_{pb2} - i'_{pc2}) + \right. \\
 & + i_{pb1} (i'_{pc2} - i'_{pa2}) + i_{pc1} (i'_{pa2} - i'_{pb2}) \left. \right] \cos q_{p2} \left. \right\} \quad (5.4.4.6)
 \end{aligned}$$

Se considerarmos, devido ao fato de os dois rotores estarem ligados em série, que a alimentação da máquina auxiliar seja feita através do rotor, a equação do torque eletromagnético pode ser escrita de forma análoga como sendo:

$$T_{ae} = p_{a1} \cdot [i'_{aabc2}]^T \frac{d}{dq_{a2}} \{ [L_{ac12}] \} [i'_{aabc1}] \quad (5.4.4.7)$$

O ângulo q_{a2} representa a posição angular do rotor da máquina auxiliar em radianos elétricos dado por:

$$q_{a2} = p_{a1} \cdot q_m \quad (5.4.4.8)$$

Substituindo $[L_{ac12}]$ dado pela Eq. 5.4.2.9 na equação (5.4.4.7) temos:

$$\begin{aligned}
 T_{ae} = & -p_{a1} \cdot L_{acm} \cdot [i'_{aa2} \quad i'_{ab2} \quad i'_{ac2}] \cdot \\
 & \frac{d}{dq_{a2}} \begin{bmatrix} \cos(q_{a2}) & \cos\left(q_{a2} - \frac{2p}{3}\right) & \cos\left(q_{a2} + \frac{2p}{3}\right) \\ \cos\left(q_{a2} + \frac{2p}{3}\right) & \cos(q_{a2}) & \cos\left(q_{a2} - \frac{2p}{3}\right) \\ \cos\left(q_{a2} - \frac{2p}{3}\right) & \cos\left(q_{a2} + \frac{2p}{3}\right) & \cos(q_{a2}) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i'_{aa1} \\ i'_{ab1} \\ i'_{ac1} \end{bmatrix} \quad (5.4.4.9)
 \end{aligned}$$

Fazendo a derivada e efetuando o produto matricial, após algumas transformações, obtemos:

$$\begin{aligned}
 T_{ae} = & +p_{a1} \cdot L_{acm} \left\{ \left[i'_{aa2} \left(i'_{aa1} - \frac{1}{2} i'_{ab1} - \frac{1}{2} i'_{ac1} \right) + i'_{ab2} \left(i'_{ab1} - \frac{1}{2} i'_{aa1} - \frac{1}{2} i'_{ac1} \right) + \right. \right. \\
 & + i'_{ac2} \left(i'_{ac1} - \frac{1}{2} i'_{ab1} - \frac{1}{2} i'_{aa1} \right) \left. \right] \text{sen } q_{a2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \left[i'_{aa2} (i'_{ab1} - i'_{ac1}) + \right. \\
 & + i'_{ab2} (i'_{ac1} - i'_{aa1}) + i'_{ac2} (i'_{aa1} - i'_{ab1}) \left. \right] \cos q_{a2} \left. \right\} \quad (5.4.4.10)
 \end{aligned}$$

Como a MATDASE está ligada em cascata “mais” os dois torques se somam. Logo, o torque eletromagnético T_{ce} total é dado por:

$$T_{ce} = T_{pe} + T_{ae} \quad (5.4.4.11)$$

Supondo que a MATDASE esteja acoplada a uma carga externa de inércia $J_{Externa}$ e com torque externo $T_{Externo}$, a equação dinâmica do sistema pode ser escrita baseado na lei de Newton:

$$T_{ce} = (J_{MAT} + J_{Externa}) \cdot \frac{dW_m}{dt} + B_{av} \cdot W_m + T_{Externo} \quad (5.4.4.12)$$

onde J_{MAT} é a inércia da MATDASE.

O termo W_m representa a velocidade angular mecânica do rotor em radianos por segundo, e o termo B_{av} representa o coeficiente de atrito viscoso do sistema dado em newton.metro.segundo por radianos.

O torque externo na Eq. 5.4.4.12 é positivo quando resistente e negativo quando motor.

5.5. Equações no Sistema de Referência Arbitrário $qd0$ da Máquina

5.5.1 Introdução

Uma vez que as equações de tensão e torque da MATDASE já foram escritas no sistema de referência abc , vamos agora aplicar a transformação para o sistema de eixos de referência arbitrário $qd0$. Consideramos que as duas máquinas estão trabalhando com os seus circuitos rotóricos conectados em série formando uma malha fechada, conforme mostra a Fig. 5.4.1.1.

Nas equações transformadas consideramos que todas as variáveis estão referidas ao estator da máquina principal.

5.5.2 Equações dos Enlaces de Fluxo

Para obter as equações de enlaces de fluxo, partiremos da Eq. 5.4.2.1 para a máquina principal e da Eq. 5.4.2.6 para a máquina auxiliar.

Aplicando à Eq. 5.4.2.1 a transformação para o sistema de referência arbitrário $qd0$ dada pelas Eqs. 5.3.1 e 5.3.9, obtemos, após algumas transformações, as equações de enlaces de fluxo no sistema de referência arbitrário para a máquina principal:

$$\begin{bmatrix} \psi_{pqdo1} \\ \psi'_{pqdo2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{pqdo11} & L_{pqdo12} \\ L_{pqdo21} & L_{pqdo22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{pqdo1} \\ i'_{pqdo2} \end{bmatrix} \quad (5.5.2.1)$$

onde as indutâncias são dadas por:

$$[L_{pqdo11}] = \begin{bmatrix} \left(L_{pcd1} + \frac{3}{2} L_{pcm} \right) & 0 & 0 \\ 0 & \left(L_{pcd1} + \frac{3}{2} L_{pcm} \right) & 0 \\ 0 & 0 & L_{pcd1} \end{bmatrix} \quad (5.5.2.2)$$

$$[L_{pqdo22}] = \begin{bmatrix} \left(L'_{pcd2} + \frac{3}{2} L_{pcm} \right) & 0 & 0 \\ 0 & \left(L'_{pcd2} + \frac{3}{2} L_{pcm} \right) & 0 \\ 0 & 0 & L'_{pcd2} \end{bmatrix} \quad (5.5.2.3)$$

$$[L_{pqdo12}] = [L_{pqdo21}] = \begin{bmatrix} \left(\frac{3}{2} L_{pcm} \right) & 0 & 0 \\ 0 & \left(\frac{3}{2} L_{pcm} \right) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.5.2.4)$$

Na forma expandida, os enlaces de fluxo para a máquina principal podem ser escritos:

$$l_{pq1} = L_{pcd1} \cdot i_{pq1} + \frac{3}{2} L_{pcm} \cdot (i_{pq1} + i'_{pq2}) \quad (5.5.2.5)$$

$$l_{pd1} = L_{pcd1} \cdot i_{pd1} + \frac{3}{2} L_{pcm} \cdot (i_{pd1} + i'_{pd2}) \quad (5.5.2.6)$$

$$l_{po1} = L_{pcd1} \cdot i_{po1} \quad (5.5.2.7)$$

$$l'_{pq2} = L_{pcd2} \cdot i'_{pq2} + \frac{3}{2} L_{pcm} \cdot (i_{pq1} + i'_{pq2}) \quad (5.5.2.8)$$

$$l'_{pd2} = L_{pcd2} \cdot i'_{pd2} + \frac{3}{2} L_{pcm} \cdot (i_{pd1} + i'_{pd2}) \quad (5.5.2.9)$$

$$l'_{po2} = L_{pd2} \cdot i'_{po2} \quad (5.5.2.10)$$

Aplicando à Eq. 5.4.2.6 as transformações para o sistema de referência arbitrário *qd0* dadas pelas Eqs. 5.3.15 e 5.3.21, obtemos, após algumas transformações, as equações de enlaces de fluxo no sistema de referência arbitrário para a máquina auxiliar:

$$\begin{bmatrix} l'_{aqdo1} \\ l'_{aqdo2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [L_{aqdo11}] & [-L_{aqdo12}] \\ [-L_{aqdo21}] & [L_{aqdo22}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i'_{aqdo1} \\ i'_{aqdo2} \end{bmatrix} \quad (5.5.2.11)$$

onde as indutâncias são dadas por:

$$[L_{aqdo11}] = \begin{bmatrix} \left(L_{acd1} + \frac{3}{2} L_{acm} \right) & 0 & 0 \\ 0 & \left(L_{acd1} + \frac{3}{2} L_{acm} \right) & 0 \\ 0 & 0 & L_{acd1} \end{bmatrix} \quad (5.5.2.12)$$

$$[L_{aqdo22}] = \begin{bmatrix} \left(L_{acd2} + \frac{3}{2} L_{acm} \right) & 0 & 0 \\ 0 & \left(L_{acd2} + \frac{3}{2} L_{acm} \right) & 0 \\ 0 & 0 & L_{acd2} \end{bmatrix} \quad (5.5.2.13)$$

$$[L_{aqdo12}] = [L_{aqdo21}] = \begin{bmatrix} \left(\frac{3}{2} L_{acm} \right) & 0 & 0 \\ 0 & \left(\frac{3}{2} L_{acm} \right) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.5.2.14)$$

Na forma expandida os enlaces de fluxo para a máquina auxiliar podem ser escritos:

$$l'_{aq1} = L_{acd1} \cdot i'_{aq1} + \frac{3}{2} L_{acm} \cdot (i'_{aq1} - i'_{aq2}) \quad (5.5.2.15)$$

$$l'_{ad1} = L_{acd1} \cdot i'_{ad1} + \frac{3}{2} L_{acm} \cdot (i'_{ad1} - i'_{ad2}) \quad (5.5.2.16)$$

$$l'_{ao1} = L_{acd1} \cdot i'_{ao1} \quad (5.5.2.17)$$

$$l'_{aq2} = L_{acd2} \cdot i'_{aq2} + \frac{3}{2} L_{acm} \cdot (-i'_{aq1} + i'_{aq2}) \quad (5.5.2.18)$$

$$l'_{ad2} = L_{acd2} \cdot i'_{pd2} + \frac{3}{2} L_{acm} \cdot (-i'_{ad1} + i'_{ad2}) \quad (5.5.2.19)$$

$$l'_{ao2} = L_{acd2} \cdot i'_{ao2} \quad (5.5.2.20)$$

Como os dois circuitos rotóricos estão conectados em série, as correntes i'_{pqdo2} e a corrente i'_{aqdo2} são iguais, portanto, o enlace de fluxo total dos dois circuitos rotóricos é dado pela soma

$$l'_{pqdo2} = l'_{pqdo2} + l'_{aqdo2}.$$

Para simplificar, denotamos o enlace de fluxo total dos rotores também de l'_{pqdo2} . Portanto as equações dos enlaces de fluxo da MATDASE podem ser escritas na forma matricial como:

$$\begin{bmatrix} [l_{pqdo1}] \\ [l'_{pqdo2}] \\ [l'_{aqdo1}] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [L_{pqdo11}] & [L_{pqdo12}] & 0 \\ [L_{pqdo21}] & \{[L_{pqdo22}] + [L_{aqdo22}]\} & -[L_{aqdo21}] \\ 0 & -[L_{aqdo12}] & [L_{aqdo11}] \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} [i_{pqdo1}] \\ [i'_{pqdo2}] \\ [i'_{aqdo1}] \end{bmatrix} \quad (5.5.2.21)$$

5.5.3 Equações de Tensão

Consideraremos o conjunto de equações de tensões em variáveis da máquina dado pela Eq. 5.4.3.4. Aplicando a esse conjunto de equações as transformações para o sistema de referência arbitrário qdo dadas pelas Eqs. 5.3.1, 5.3.9, 5.3.15 e 5.3.21 e lembrando que $i'_{pabc2} = i'_{aabc2}$, obtemos, após algumas transformações, as equações de tensão no sistema de referência arbitrário, ou seja:

$$\begin{bmatrix} [u_{pqdo1}] \\ [0] \\ [u'_{aqdo1}] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [R_{pc1}] & [0] & [0] \\ [0] & \{[R_{pc2}] + [R_{ac2}]\} & [0] \\ [0] & [0] & [R_{ac1}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [i_{pqdo1}] \\ [i'_{pqdo2}] \\ [i'_{aqdo1}] \end{bmatrix} + \\ + \begin{bmatrix} [w_{qdo}] & [0] & [0] \\ [0] & [w_{qdo} - w_{p2}] & [0] \\ [0] & [0] & [w_{qdo} - w_{a1}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [l_{pdq1}] \\ [l'_{pdq2}] \\ [l'_{adq1}] \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} [l_{pqdo1}] \\ [l'_{pqdo2}] \\ [l'_{aqdo1}] \end{bmatrix} \quad (5.5.3.1)$$

onde a matriz $[w_{qdo}]$ representa a velocidade dos eixos de referência qdo em relação ao eixo fixo no espaço p_1 dada por :

$$[w_{qdo}] = \begin{bmatrix} w_{qdo} & 0 & 0 \\ 0 & w_{qdo} & 0 \\ 0 & 0 & w_{qdo} \end{bmatrix} \quad (5.5.3.2)$$

As outras duas matrizes de velocidade da Eq. 5.5.3.1 são dadas por:

$$[w_{qdo} - w_{p2}] = \begin{bmatrix} (w_{qdo} - w_{p2}) & 0 & 0 \\ 0 & (w_{qdo} - w_{p2}) & 0 \\ 0 & 0 & (w_{qdo} - w_{p2}) \end{bmatrix} \quad (5.5.3.3)$$

onde $w_{p2} = w_{a2}$ representa a velocidade dos eixos dos enrolamentos do rotor e por:

$$[w_{qdo} - w_{a1}] = \begin{bmatrix} (w_{qdo} - w_{a1}) & 0 & 0 \\ 0 & (w_{qdo} - w_{a1}) & 0 \\ 0 & 0 & (w_{qdo} - w_{a1}) \end{bmatrix} \quad (5.5.3.4)$$

onde W_{a1} é a velocidade do eixo dos enrolamentos do estator da máquina auxiliar dada pela Eq. 5.2.3.

Ainda na Eq. 5.5.3.1, a matriz $[l_{pdq1}]$ é dada por:

$$[l_{pdq1}] = \begin{bmatrix} l_{pd1} \\ -l_{pq1} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.5.3.5),$$

a matriz $[l'_{pdq2}]$ é dada por:

$$[l'_{pdq2}] = \begin{bmatrix} l'_{pd2} \\ -l'_{pq2} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.5.3.6)$$

e a matriz $[l'_{adq1}]$ é dada por:

$$[l'_{adq1}] = \begin{bmatrix} l'_{ad1} \\ -l'_{aq1} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.5.3.7)$$

Os enlaces de fluxo l_{pqdo1} , l'_{pqdo2} e l'_{aqdo1} são dados pela Eq. 5.5.2.21.

Substituindo estes enlaces de fluxo na Eq. 5.5.3.1 obtemos:

$$\begin{aligned} u_{pq1} = & R_{pc1} \cdot i_{pq1} + W_{qdo} \cdot \left(L_{pcd1} + \frac{3}{2} L_{pcm} \right) \cdot i_{pd1} + W_{qdo} \cdot \left(\frac{3}{2} L_{pcm} \right) \cdot i'_{pd2} + \\ & + \left(L_{pcd1} + \frac{3}{2} L_{pcm} \right) \cdot \frac{d}{dt}(i_{pq1}) + \left(\frac{3}{2} L_{pcm} \right) \cdot \frac{d}{dt}(i'_{pq2}) \end{aligned} \quad (5.5.3.8)$$

$$\begin{aligned} u_{pd1} = & R_{pc1} \cdot i_{pd1} - W_{qdo} \cdot \left(L_{pcd1} + \frac{3}{2} L_{pcm} \right) \cdot i_{pq1} - W_{qdo} \cdot \left(\frac{3}{2} L_{pcm} \right) \cdot i'_{pq2} + \\ & + \left(L_{pcd1} + \frac{3}{2} L_{pcm} \right) \cdot \frac{d}{dt}(i_{pd1}) + \left(\frac{3}{2} L_{pcm} \right) \cdot \frac{d}{dt}(i'_{pd2}) \end{aligned} \quad (5.5.3.9)$$

$$u_{po1} = R_{pc1} \cdot i_{po1} + L_{pcd1} \cdot \frac{d}{dt}(i_{po1}) \quad (5.5.3.10)$$

$$\begin{aligned} 0 = & (R_{pc2} + R_{ac2}) \cdot i'_{pq2} + (W_{qdo} - W_{p2}) \cdot \left[\left(\frac{3}{2} L_{pcm} \right) \cdot i_{pd1} - \left(\frac{3}{2} L_{acm} \right) \cdot i'_{ad1} \right] + \\ & + (W_{qdo} - W_{p2}) \cdot \left(L_{pcd2} + \frac{3}{2} L_{pcm} + L_{acd2} + \frac{3}{2} L_{acm} \right) \cdot i'_{pd2} + \left(\frac{3}{2} L_{pcm} \right) \cdot \frac{d}{dt}(i_{pq1}) - \\ & - \left(\frac{3}{2} L_{acm} \right) \cdot \frac{d}{dt}(i'_{aq1}) + \left(L_{pcd2} + \frac{3}{2} L_{pcm} + L_{acd2} + \frac{3}{2} L_{acm} \right) \cdot \frac{d}{dt}(i'_{pq2}) \end{aligned} \quad (5.5.3.11)$$

$$\begin{aligned}
0 = & (R_{pc2} + R_{ac2}) \cdot i'_{pd2} - (w_{qdo} - w_{p2}) \cdot \left[\left(\frac{3}{2} L_{pcm} \right) \cdot i_{pq1} - \left(\frac{3}{2} L_{acm} \right) \cdot i'_{aq1} \right] - \\
& - (w_{qdo} - w_{p2}) \cdot \left(L_{pcd2} + \frac{3}{2} L_{pcm} + L_{acd2} + \frac{3}{2} L_{acm} \right) \cdot i'_{pq2} + \left(\frac{3}{2} L_{pcm} \right) \cdot \frac{d}{dt} (i_{pd1}) - \\
& - \left(\frac{3}{2} L_{acm} \right) \cdot \frac{d}{dt} (i'_{ad1}) + \left(L_{pcd2} + \frac{3}{2} L_{pcm} + L_{acd2} + \frac{3}{2} L_{acm} \right) \cdot \frac{d}{dt} (i'_{pd2})
\end{aligned} \quad (5.5.3.12)$$

$$0 = (R_{pc2} + R_{ac2}) \cdot i'_{po2} + (L_{pcd2} + L_{acd2}) \cdot \frac{d}{dt} (i'_{po2}) \quad (5.5.3.13)$$

$$\begin{aligned}
u'_{aq1} = & R_{ac1} \cdot i'_{aq1} + (w_{qdo} - w_{a1}) \cdot \left(L_{acd1} + \frac{3}{2} L_{acm} \right) \cdot i'_{ad1} - (w_{qdo} - w_{a1}) \cdot \left(\frac{3}{2} L_{acm} \right) \cdot i'_{pd2} + \\
& + \left(L_{acd1} + \frac{3}{2} L_{acm} \right) \cdot \frac{d}{dt} (i'_{aq1}) - \left(\frac{3}{2} L_{acm} \right) \cdot \frac{d}{dt} (i'_{pq2})
\end{aligned} \quad (5.5.3.14)$$

$$\begin{aligned}
u'_{ad1} = & R_{ac1} \cdot i'_{ad1} - (w_{qdo} - w_{a1}) \cdot \left(L_{acd1} + \frac{3}{2} L_{acm} \right) \cdot i'_{aq1} + (w_{qdo} - w_{a1}) \cdot \left(\frac{3}{2} L_{acm} \right) \cdot i'_{aq2} + \\
& + \left(L_{acd1} + \frac{3}{2} L_{acm} \right) \cdot \frac{d}{dt} (i'_{ad1}) - \left(\frac{3}{2} L_{acm} \right) \cdot \frac{d}{dt} (i'_{pd2})
\end{aligned} \quad (5.5.3.15)$$

$$u'_{ao1} = R_{ac1} \cdot i'_{ao1} + L_{acd1} \cdot \frac{d}{dt} (i'_{ao1}) \quad (5.5.3.16)$$

O conjunto de equações das tensões da MATDASE acima pode ser agrupado na forma matricial dada por:

$$[U] = [R] \cdot [X] + [Z] \cdot \left[\frac{d}{dt} X \right] \quad (5.5.3.17)$$

A matriz $[U]$ representa as tensões nos terminais da MATDASE referidas ao estator da máquina principal, dada por:

$$[U] = \begin{bmatrix} u_{pq1} & u_{pd1} & u_{po1} & 0 & 0 & 0 & u'_{aq1} & u'_{ad1} & u'_{ao1} \end{bmatrix}^T \quad (5.5.3.18)$$

A matriz $[X]$ representa as correntes nas fases da MATDASE referidas ao estator da máquina principal, dada por:

$$[X] = \begin{bmatrix} i_{pq1} & i_{pd1} & i_{po1} & i'_{pq2} & i'_{pd2} & i'_{po2} & i'_{aq1} & i'_{ad1} & i'_{ao1} \end{bmatrix}^T \quad (5.5.3.19)$$

A matriz $\left[\frac{d}{dt} X \right]$ representa as derivadas das correntes nas fases da MATDASE referidas ao estator da máquina principal, dada por:

$$\left[\frac{d}{dt} X \right] = \begin{bmatrix} \frac{d}{dt} i_{pq1} & \frac{d}{dt} i_{pd1} & \frac{d}{dt} i_{po1} & \frac{d}{dt} i'_{pq2} & \frac{d}{dt} i'_{pd2} & \frac{d}{dt} i'_{po2} & \frac{d}{dt} i'_{aq1} & \frac{d}{dt} i'_{ad1} & \frac{d}{dt} i'_{ao1} \end{bmatrix}^T \quad (5.5.3.20)$$

Lembramos novamente que as correntes $i'_{pq2}, i'_{pd2}, i'_{po2}$ são iguais às correntes $i'_{aq2}, i'_{ad2}, i'_{ao2}$ respectivamente, bem como suas derivadas.

A matriz $[R]$ é uma matriz quadrada de nove linhas e nove colunas representada por:

$$[R] = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & r_{14} & r_{15} & r_{16} & r_{17} & r_{18} & r_{19} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & r_{24} & r_{25} & r_{26} & r_{27} & r_{28} & r_{29} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & r_{34} & r_{35} & r_{36} & r_{37} & r_{38} & r_{39} \\ r_{41} & r_{42} & r_{43} & r_{44} & r_{45} & r_{46} & r_{47} & r_{48} & r_{49} \\ r_{51} & r_{52} & r_{53} & r_{54} & r_{55} & r_{56} & r_{57} & r_{58} & r_{59} \\ r_{61} & r_{62} & r_{63} & r_{64} & r_{65} & r_{66} & r_{67} & r_{68} & r_{69} \\ r_{71} & r_{72} & r_{73} & r_{74} & r_{75} & r_{76} & r_{77} & r_{78} & r_{79} \\ r_{81} & r_{82} & r_{83} & r_{84} & r_{85} & r_{86} & r_{87} & r_{88} & r_{89} \\ r_{91} & r_{92} & r_{93} & r_{94} & r_{95} & r_{96} & r_{97} & r_{98} & r_{99} \end{bmatrix} \quad (5.5.3.21)$$

Os termos da matriz $[R]$ são:

$$r_{11} = R_{pc1}$$

$$r_{12} = W_{qdo} \left(L_{pcd1} + \frac{3}{2} L_{pcm} \right)$$

$$r_{15} = W_{qdo} \left(\frac{3}{2} L_{pcm} \right)$$

$$r_{21} = -W_{qdo} \left(L_{pcd1} + \frac{3}{2} L_{pcm} \right)$$

$$r_{22} = R_{pc1}$$

$$r_{24} = -W_{qdo} \left(\frac{3}{2} L_{pcm} \right)$$

$$r_{33} = R_{pc1}$$

$$r_{42} = (W_{qdo} - W_{p2}) \left(\frac{3}{2} L_{pcm} \right)$$

$$r_{44} = R_{pc2} + R_{ac2}$$

$$r_{45} = (W_{qdo} - W_{p2}) \left(L_{pcd2} + \frac{3}{2} L_{pcm} + L_{acd2} + \frac{3}{2} L_{acm} \right)$$

$$r_{48} = -(W_{qdo} - W_{p2}) \left(\frac{3}{2} L_{acm} \right)$$

$$r_{51} = -(W_{qdo} - W_{p2}) \left(\frac{3}{2} L_{pcm} \right)$$

$$r_{54} = -(W_{qdo} - W_{p2}) \left(L_{pcd2} + \frac{3}{2} L_{pcm} + L_{acd2} + \frac{3}{2} L_{acm} \right)$$

$$r_{55} = R_{pc2} + R_{ac2}$$

$$r_{57} = (W_{qdo} - W_{p2}) \left(\frac{3}{2} L_{acm} \right)$$

$$r_{66} = R_{pc2} + R_{ac2}$$

$$r_{75} = -\left(w_{qdo} - w_{a1}\right)\left(\frac{3}{2}L_{acm}\right)$$

$$r_{77} = R_{ac1}$$

$$r_{78} = \left(w_{qdo} - w_{a1}\right)\left(L_{acd1} + \frac{3}{2}L_{acm}\right)$$

$$r_{84} = \left(w_{qdo} - w_{a1}\right)\left(\frac{3}{2}L_{acm}\right)$$

$$r_{87} = -\left(w_{qdo} - w_{a1}\right)\left(\frac{3}{2}L_{acm}\right)$$

$$r_{88} = R_{ac1}$$

$$r_{99} = R_{ac1}$$

As demais posições da matriz $[R]$ têm valores nulos.

A matriz $[Z]$ também é quadrada de nove linhas e nove colunas representada por:

$$[Z] = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} & z_{13} & z_{14} & z_{15} & z_{16} & z_{17} & z_{18} & z_{19} \\ z_{21} & z_{22} & z_{23} & z_{24} & z_{25} & z_{26} & z_{27} & z_{28} & z_{29} \\ z_{31} & z_{32} & z_{33} & z_{34} & z_{35} & z_{36} & z_{37} & z_{38} & z_{39} \\ z_{41} & z_{42} & z_{43} & z_{44} & z_{45} & z_{46} & z_{47} & z_{48} & z_{49} \\ z_{51} & z_{52} & z_{53} & z_{54} & z_{55} & z_{56} & z_{57} & z_{58} & z_{59} \\ z_{61} & z_{62} & z_{63} & z_{64} & z_{65} & z_{66} & z_{67} & z_{68} & z_{69} \\ z_{71} & z_{72} & z_{73} & z_{74} & z_{75} & z_{76} & z_{77} & z_{78} & z_{79} \\ z_{81} & z_{82} & z_{83} & z_{84} & z_{85} & z_{86} & z_{87} & z_{88} & z_{89} \\ z_{91} & z_{92} & z_{93} & z_{94} & z_{95} & z_{96} & z_{97} & z_{98} & z_{99} \end{bmatrix} \quad (5.5.3.22)$$

Os termos da matriz são:

$$z_{11} = \left(L_{pcd1} + \frac{3}{2}L_{pcm}\right)$$

$$z_{14} = \left(\frac{3}{2}L_{pcm}\right)$$

$$z_{22} = \left(L_{pcd1} + \frac{3}{2}L_{pcm}\right)$$

$$z_{25} = \left(\frac{3}{2}L_{pcm}\right)$$

$$z_{33} = \left(L_{pcd1}\right)$$

$$z_{41} = \left(\frac{3}{2}L_{pcm}\right)$$

$$z_{44} = \left(L_{pcd2} + \frac{3}{2}L_{pcm} + L_{acd2} + \frac{3}{2}L_{acm}\right)$$

$$z_{47} = -\left(\frac{3}{2}L_{acm}\right)$$

$$\begin{aligned}
z_{52} &= \left(\frac{3}{2} L_{pcm} \right) \\
z_{55} &= \left(L_{pcd2} + \frac{3}{2} L_{pcm} + L_{acd2} + \frac{3}{2} L_{acm} \right) \\
z_{58} &= - \left(\frac{3}{2} L_{acm} \right) \\
z_{66} &= \left(L_{pcd2} + L_{acd2} \right) \\
z_{74} &= - \left(\frac{3}{2} L_{acm} \right) \\
z_{77} &= \left(L_{acd1} + \frac{3}{2} L_{acm} \right) \\
z_{85} &= - \left(\frac{3}{2} L_{acm} \right) \\
z_{88} &= \left(L_{acd1} + \frac{3}{2} L_{acm} \right) \\
z_{88} &= \left(L_{acd1} \right)
\end{aligned}$$

Os demais termos da matriz $[Z]$ são nulos.

5.5.4 Equações do Torque Eletromagnético

Integrando-se as Eqs. 5.5.3.17 obtêm-se as correntes da máquina principal e da máquina auxiliar no sistema de referência arbitrário $qd0$.

Uma vez conhecidas as correntes nos eixos de referência podemos determinar o torque eletromagnético da máquina principal a partir da Eq. 5.4.4.4, aplicando as transformações anteriormente definidas, ou seja:

$$T_{pe} = p_{p1} \cdot \left[[K_{p1}]^{-1} \cdot [i_{pqdo1}] \right]^T \cdot \frac{d}{dq_{p2}} \{ [L_{pc12}] \} \cdot \left[[K_{p2}]^{-1} \cdot [i'_{pqdo2}] \right] \quad (5.5.4.1)$$

Desenvolvendo esta equação obtemos o torque eletromagnético da máquina principal em função das correntes referenciadas aos eixos $qd0$:

$$T_{pe} = \frac{3}{2} \cdot p_{p1} \cdot \left(\frac{3}{2} L_{pcm} \right) \cdot (i_{pq1} \cdot i'_{pd2} - i_{pd1} \cdot i'_{pq2}) \quad (5.5.4.2)$$

Analogamente a equação do torque eletromagnético da máquina auxiliar pode ser obtida a partir da Eq. 5.4.4.7, ou seja:

$$T_{ae} = p_{a1} \cdot \left[[K_{a2}]^{-1} \cdot [i'_{aqdo2}] \right]^T \cdot \frac{d}{dq_{a2}} \{ [L_{ac12}] \} \cdot \left[[K_{a1}]^{-1} \cdot [i'_{aqdo1}] \right] \quad (5.5.4.3)$$

Desenvolvendo a expressão acima, obtemos:

$$T_{ae} = \frac{3}{2} \cdot p_{a1} \cdot \left(\frac{3}{2} L_{acm} \right) \cdot (-i'_{aq2} \cdot i'_{ad1} + i'_{ad2} \cdot i'_{aq1}) \quad (5.5.4.4)$$

Como a MATDASE está ligada em cascata “mais” os dois torques se somam:

$$T_{ce} = T_{pe} + T_{ae} \quad (5.5.4.5)$$

A equação dinâmica da MATDASE, quando acoplada a uma carga externa, é dada pela Eq. 5.4.4.12, ou seja:

$$T_{ce} = J_{Total} \cdot \frac{d}{dt}(w_m) + B_{av} \cdot w_m + T_{Externo} \quad (5.5.4.6)$$

onde a inércia total J_{Total} é dada pela soma das inércias da MATDASE e da carga externa, ou seja:

$$J_{Total} = J_{MAT} + J_{Externa} \quad (5.5.4.7)$$

A velocidade angular mecânica w_m é dada por:

$$w_m = \frac{d}{dt}(q_m) \quad (5.5.4.8)$$

Isolando o torque externo aplicado ao eixo da MATDASE na Eq. 5.5.4.6 obtemos:

$$T_{Externo} = T_{ce} - J_{Total} \cdot \frac{d}{dt}(w_m) - B_{av} \cdot w_m \quad (5.5.4.9)$$

5.6. Equações de Espaço de Estado da Máquina

Nos capítulos anteriores procuramos estabelecer um modelo físico através das equações diferenciais que regem o comportamento da MATDASE. Com o objetivo de simplificar este modelo lançamos mão das transformações para o sistema de referência arbitrário *qdo*. As equações de tensão são dadas pela Eq. 5.5.3.17 e as equações mecânicas são dadas pelas Eqs. 5.5.4.8 e 5.5.4.9.

Baseado nas hipóteses simplificativas feitas no parágrafo 2.3 consideramos a MATDASE linear e invariante no tempo, isto significa que o modelo matemático que representa a máquina é um sistema de equações lineares invariante no tempo (SLIT).

O objetivo deste parágrafo é estabelecer as equações de espaço de estado do sistema MATDASE na forma:

$$[\dot{x}(t)] = [A] \cdot [x(t)] + [B] \cdot [u(t)] \quad (5.6.1)$$

$$[y(t)] = [C] \cdot [x(t)] + [D] \cdot [u(t)] \quad (5.6.2)$$

Onde a Eq. 5.6.1 representa um conjunto de equações diferenciais de primeira ordem e a Eq. 5.6.2 representa um conjunto de equações algébricas.

O vetor $[x(t)]$ representa as $[n \times 1]$ variáveis de estado do sistema. O vetor $[u(t)]$ representa as $[n \times 1]$ entradas e o vetor $[y(t)]$ representa as $[q \times 1]$ saídas do sistema MATDASE.

As matrizes $A(n \times n)$, $B(n \times n)$, $C(q \times n)$ e $D(q \times 1)$ são constantes, isto é, invariantes no tempo.

As Eqs. 5.5.3.17, 5.5.4.8 e 5.5.4.9 formam o conjunto de equações que regem o comportamento dinâmico da MATDASE.

O conjunto de equações acima mencionadas pode ser agrupado na forma matricial dada por:

$$[u(t)] = [S] \cdot [x(t)] + [W] \cdot [\dot{x}(t)] \quad (5.6.3)$$

A matriz $[u(t)]$ representa as variáveis de entrada no sistema MATDASE, dada por:

$$[u(t)] = [u_{pq1} \quad u_{pd1} \quad u_{po1} \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad u'_{aq1} \quad u'_{ad1} \quad u'_{ao1} \quad T_{Externo} \quad 0]^T \quad (5.6.4)$$

A matriz $[x(t)]$ as variáveis de estado do sistema MATDASE, dada por:

$$[x(t)] = [i_{pq1} \quad i_{pd1} \quad i_{po1} \quad i'_{pq2} \quad i'_{pd2} \quad i'_{po2} \quad i'_{aq1} \quad i'_{ad1} \quad i'_{ao1} \quad w_m \quad q_m]^T \quad (5.6.5)$$

A matriz $[\dot{x}(t)]$ representa as derivadas das variáveis de estado do sistema MATDASE, dada por:

$$[\dot{x}(t)] = [\dot{i}_{pq1} \quad \dot{i}_{pd1} \quad \dot{i}_{po1} \quad \dot{i}'_{pq2} \quad \dot{i}'_{pd2} \quad \dot{i}'_{po2} \quad \dot{i}'_{aq1} \quad \dot{i}'_{ad1} \quad \dot{i}'_{ao1} \quad \dot{w}_m \quad \dot{q}_m]^T \quad (5.6.6)$$

A matriz $[S]$ corresponde à matriz $[R]$ dada pela Eq. 5.5.3.21 adicionada de duas linhas e duas colunas correspondentes às duas equações dinâmicas do sistema MATDASE. Portanto a matriz $[S]$ tem dimensão (11×11) e é dada por:

$$[S] = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} & s_{14} & s_{15} & s_{16} & s_{17} & s_{18} & s_{19} & s_{110} & s_{111} \\ s_{21} & s_{22} & s_{23} & s_{24} & s_{25} & s_{26} & s_{27} & s_{28} & s_{29} & s_{210} & s_{211} \\ s_{31} & s_{32} & s_{33} & s_{34} & s_{35} & s_{36} & s_{37} & s_{38} & s_{39} & s_{310} & s_{311} \\ s_{41} & s_{42} & s_{43} & s_{44} & s_{45} & s_{46} & s_{47} & s_{48} & s_{49} & s_{410} & s_{411} \\ s_{51} & s_{52} & s_{53} & s_{54} & s_{55} & s_{56} & s_{57} & s_{58} & s_{59} & s_{510} & s_{511} \\ s_{61} & s_{62} & s_{63} & s_{64} & s_{65} & s_{66} & s_{67} & s_{68} & s_{69} & s_{610} & s_{611} \\ s_{71} & s_{72} & s_{73} & s_{74} & s_{75} & s_{76} & s_{77} & s_{78} & s_{79} & s_{710} & s_{711} \\ s_{81} & s_{82} & s_{83} & s_{84} & s_{85} & s_{86} & s_{87} & s_{88} & s_{89} & s_{810} & s_{811} \\ s_{91} & s_{92} & s_{93} & s_{94} & s_{95} & s_{96} & s_{97} & s_{98} & s_{99} & s_{910} & s_{911} \\ s_{101} & s_{102} & s_{103} & s_{104} & s_{105} & s_{106} & s_{107} & s_{108} & s_{109} & s_{1010} & s_{1011} \\ s_{111} & s_{112} & s_{113} & s_{114} & s_{115} & s_{116} & s_{117} & s_{118} & s_{119} & s_{1110} & s_{1111} \end{bmatrix} \quad (5.6.7)$$

Os termos da matriz $[S]$ são:

$$s_{11} = R_{pc1}$$

$$\begin{aligned}
s_{12} &= W_{qdo} \left(L_{pcd1} + \frac{3}{2} L_{pcm} \right) \\
s_{15} &= W_{qdo} \left(\frac{3}{2} L_{pcm} \right) \\
s_{21} &= -W_{qdo} \left(L_{pcd1} + \frac{3}{2} L_{pcm} \right) \\
s_{22} &= R_{pc1} \\
s_{24} &= -W_{qdo} \left(\frac{3}{2} L_{pcm} \right) \\
s_{33} &= R_{pc1} \\
s_{42} &= (W_{qdo} - W_{p2}) \left(\frac{3}{2} L_{pcm} \right) \\
s_{44} &= R_{pc2} + R_{ac2} \\
s_{45} &= (W_{qdo} - W_{p2}) \left(L_{pcd2} + \frac{3}{2} L_{pcm} + L_{acd2} + \frac{3}{2} L_{acm} \right) \\
s_{48} &= -(W_{qdo} - W_{p2}) \left(\frac{3}{2} L_{acm} \right) \\
s_{51} &= -(W_{qdo} - W_{p2}) \left(\frac{3}{2} L_{pcm} \right) \\
s_{54} &= -(W_{qdo} - W_{p2}) \left(L_{pcd2} + \frac{3}{2} L_{pcm} + L_{acd2} + \frac{3}{2} L_{acm} \right) \\
s_{55} &= R_{pc2} + R_{ac2} \\
s_{57} &= (W_{qdo} - W_{p2}) \left(\frac{3}{2} L_{acm} \right) \\
s_{66} &= R_{pc2} + R_{ac2} \\
s_{75} &= -(W_{qdo} - W_{a1}) \left(\frac{3}{2} L_{acm} \right) \\
s_{77} &= R_{ac1} \\
s_{78} &= (W_{qdo} - W_{a1}) \left(L_{acd1} + \frac{3}{2} L_{acm} \right) \\
s_{84} &= (W_{qdo} - W_{a1}) \left(\frac{3}{2} L_{acm} \right) \\
s_{87} &= -(W_{qdo} - W_{a1}) \left(\frac{3}{2} L_{acm} \right) \\
s_{88} &= R_{ac1} \\
s_{99} &= R_{ac1} \\
s_{101} &= \frac{3}{2} \cdot p_{p1} \cdot \left(\frac{3}{2} L_{pcm} \right) \cdot i'_{pd2}
\end{aligned}$$

$$s_{104} = -\frac{3}{2} \cdot p_{p1} \cdot \left(\frac{3}{2} L_{pcm} \right) \cdot i_{pd1} - \frac{3}{2} \cdot p_a \cdot \left(\frac{3}{2} L_{acm} \right) \cdot i_{ad1}$$

$$s_{107} = \frac{3}{2} \cdot p_{a1} \cdot \left(\frac{3}{2} L_{acm} \right) \cdot i'_{pd2}$$

$$s_{1010} = -B_{av}$$

$$s_{1110} = 1$$

As demais posições da matriz $[S]$ tem valores nulos .

A matriz $[W]$ corresponde à matriz $[Z]$ dada pela Eq. 5.5.3.22 adicionada de duas linhas e duas colunas correspondentes às duas equações dinâmicas do sistema MATDASE. Portanto a matriz $[W]$ tem dimensão (11×11) e é dada por:

$$[W] = \begin{bmatrix} w_{11} & w_{12} & w_{13} & w_{14} & w_{15} & w_{16} & w_{17} & w_{18} & w_{19} & w_{110} & w_{111} \\ w_{21} & w_{22} & w_{23} & w_{24} & w_{25} & w_{26} & w_{27} & w_{28} & w_{29} & w_{210} & w_{211} \\ w_{31} & w_{32} & w_{33} & w_{34} & w_{35} & w_{36} & w_{37} & w_{38} & w_{39} & w_{310} & w_{311} \\ w_{41} & w_{42} & w_{43} & w_{44} & w_{45} & w_{46} & w_{47} & w_{48} & w_{49} & w_{410} & w_{411} \\ w_{51} & w_{52} & w_{53} & w_{54} & w_{55} & w_{56} & w_{57} & w_{58} & w_{59} & w_{510} & w_{511} \\ w_{61} & w_{62} & w_{63} & w_{64} & w_{65} & w_{66} & w_{67} & w_{68} & w_{69} & w_{610} & w_{611} \\ w_{71} & w_{72} & w_{73} & w_{74} & w_{75} & w_{76} & w_{77} & w_{78} & w_{79} & w_{710} & w_{711} \\ w_{81} & w_{82} & w_{83} & w_{84} & w_{85} & w_{86} & w_{87} & w_{88} & w_{89} & w_{810} & w_{811} \\ w_{91} & w_{92} & w_{93} & w_{94} & w_{95} & w_{96} & w_{97} & w_{98} & w_{99} & w_{910} & w_{911} \\ w_{101} & w_{102} & w_{103} & w_{104} & w_{105} & w_{106} & w_{107} & w_{108} & w_{109} & w_{1010} & w_{1011} \\ w_{111} & w_{112} & w_{113} & w_{114} & w_{115} & w_{116} & w_{117} & w_{118} & w_{119} & w_{1110} & w_{1111} \end{bmatrix} \quad (5.6.8)$$

Os termos da matriz $[W]$ são:

$$w_{11} = \left(L_{pcd1} + \frac{3}{2} L_{pcm} \right)$$

$$w_{14} = \left(\frac{3}{2} L_{pcm} \right)$$

$$w_{22} = \left(L_{pcd1} + \frac{3}{2} L_{pcm} \right)$$

$$w_{25} = \left(\frac{3}{2} L_{pcm} \right)$$

$$w_{33} = \left(L_{pcd1} \right)$$

$$w_{41} = \left(\frac{3}{2} L_{pcm} \right)$$

$$w_{44} = \left(L_{pcd2} + \frac{3}{2} L_{pcm} + L_{acd2} + \frac{3}{2} L_{acm} \right)$$

$$w_{47} = - \left(\frac{3}{2} L_{acm} \right)$$

$$\begin{aligned}
w_{52} &= \left(\frac{3}{2} L_{pcm} \right) \\
w_{55} &= \left(L_{pcd2} + \frac{3}{2} L_{pcm} + L_{acd2} + \frac{3}{2} L_{acm} \right) \\
w_{58} &= - \left(\frac{3}{2} L_{acm} \right) \\
w_{66} &= (L_{pcd2} + L_{acd2}) \\
w_{74} &= - \left(\frac{3}{2} L_{acm} \right) \\
w_{77} &= \left(L_{acd1} + \frac{3}{2} L_{acm} \right) \\
w_{85} &= - \left(\frac{3}{2} L_{acm} \right) \\
w_{88} &= \left(L_{acd1} + \frac{3}{2} L_{acm} \right) \\
w_{88} &= (L_{acd1}) \\
w_{1010} &= -J_{Total} \\
w_{1111} &= -1
\end{aligned}$$

Os demais termos da matriz $[W]$ são nulos.

Como a matriz $[W]$ é não singular podemos multiplicar a Eq. 5.6.3 pela matriz inversa $[W]^{-1}$, resultando:

$$[\dot{x}(t)] = -[W]^{-1} \cdot [S] \cdot [x(t)] + [W]^{-1} \cdot [u(t)] \quad (5.6.9)$$

Comparando a Eq. 5.6.9 com a Eq. 5.6.1, podemos escrever:

$$[A] = -[W]^{-1} \cdot [S] \quad (5.6.10)$$

$$[B] = [W]^{-1} \quad (5.6.11)$$

Assim a equação de espaço de estados do sistema MATDASE, Eq. 5.6.1, fica definida. $[u(t)]$ representa as entradas no sistema e $[x(t)]$ as variáveis de estado do sistema. As matrizes constantes $[A]$ e $[B]$ têm dimensão $[11 \times 11]$, isto é:

$$n = 11 \quad (5.6.12)$$

Como no sistema MATDASE todas as variáveis de estado podem ser medidas, admitiremos que todas sejam variáveis de saída, ou seja:

$$q = n = 11 \quad (5.6.13)$$

Conseqüentemente, no conjunto de equações algébricas mostrado na Eq. 5.6.2, a matriz $[D]$ de ordem (11×1) é nula, portanto:

$$[D] = [0] \quad (5.6.14)$$

A matriz $[C]$ passa a ser a matriz identidade de ordem (11×11) . O vetor $[y(t)]$, que representa as variáveis de saída do sistema, tem dimensão (11×1) .

Finalmente as equações de espaço de estado do sistema MATDASE podem ser escritas como:

$$[\dot{x}(t)] = [A] \cdot [x(t)] + [B] \cdot [u(t)] \quad (5.6.15)$$

$$[y(t)] = [C] \cdot [x(t)] \quad (5.6.16)$$

5.7. Análise Dinâmica da Máquina

5.7.1. Introdução

No parágrafo 5.6 chegamos ao conjunto de equações de espaço de estado mostradas na Eq. 5.6.15 que representa o modelo dinâmico da MATDASE. A solução do conjunto de equações diferenciais é feita através do método de Runge Kutta de quarta ordem. Como o objetivo do estudo é a análise dinâmica e não o controle da mesma, um método de passo constante é adequado e suficiente com a vantagem de ser mais simples.

Baseado neste método foi desenvolvido um programa de computador em Fortran 90 que permite solucionar estas equações para diversas condições dinâmicas da máquina. Com este programa é possível fazer a análise dinâmica da máquina, onde todas as grandezas calculadas estão referenciadas ao enrolamento principal do estator.

Para a nossa análise dinâmica, serão considerados os parâmetros do protótipo MATRBGC mostrados no parágrafo 3.7.3. O comportamento dinâmico da MATDASE é bastante similar ao da MATBCDA que foi exaustivamente analisada em [21]. Em função disto, mostraremos apenas alguns resultados das simulações.

A análise dinâmica abrange as seguintes condições:

1. Funcionamento em regime dinâmico de partida como motor.

Nesta condição analisaremos a partida da MATDASE como motor com as seguintes condições impostas ao estator da máquina auxiliar:

- § Estator em curto-circuito;
- § Estator ligado a uma resistência externa constante;
- § Tensão imposta ao estator da máquina auxiliar de amplitude constante.

2. Funcionamento em Regime Dinâmico como Motor.

Nesta condição analisaremos o comportamento da MATDASE apenas funcionando em regime como motor, simulando:

- § Variação do torque externo.

5.7.2 Funcionamento em Regime Dinâmico de Partida

No parágrafo 5.4 foram estabelecidas as equações da MATDASE no sistema de coordenadas *abc* baseado na Fig. 5.4.1.1. Aplicando-se a estas equações as transformações para o sistema de eixos arbitrários *qdo* foi possível, no parágrafo 5.6, chegar ao conjunto de equações de espaço de estado mostradas nas Eqs. 5.6.15 e 5.6.16 que representam o comportamento dinâmico da MATDASE. A Fig. 5.7.2.1, mostra esquematicamente a conexão em cascata “mais” da MATDASE para as três situações de partida mencionadas acima.

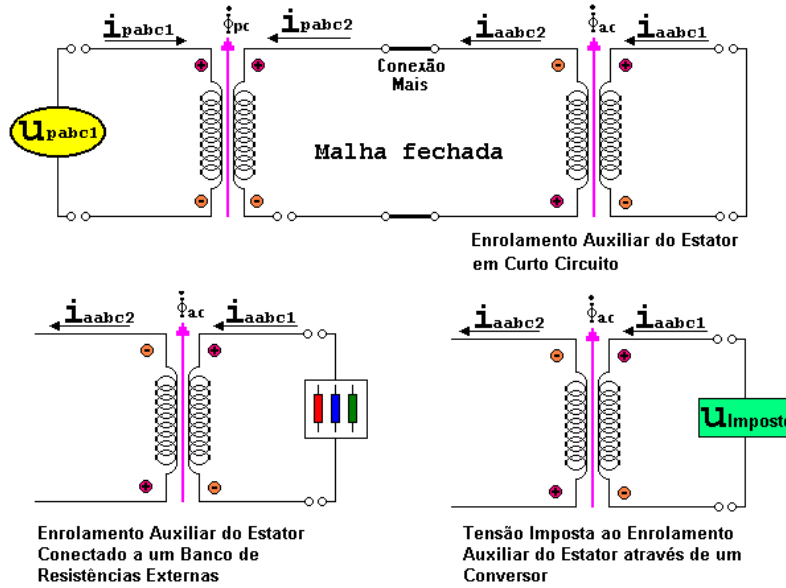


Fig. 5.7.2.1 – Condições do regime dinâmico de partida da MATDASE.

Iremos considerar nas simulações, além dos parâmetros da MATRBGC mostrados no parágrafo 2.7.3, os seguintes parâmetros:

§ Dados da carga, conforme Fig. 5.7.2.2:

Resistência externa constante durante a partida $R_{acad} = 1xR_{a1}$;

§ Amplitude constante da tensão imposta durante a partida:

Escolhida arbitrariamente no valor de 10% da tensão nominal, ou seja,

$$U_{a1} = 0,10 \cdot U_{a1Nominal} = 0,10 \cdot \frac{1200}{\sqrt{3}} = 69,282 \text{ Volt}$$

§ Constante de fase da tensão imposta durante a partida:

Escolhida, também, arbitrariamente o valor de $q_{Ua1} = 270 \text{ Graus}$;

§ Intervalo de integração de 0 a 5 s, com passo de integração de 0,001 s.

O valor da amplitude e da constante de fase da tensão imposta foram escolhidos apenas para ilustrar uma simulação dinâmica de partida. Não foi adotado nenhum critério especial. Apenas

tomou-se o cuidado para não impor uma tensão muito elevada. Na situação real esta tensão deve ser controlada pelo conversor de acordo com a condição de partida desejada.

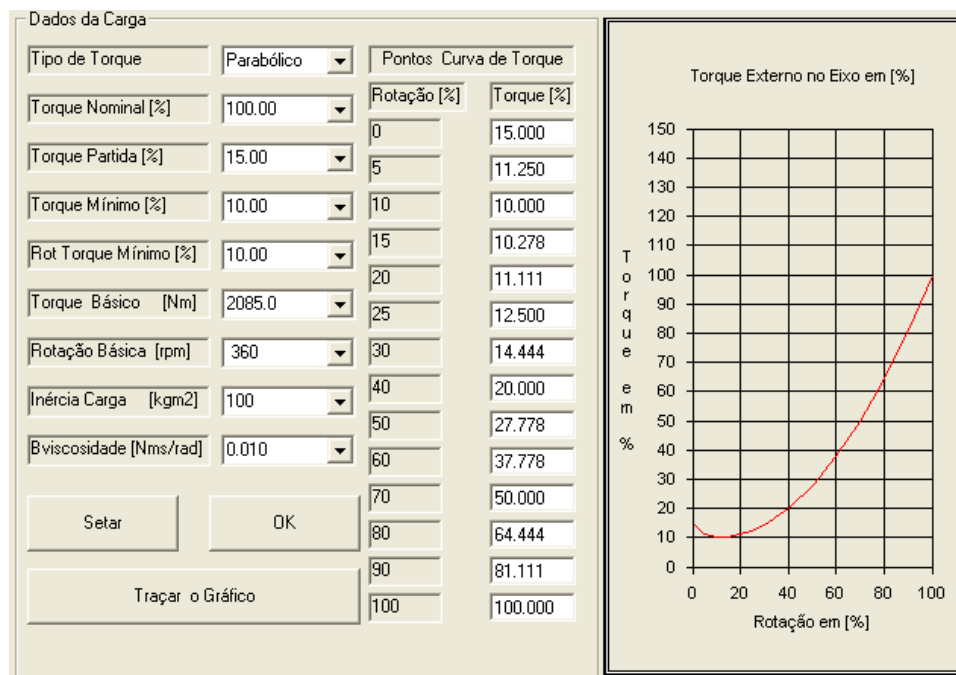


Fig. 5.7.2.2 – Dados da carga para partida em regime dinâmico.

As figuras 5.7.2.3 a 5.7.2.9 mostram as correntes, o torque e o comportamento da rotação durante a partida dinâmica com o enrolamento auxiliar em curto-circuito.

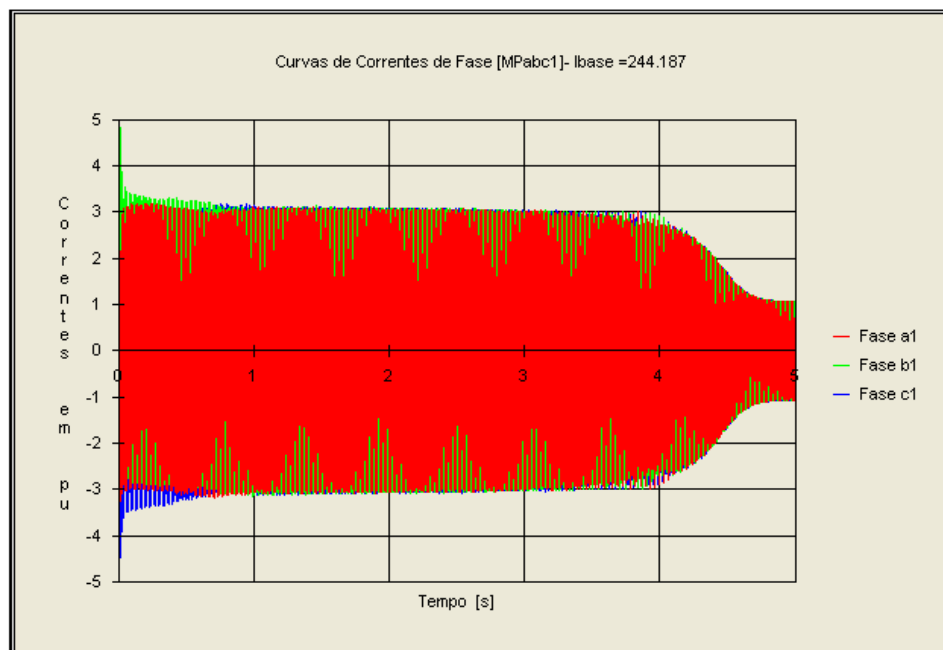


Fig. 5.7.2.3 - Regime dinâmico de partida - Correntes no estator da máquina principal durante a partida dinâmica com o enrolamento auxiliar em curto-circuito.

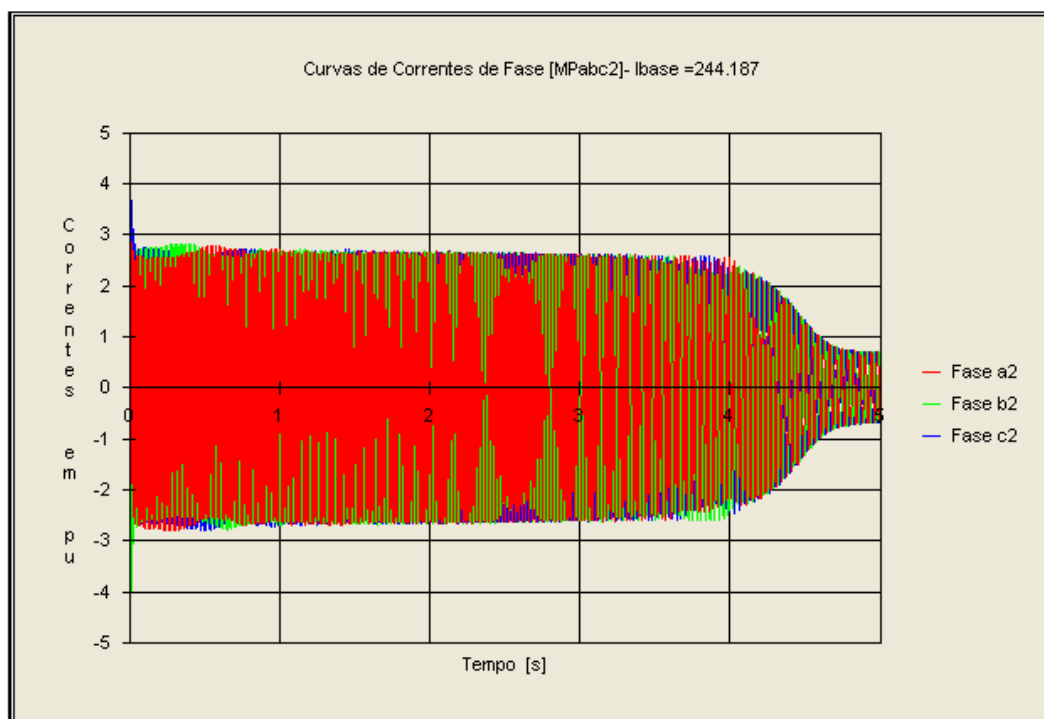


Fig. 5.7.2.4 - Regime dinâmico de partida - Correntes no rotor da máquina principal referidas ao estator da máquina principal durante a partida dinâmica com o enrolamento auxiliar em curto-circuito.

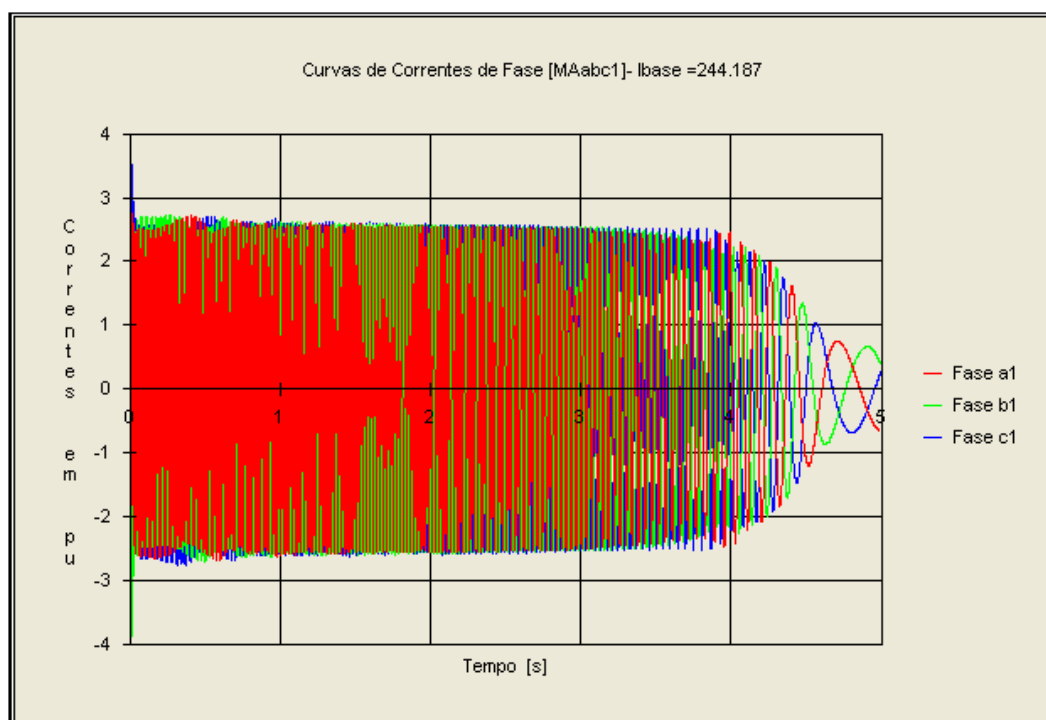


Fig. 5.7.2.5 - Regime dinâmico de partida - Correntes no estator da máquina auxiliar referidas ao estator da máquina principal, durante a partida dinâmica com o enrolamento auxiliar em curto-circuito.

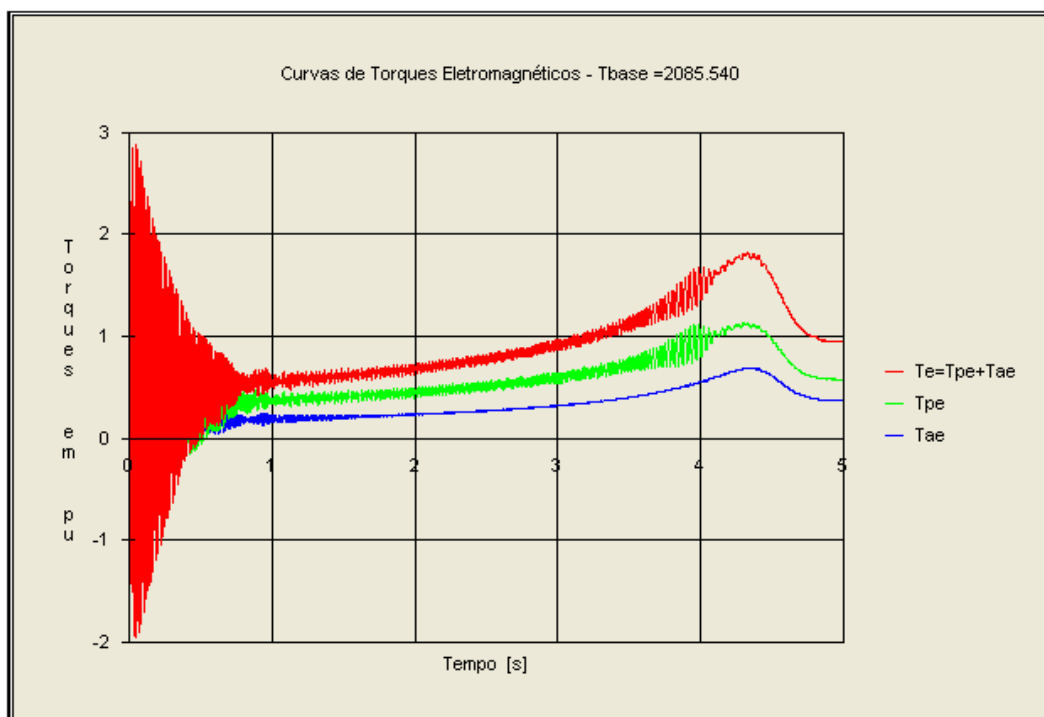


Fig. 5.7.2.6 - Regime dinâmico de partida – Torques eletromagnéticos durante a partida dinâmica com o enrolamento auxiliar em curto-circuito.

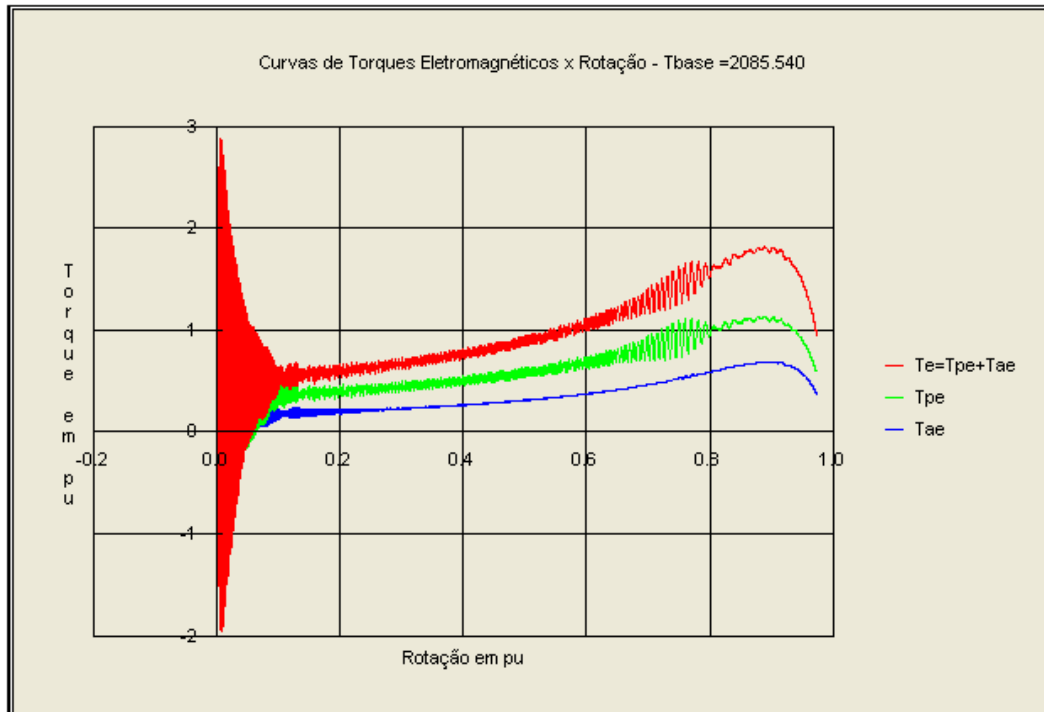


Fig. 5.7.2.7 - Regime dinâmico de partida – Torques eletromagnéticos x rotação durante a partida dinâmica com o enrolamento auxiliar em curto-circuito.

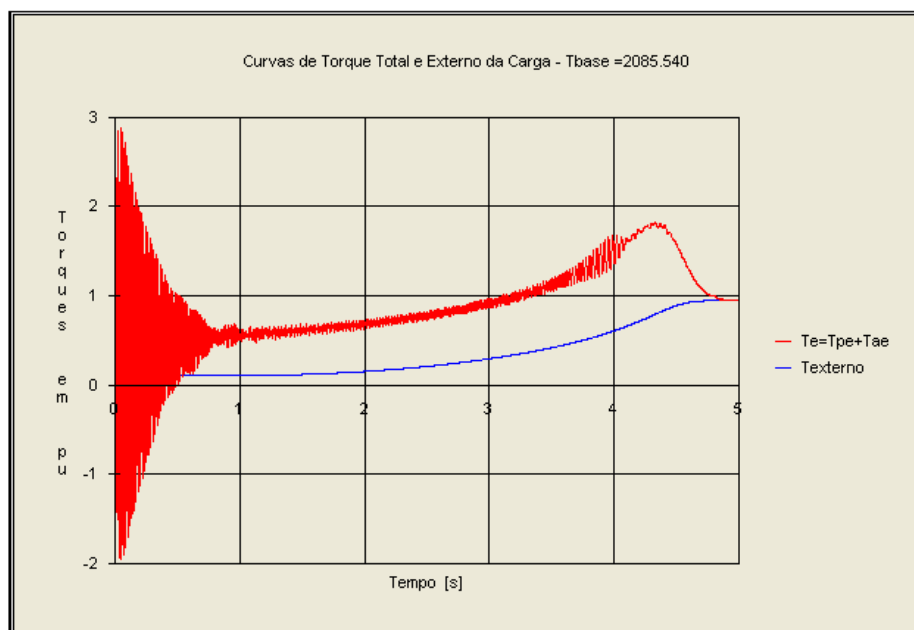


Fig. 5.7.2.8 - Regime dinâmico de partida – Torques total e externo no eixo durante a partida dinâmica com o enrolamento auxiliar em curto-circuito.

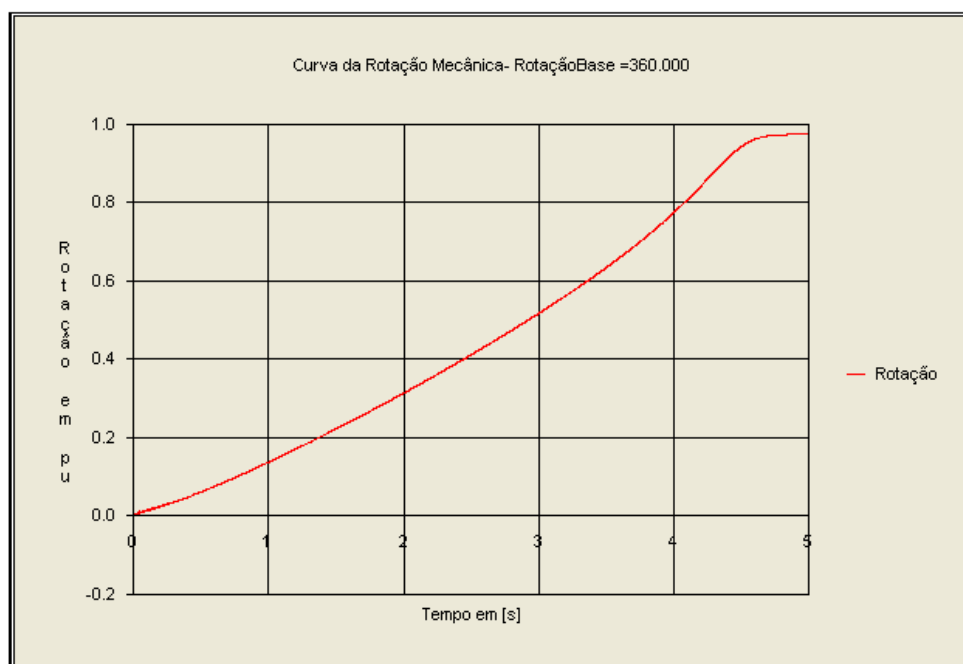


Fig. 5.7.2.9 - Regime dinâmico de partida – Variação da rotação durante a partida dinâmica com o enrolamento auxiliar em curto-circuito.

Na Fig. 5.7.2.3, as correntes de fase do enrolamento principal apresentam frequência constante igual à frequência da rede f_{pe1} . As correntes no circuito rotórico mostradas na Fig. 5.7.2.4 e as correntes no enrolamento auxiliar do estator mostradas na Fig. 5.7.2.5 apresentam

freqüências variáveis com a rotação mecânica f_m , de acordo com o gráfico mostrado na Fig. 3.6.1.2. Para a MATRGDA e a MATRBGC as três correntes trifásicas equilibradas mostradas na Fig. 5.7.2.4 não representam a situação física real das correntes no circuito rotórico. Elas representam um conjunto trifásico de correntes simétricas equivalentes no modelo dinâmico da máquina. Para se obter as correntes reais nestes circuitos são necessárias análises detalhadas utilizando o MEF associado com a técnica de movimento das bandas [22,24].

Nos gráficos do torque total e do torque externo mostrado na Fig. 5.7.2.8 e no gráfico da variação da rotação mostrado na Fig. 5.7.2.9 percebe-se que o tempo de partida nesta condição é da ordem de 4,8 s.

Repetindo a simulação dinâmica para a condição do enrolamento auxiliar conectado a um banco de resistência externa, obtemos o comportamento semelhante ao anterior, porém com a curva de torque de partida melhorada.

As Figs. 5.7.2.10 a 5.7.2.16 mostram as correntes, o torque e o comportamento da rotação durante a partida dinâmica com o enrolamento auxiliar conectado à resistência externa.

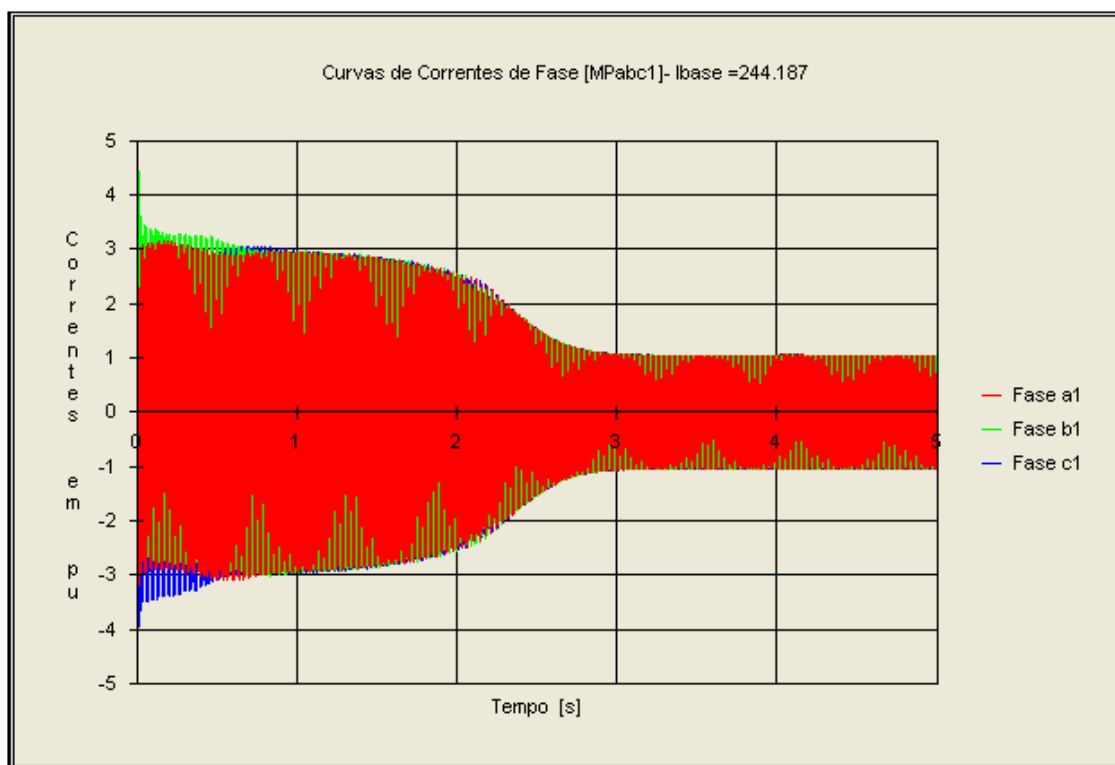


Fig. 5.7.2.10 - Regime dinâmico de partida - Correntes no estator da máquina principal durante a partida dinâmica com o enrolamento auxiliar conectado a uma resistência externa $R_{acad} = 1,0 \cdot R_{a1}$.

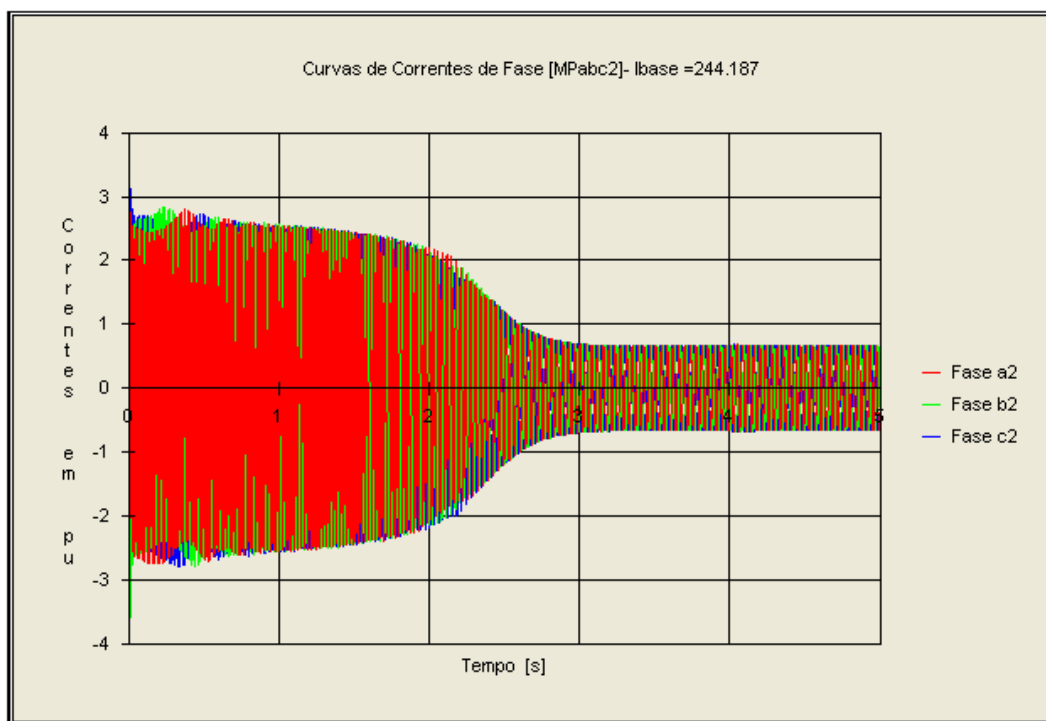


Fig. 5.7.2.11 - Regime dinâmico de partida - Correntes no rotor da máquina principal, referidas ao estator da máquina principal, durante a partida dinâmica com o enrolamento auxiliar conectado a uma resistência externa $R_{acad} = 1,0 \cdot R_{a1}$.

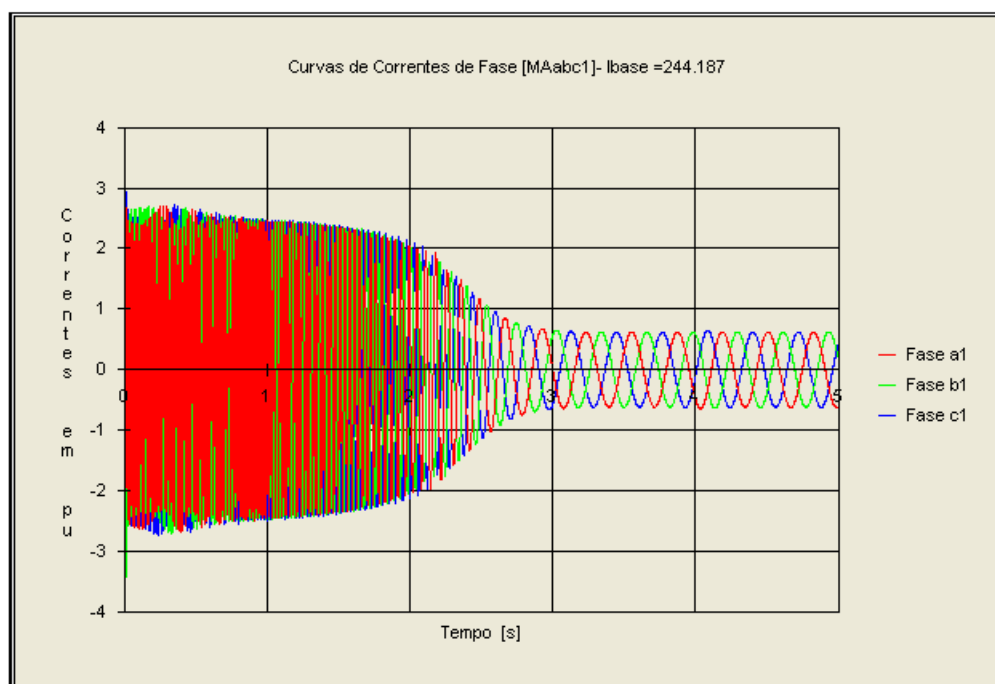


Fig. 5.7.2.12 - Regime dinâmico de partida - Correntes no estator da máquina auxiliar, referidas ao estator da máquina principal, durante a partida dinâmica com o enrolamento auxiliar conectado a uma resistência externa $R_{acad} = 1,0 \cdot R_{a1}$.

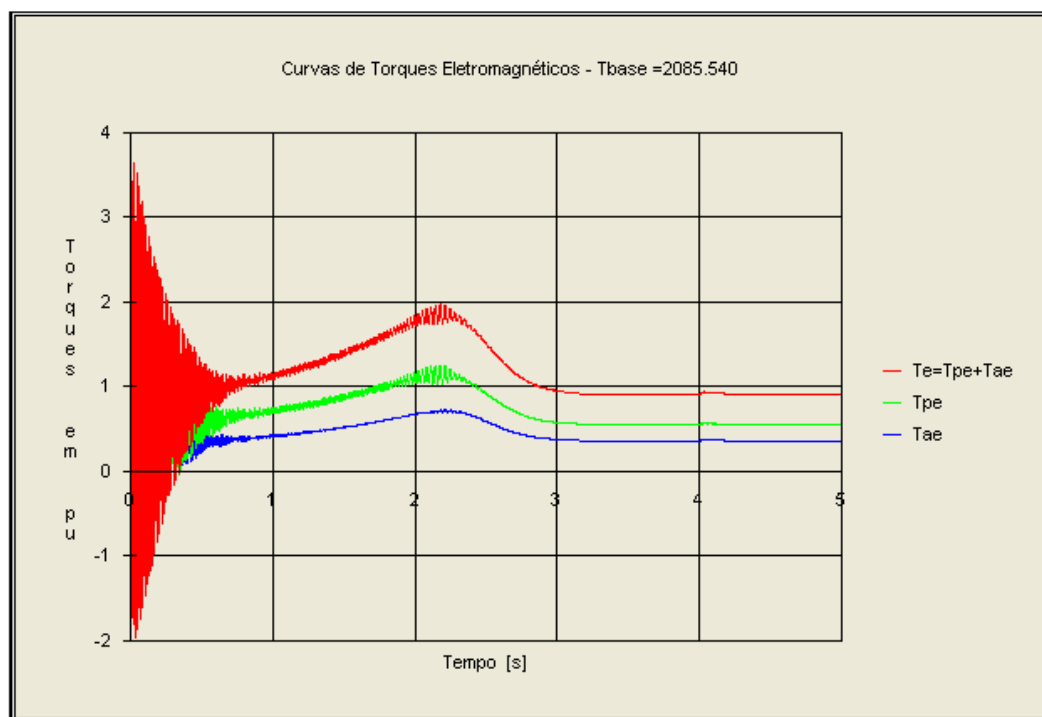


Fig. 5.7.2.13 - Regime dinâmico de partida – Torques eletromagnéticos durante a partida dinâmica com o enrolamento auxiliar conectado a uma resistência externa $R_{acad} = 1,0 \cdot R_{a1}$.

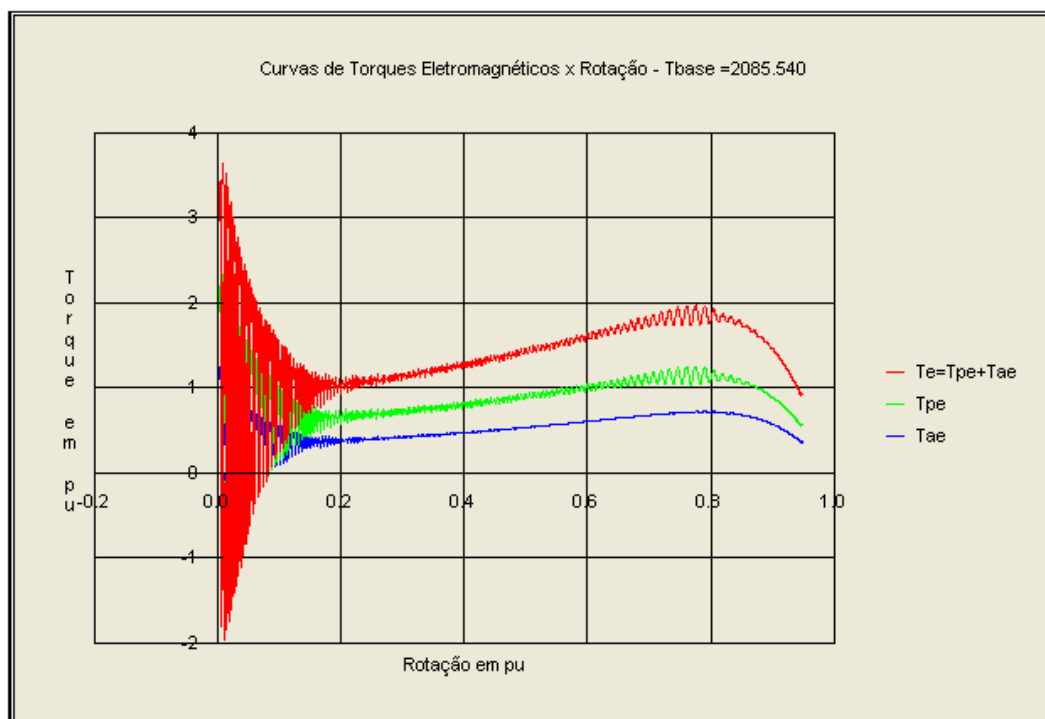


Fig. 5.7.2.14 - Regime dinâmico de partida – Torque eletromagnéticos x rotação durante a partida dinâmica com o enrolamento auxiliar conectado a uma resistência externa $R_{acad} = 1,0 \cdot R_{a1}$.

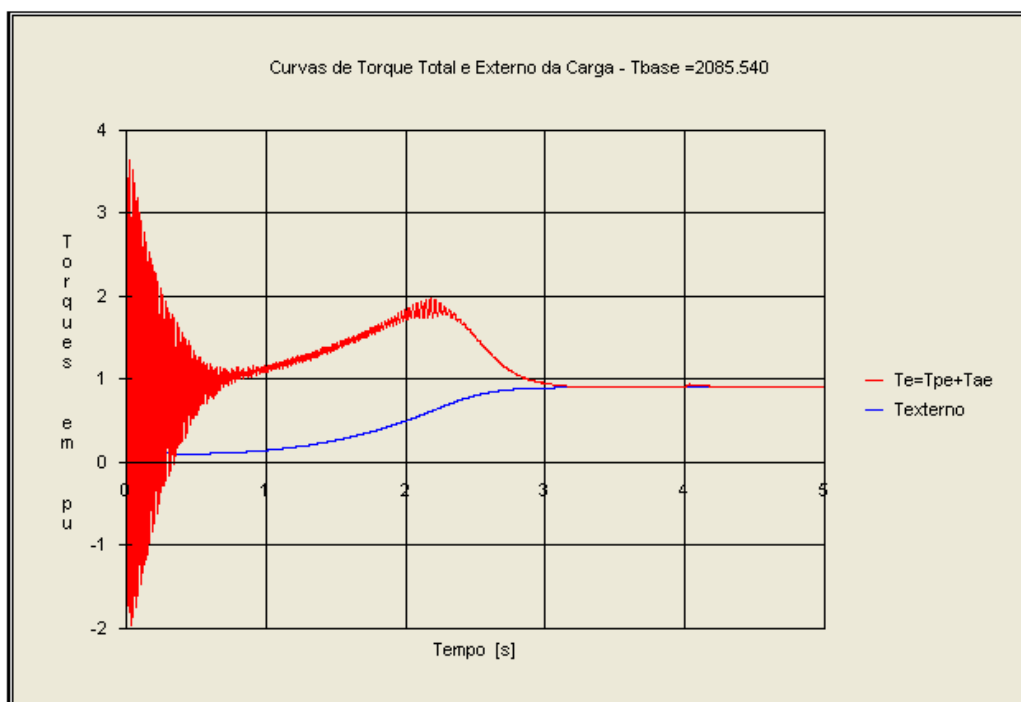


Fig. 5.7.2.15 - Regime dinâmico de partida – Torque total e torque externo no eixo durante a partida dinâmica com o enrolamento auxiliar conectado a uma resistência externa $R_{acad} = 1,0 \cdot R_{a1}$.

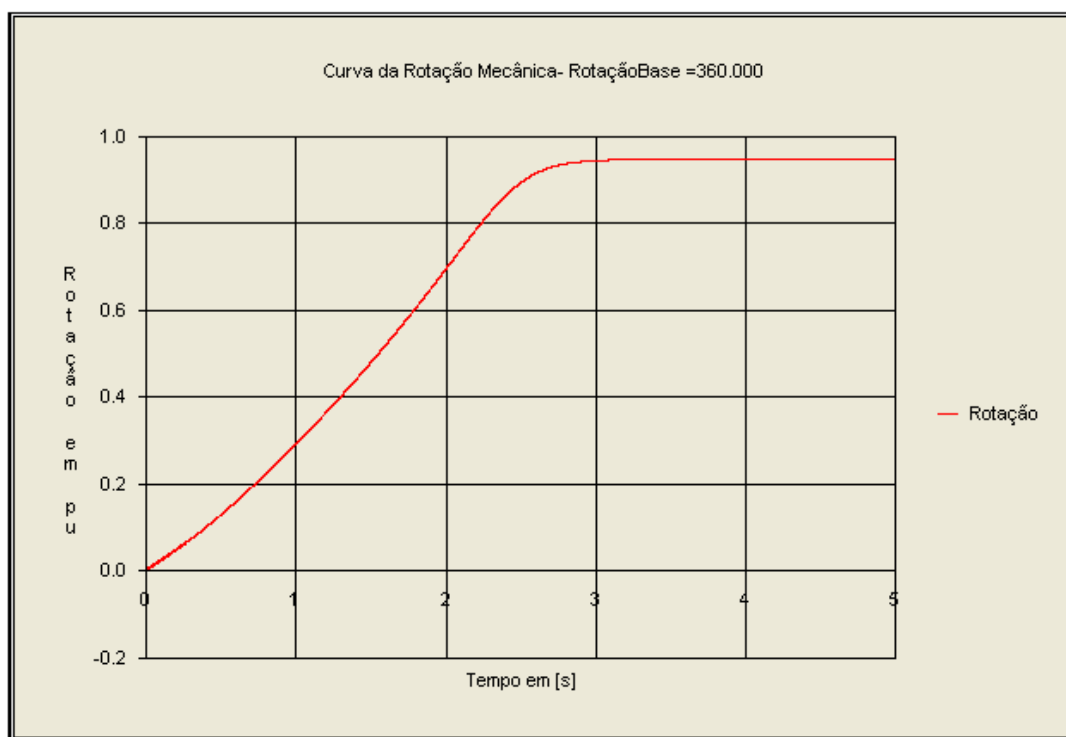


Fig. 5.7.2.16 - Regime dinâmico de partida – Variação da rotação durante a partida dinâmica com o enrolamento auxiliar conectado a uma resistência externa $R_{acad} = 1,0 \cdot R_{a1}$.

Quando comparamos a partida sem resistência externa com a partida com resistência externa, percebemos que as condições de partida são melhores na segunda condição. As Figs. 5.7.2.15 e 5.7.2.16 mostram que o tempo de aceleração é bem menor na condição com resistência.

Repetindo a simulação dinâmica para a terceira condição, onde ao enrolamento auxiliar é imposta uma tensão externa constante durante a partida, obtemos comportamento semelhante ao dos dois casos anteriores, porém com a curva de torque ainda melhor. As Figs. 5.7.2.17 a 5.7.2.23 mostram as correntes, o torque e o comportamento da rotação durante a partida dinâmica com uma tensão imposta ao enrolamento auxiliar. O valor da tensão imposta será de 10% da tensão nominal da máquina auxiliar escolhida arbitrariamente conforme mostrado no início do parágrafo 5.7.2.

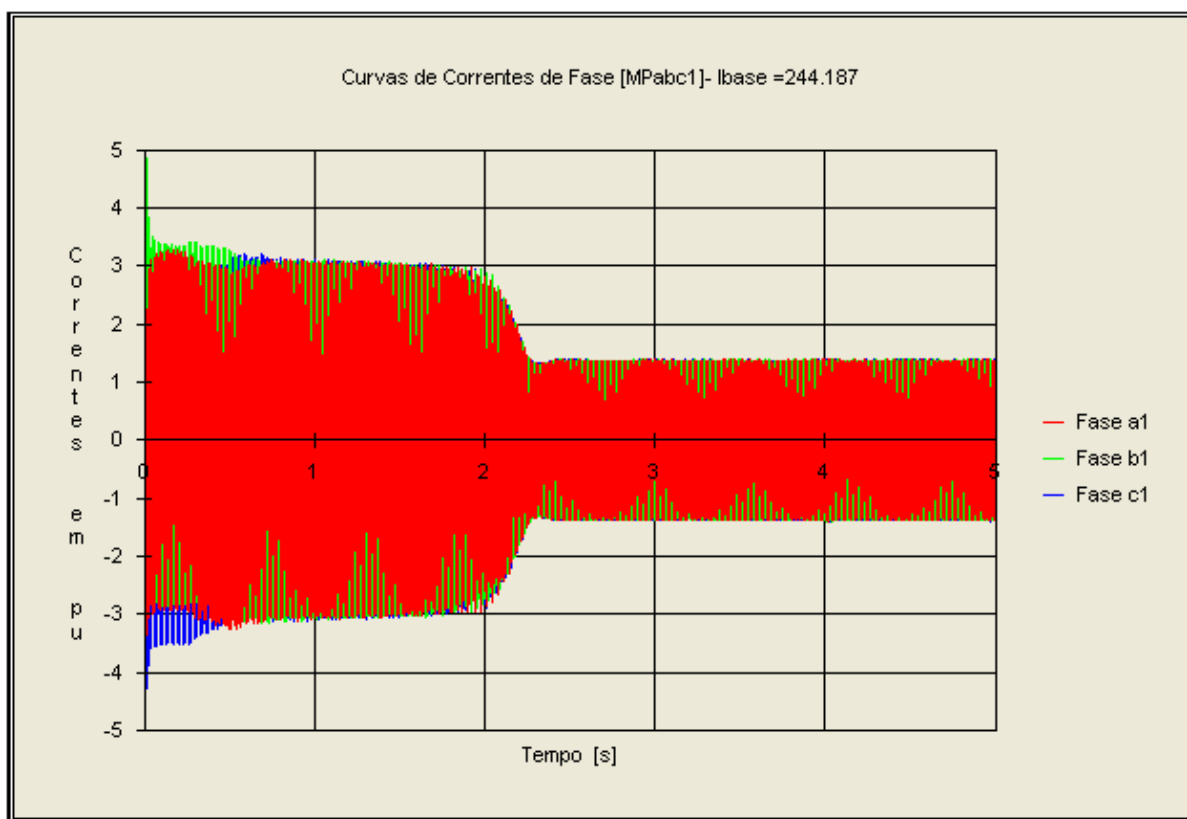


Fig. 5.7.2.17 - Regime dinâmico de partida - Correntes no estator da máquina principal durante a partida dinâmica com uma tensão Imposta ao enrolamento auxiliar $U_{a1} = 0,1 \cdot U_{a1Nominal}$.

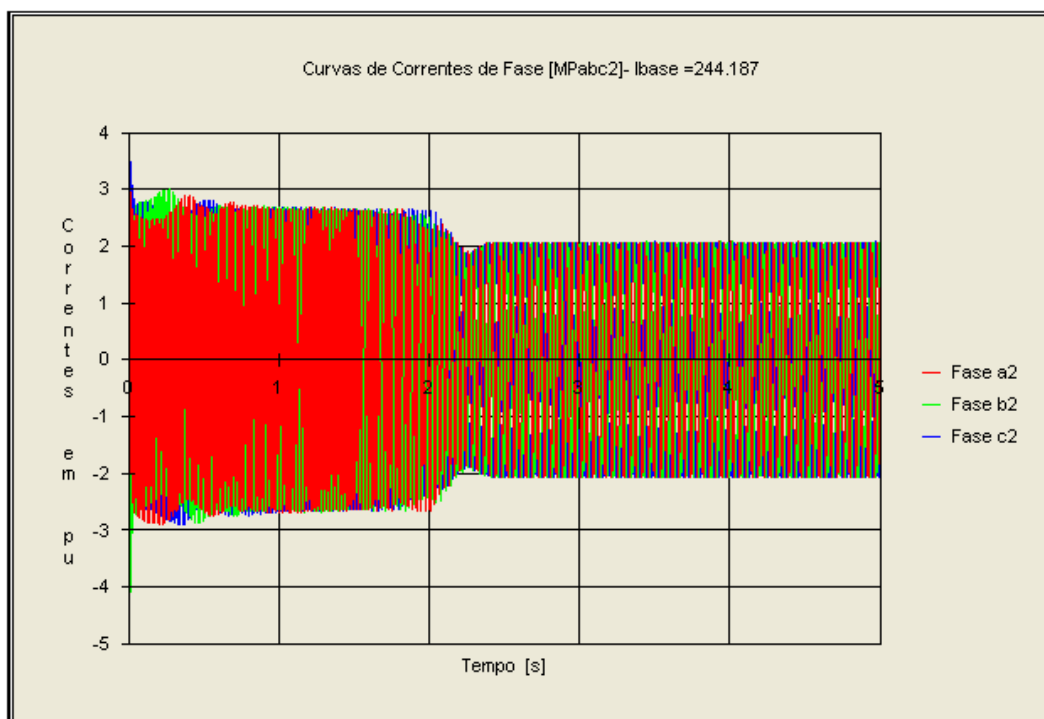


Fig. 5.7.2.18 - Regime dinâmico de partida - Correntes no rotor da máquina principal, referidas ao estator da máquina principal, durante a partida dinâmica com uma tensão imposta ao enrolamento auxiliar

$$U_{a1} = 0,1 \cdot U_{a1\text{Nominal}} \cdot$$

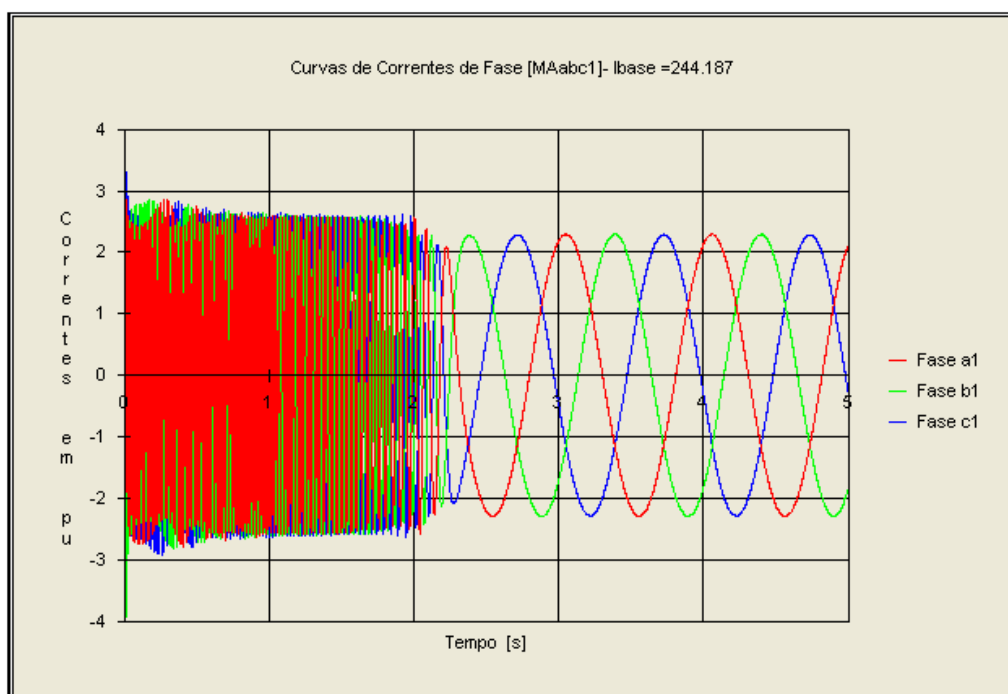


Fig. 5.7.2.19 - Regime dinâmico de partida - Correntes no estator da máquina auxiliar, referidas ao estator da máquina principal, durante a partida dinâmica com uma tensão imposta ao enrolamento auxiliar

$$U_{a1} = 0,1 \cdot U_{a1\text{Nominal}} \cdot$$

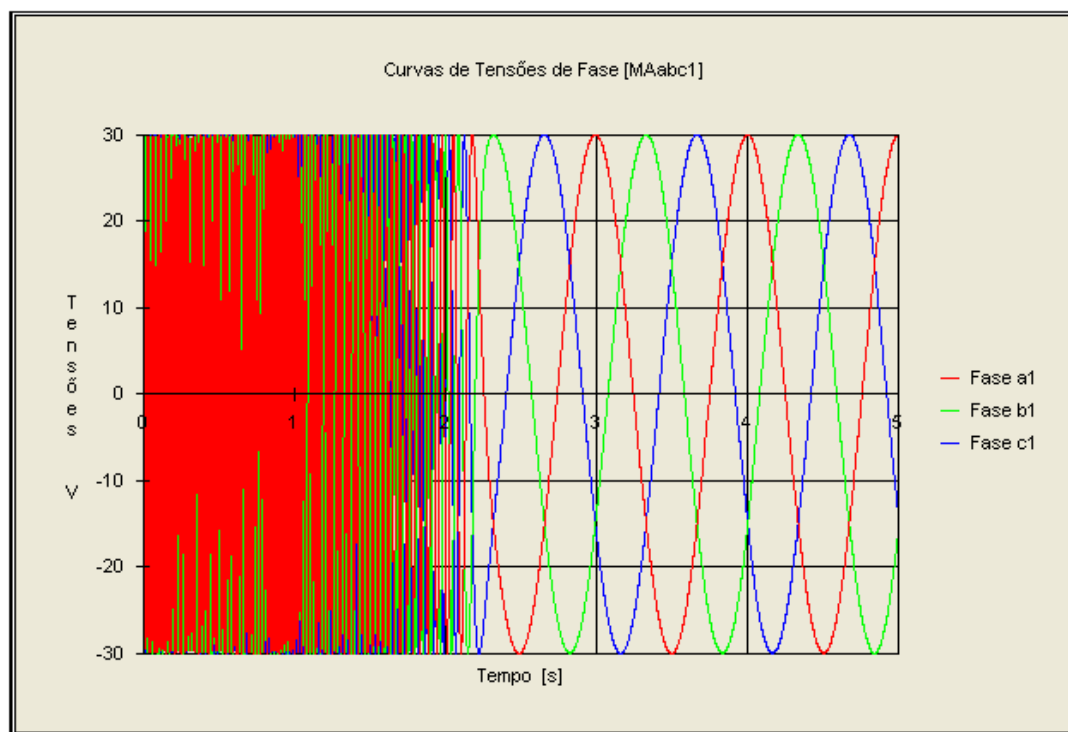


Fig. 5.7.2.20 - Regime dinâmico de partida – Tensão imposta no estator da máquina auxiliar, referidas ao estator da máquina principal, durante a partida dinâmica $U_{a1} = 0,1 \cdot U_{a1Nominal}$.

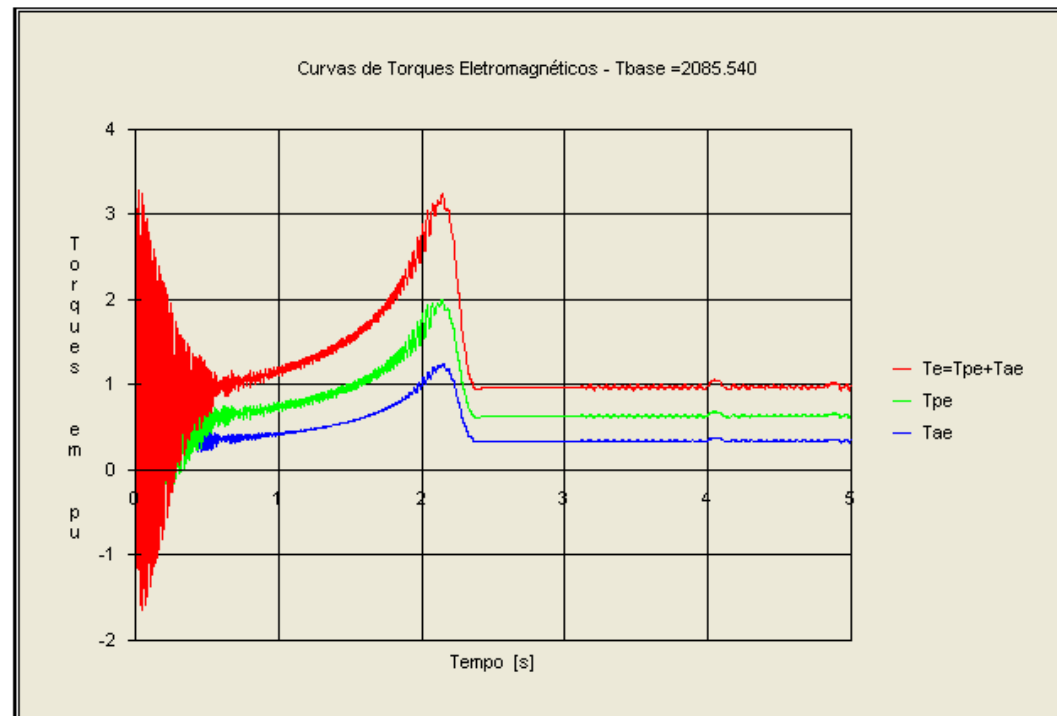


Fig. 5.7.2.21 - Regime dinâmico de partida – Torques eletromagnéticos durante a partida dinâmica com uma tensão imposta ao enrolamento auxiliar $U_{a1} = 0,1 \cdot U_{a1Nominal}$.

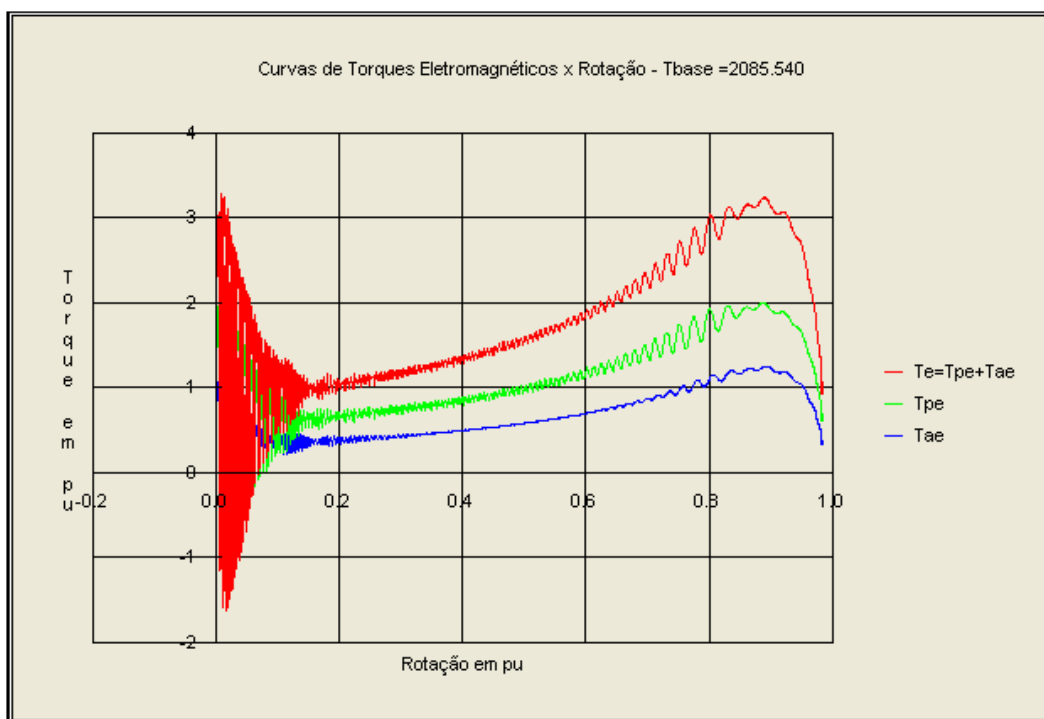


Fig. 5.7.2.22 - Regime dinâmico de partida – Torques eletromagnéticos x rotação durante a partida dinâmica com uma tensão imposta ao enrolamento auxiliar $U_{a1} = 0,1 \cdot U_{a1Nominal}$.

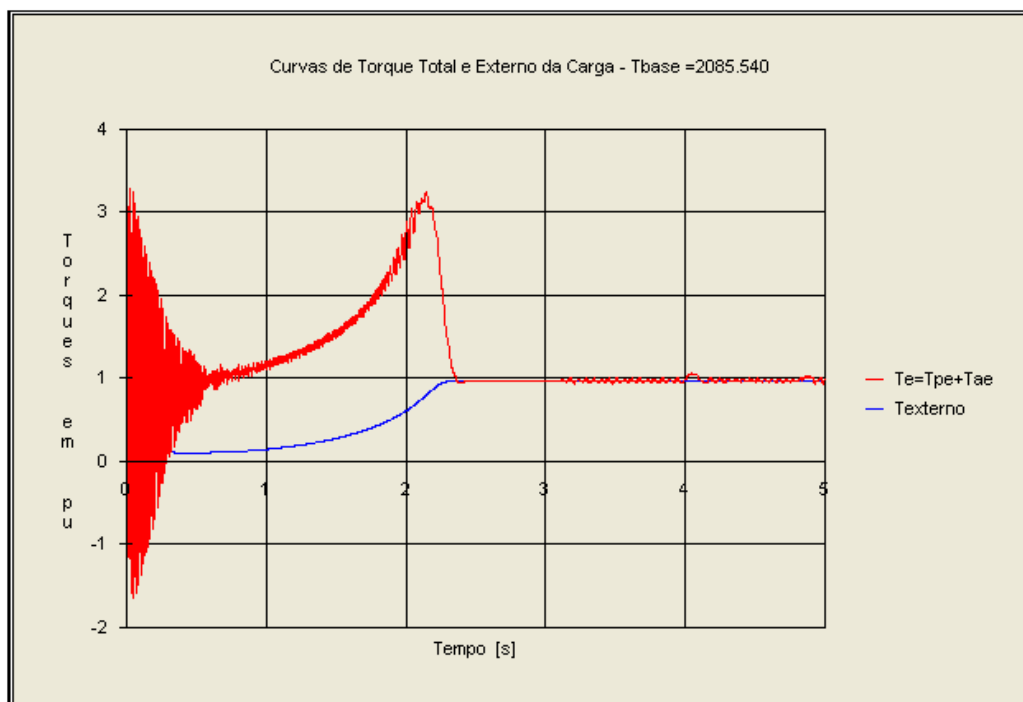


Fig. 5.7.2.23 - Regime dinâmico de partida – Torque eletromagnético e torque externo durante a partida dinâmica com uma tensão imposta ao enrolamento auxiliar $U_{a1} = 0,1 \cdot U_{a1Nominal}$.

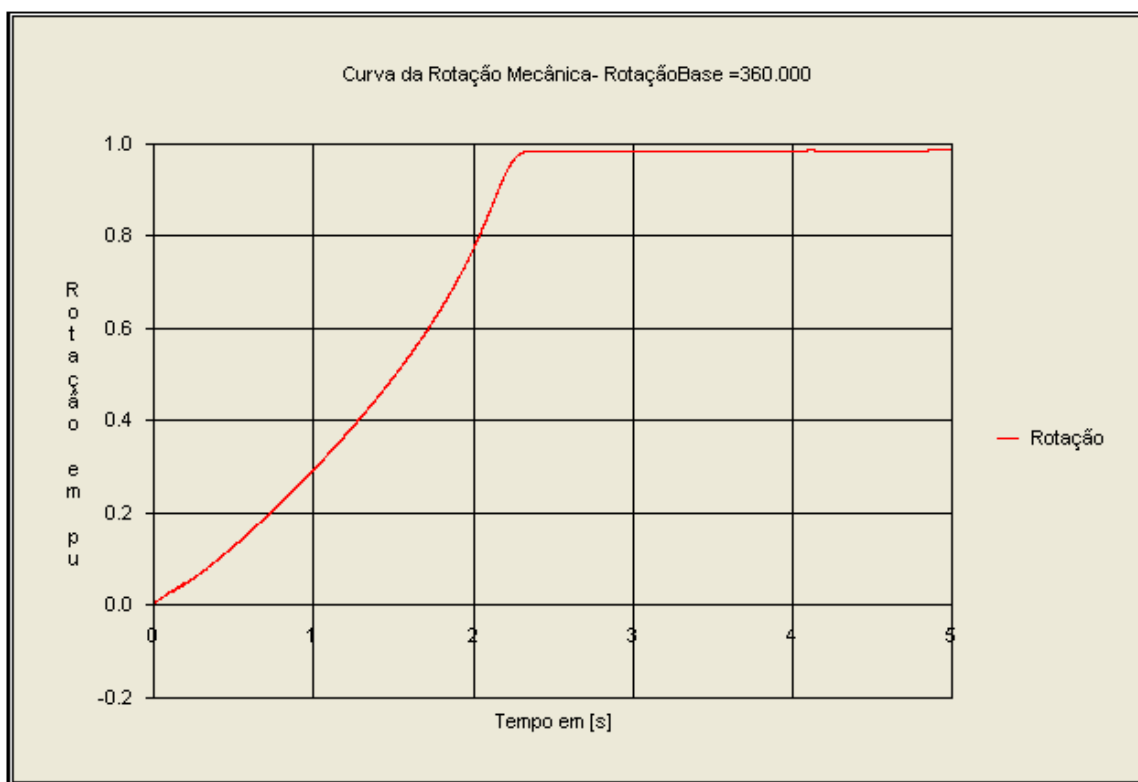


Fig. 5.7.2.24 - Regime dinâmico de partida – Variação da rotação durante a partida dinâmica com uma tensão imposta ao enrolamento auxiliar $U_{a1} = 0,1 \cdot U_{a1Nominal}$.

A condição de partida com uma tensão imposta no enrolamento auxiliar é melhor que as duas anteriores. As Figs. 5.7.2.23 e 5.7.2.24 mostram que o tempo de aceleração é bem menor, da ordem 2,3 s. Na Fig. 5.7.2.20 é mostrado o comportamento da tensão imposta. A amplitude e a fase são mantidas constantes durante a partida, porém a frequência varia de acordo com a rotação, como foi mostrado na Fig. 3.6.1.2.

Uma outra simulação interessante é a de aplicar um torque externo negativo com o objetivo de acelerar o rotor da máquina até uma rotação acima da rotação síncrona natural. Mantendo as mesmas condições das três simulações anteriores e o enrolamento auxiliar em curto-circuito, porém aplicando um torque externo negativo, isto é, acelerador, de -6000 N.m obtemos o comportamento dinâmico da máquina em rotações superiores a rotação síncrona natural. As Figs. 5.7.2.25 a 5.7.2.31 mostram este comportamento.

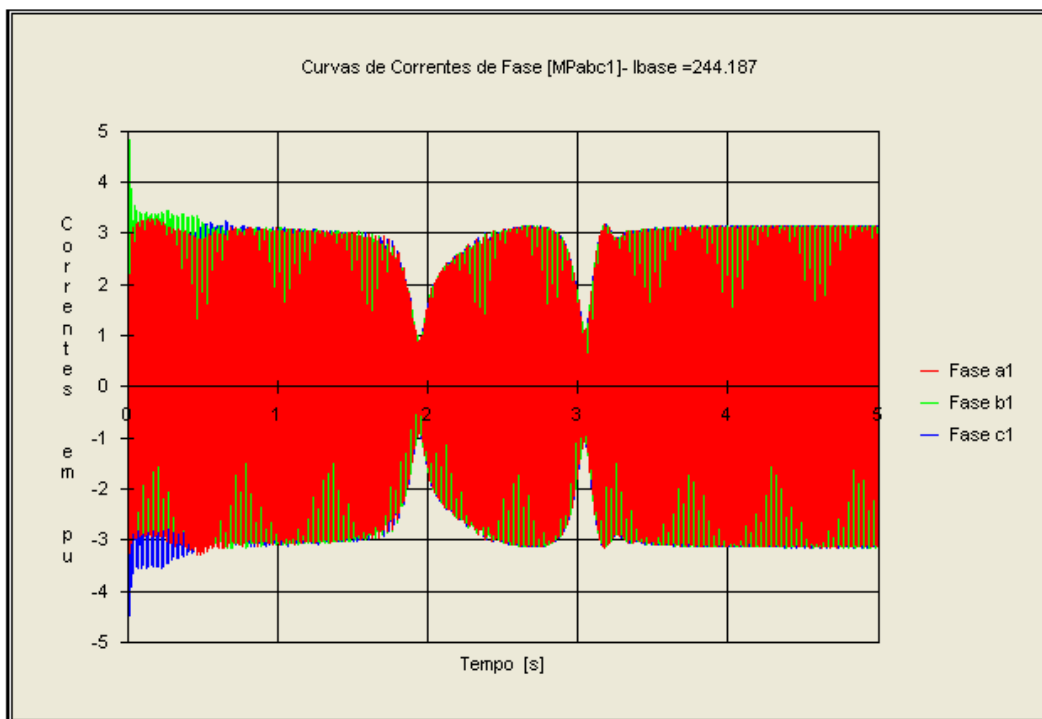


Fig. 4.7.2.25 – Correntes no estator da máquina principal durante a aceleração dinâmica com torque acelerador de -6000 N.m e com o enrolamento auxiliar em curto-circuito.

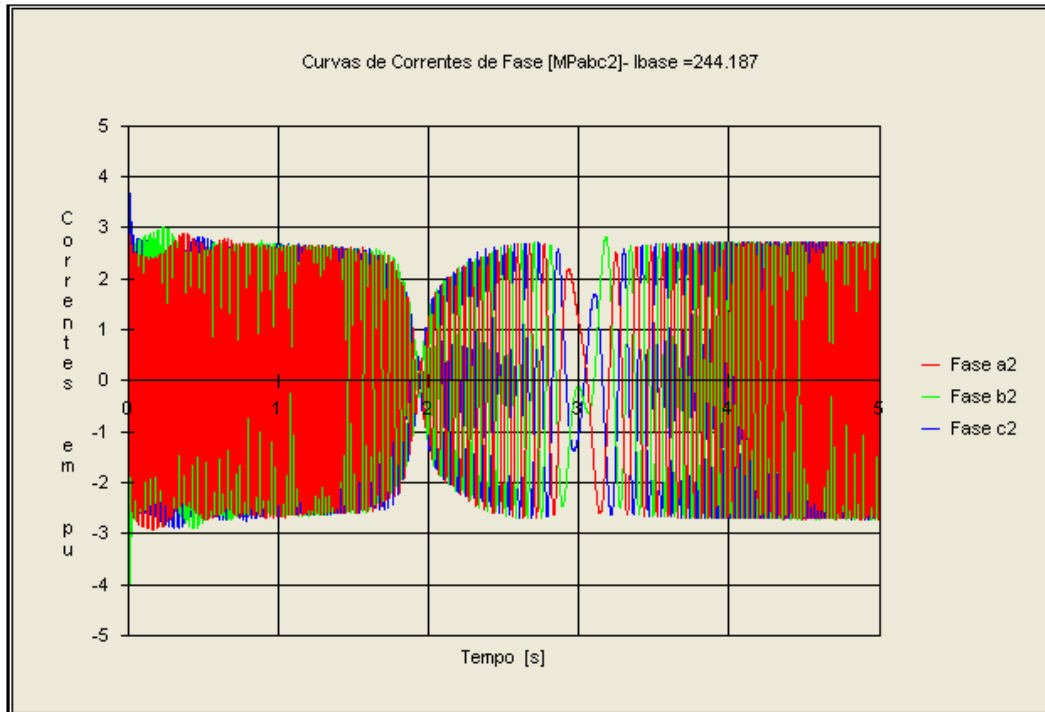


Fig. 5.7.2.26 – Correntes no rotor da máquina principal, referidas ao estator da máquina principal, durante a aceleração dinâmica com torque acelerador de -6000 N.m e com o enrolamento auxiliar em curto-circuito.

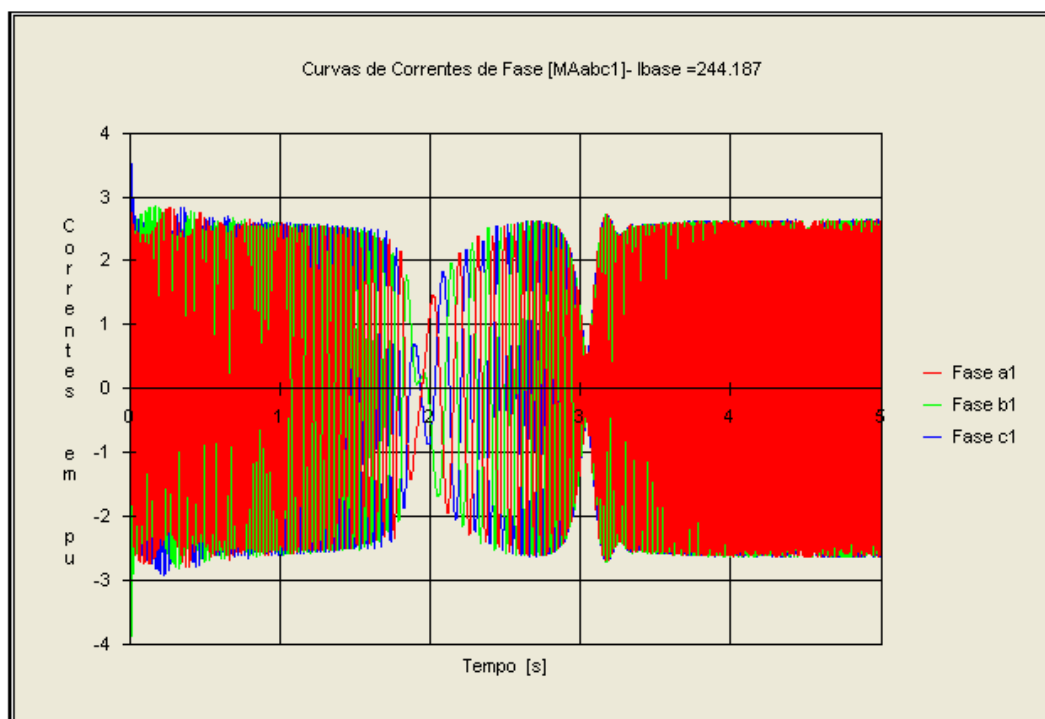


Fig. 5.7.2.27 – Correntes no estator da máquina auxiliar, referidas ao estator da máquina principal, durante a aceleração dinâmica com torque acelerador de -6000 N.m e com o enrolamento auxiliar em curto-circuito.

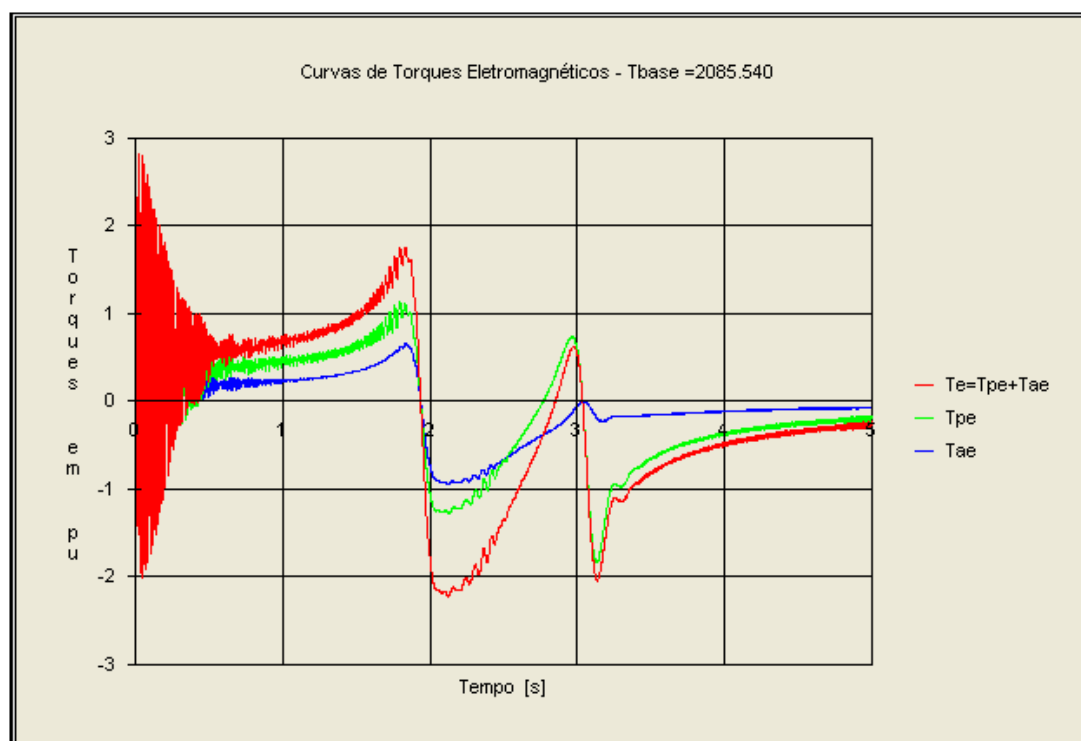


Fig. 5.7.2.28 – Torques eletromagnéticos durante a aceleração dinâmica com torque acelerador de -6000 N.m e com o enrolamento auxiliar em curto-circuito.

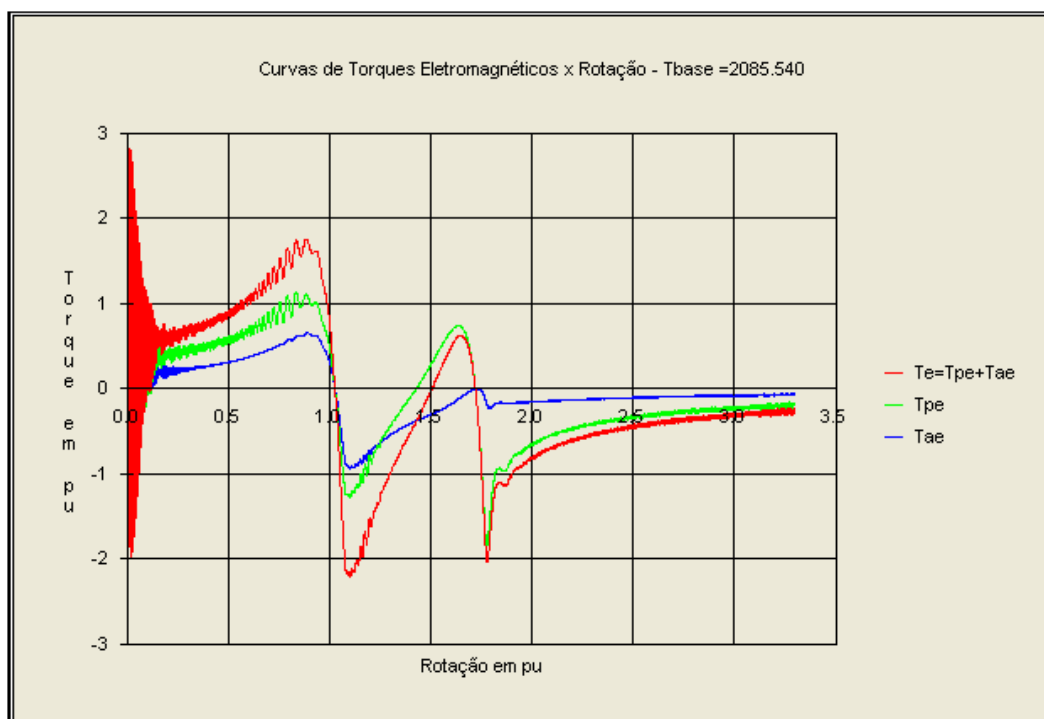


Fig. 5.7.2.29 – Torques eletromagnéticos x rotação durante a aceleração dinâmica com torque acelerador de -6000Nm e com o enrolamento auxiliar em curto-circuito.

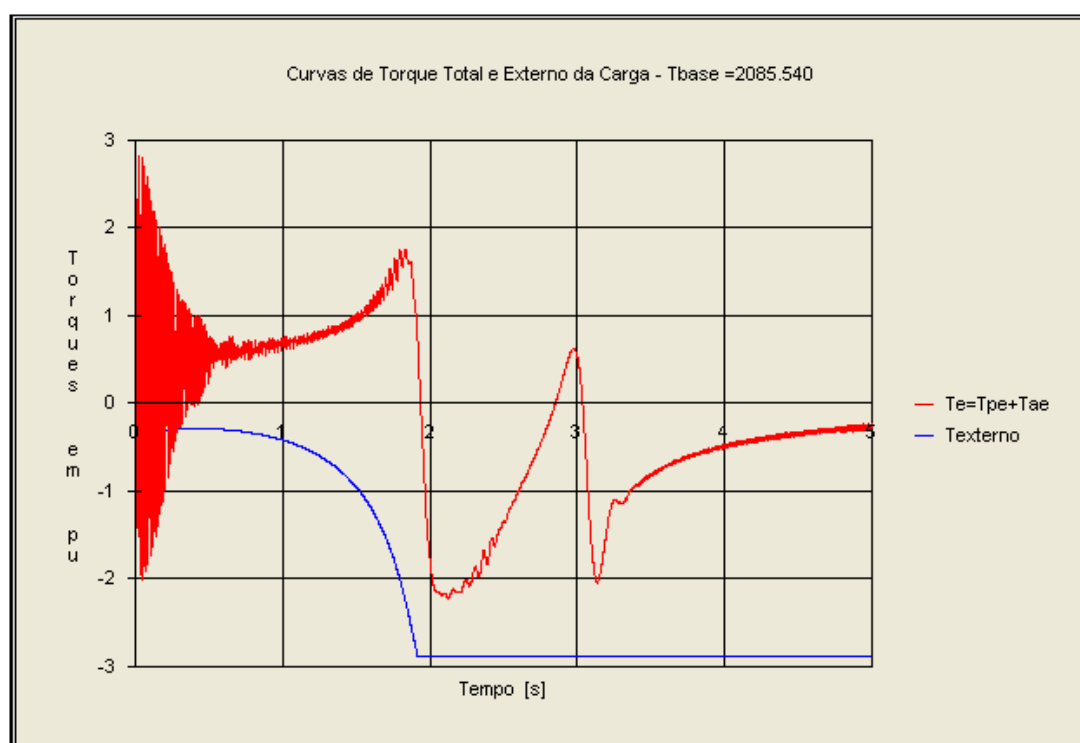


Fig. 5.7.2.30 – Torque eletromagnético total e torque externo durante a aceleração dinâmica com torque acelerador de -6000 N.m e com o enrolamento auxiliar em curto circuito.

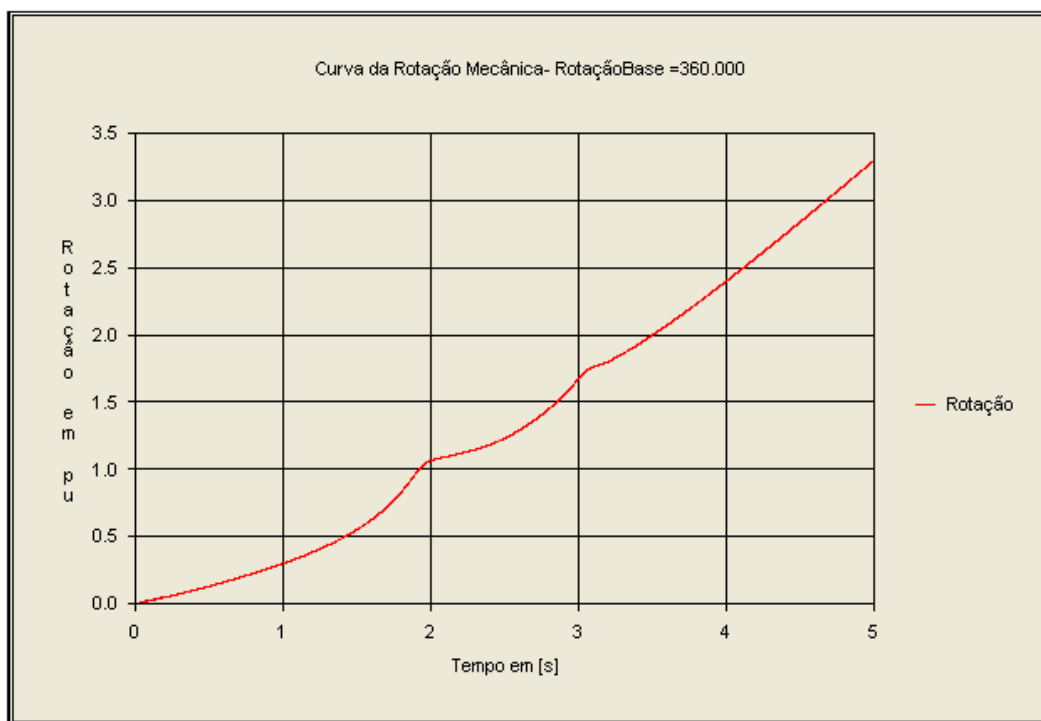


Fig. 5.7.2.31 – Variação da rotação durante a aceleração dinâmica com torque acelerador de -6000Nm e com o enrolamento auxiliar em curto-circuito.

A corrente do circuito rotórico da Fig. 5.7.2.26 e a corrente no enrolamento do estator auxiliar da Fig. 5.7.2.27 apresentam uma variação de frequência que corresponde ao mostrado na Fig. 3.6.1.2. Analisando as curvas de torque eletromagnético dinâmico versus a rotação da Fig. 5.7.2.29, percebemos que são bastante semelhantes à curva correspondente em regime permanente mostrada na Fig. 4.3.1.1. Portanto, para a curva dinâmica valem os mesmos comentários feitos para a curva em regime.

5.7.3 Funcionamento em Regime Dinâmico como Motor ou como Gerador

Neste parágrafo iremos analisar o comportamento da MATDASE funcionado em regime dinâmico motor com o torque externo variando no tempo. O objetivo é mostrar como a máquina se comporta dinamicamente quando uma variação do torque externo no eixo ocorre.

Iremos considerar nas simulações, além dos parâmetros da MATRBGC mostrados no parágrafo 3.7.3, os seguintes parâmetros:

- § Torque básico no eixo $T_{basico} = 2.085 \text{ Nm}$;
- § Resistência Externa $R_{acad} = 0 \Omega$;
- § Inércia Externa $J_{Externo} = 100 \text{ kg.m}^2$;
- § Variação do torque externo no eixo conforme Fig. 5.7.3.1;
- § Intervalo de integração de 0 a 5 s, com passo de 0,001 s.

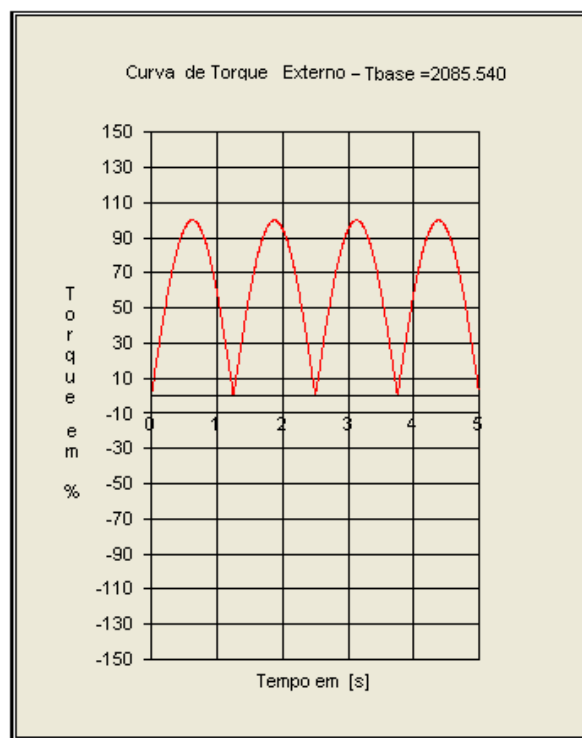


Fig. 5.7.3.1 – Variação do torque externo no eixo da máquina.

As Figs. 5.7.3.2 a 5.7.3.6 mostram o comportamento dinâmico da máquina com o torque externo aplicado ao eixo variando conforme mostrado na Fig. 5.7.3.1.

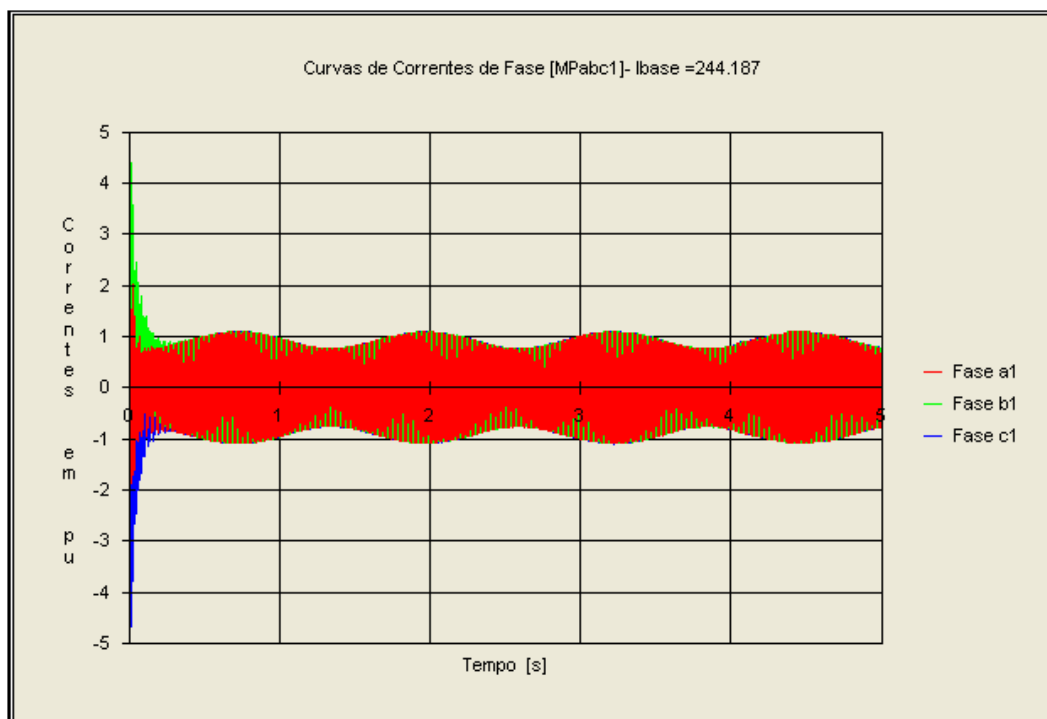


Fig. 5.7.3.2 – Torque externo variável no eixo - Correntes no estator da máquina principal em regime dinâmico

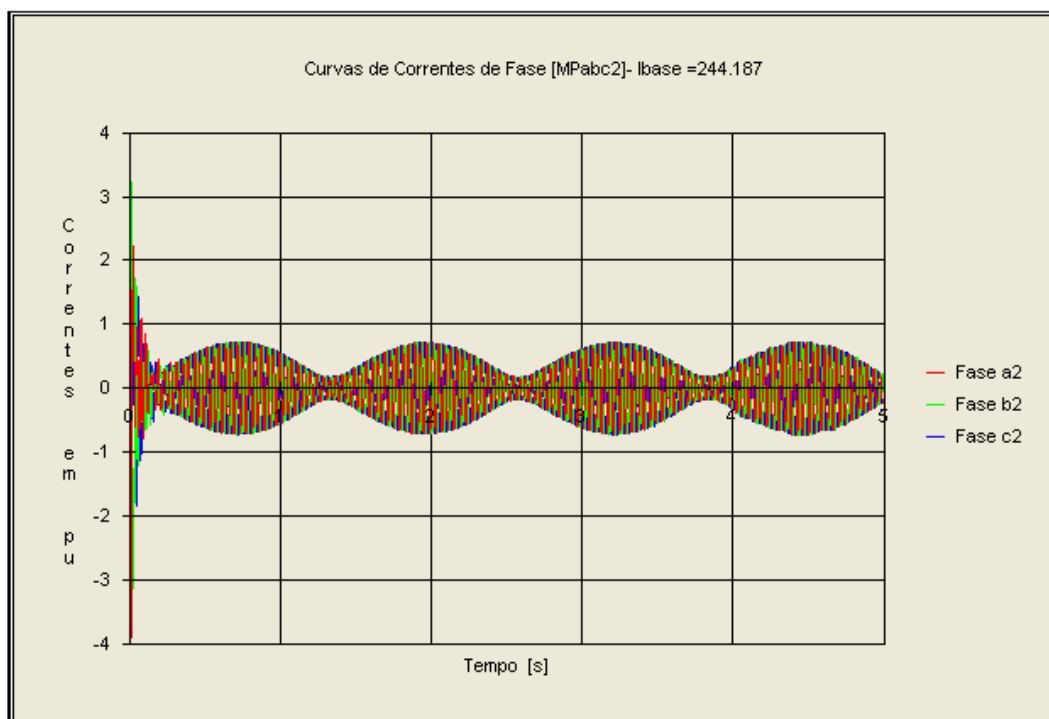


Fig. 5.7.3.3 – Torque externo variável no eixo - Correntes no rotor da máquina principal em regime dinâmico.

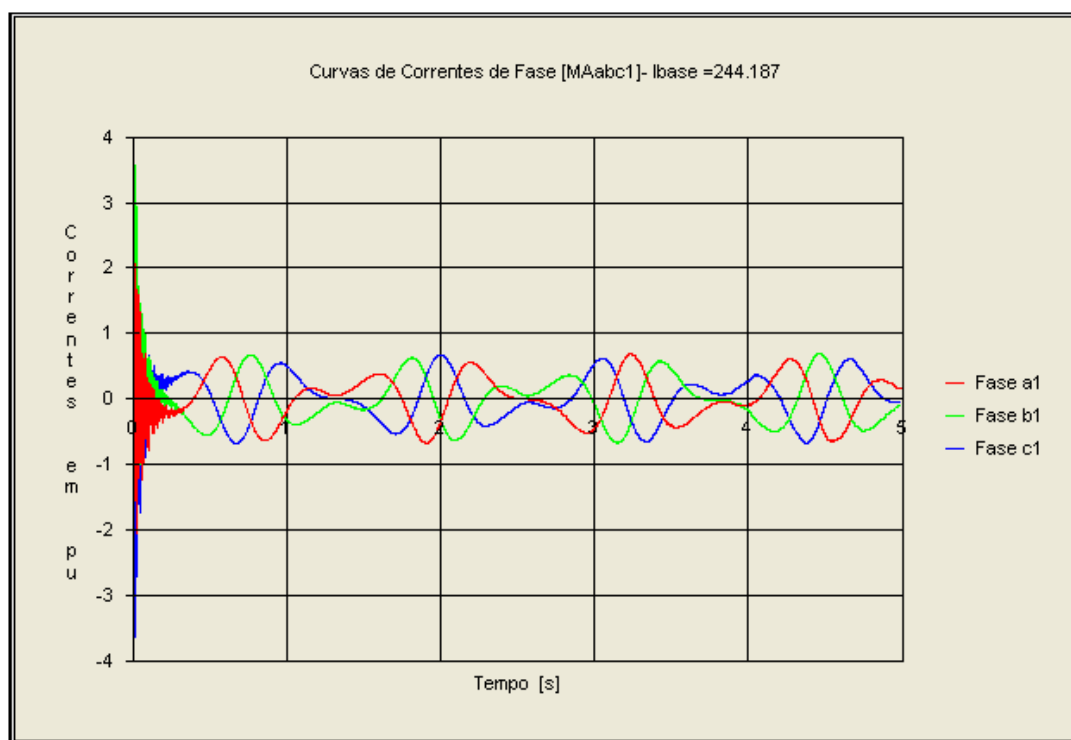


Fig. 5.7.3.4 – Torque externo variável no eixo - Correntes no estator da máquina auxiliar em regime dinâmico.

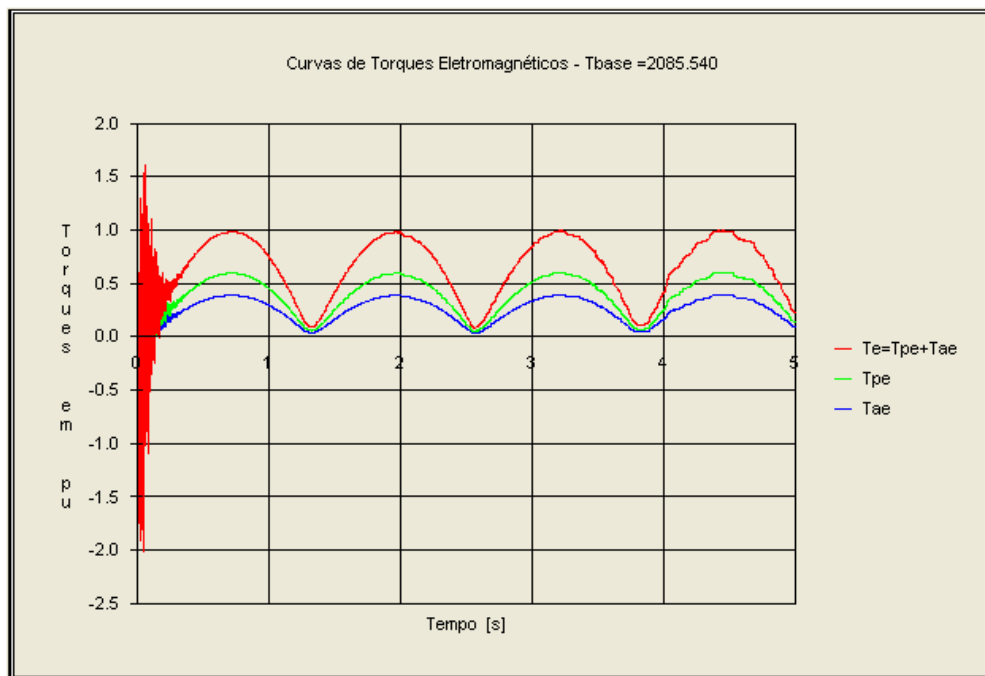


Fig. 5.7.3.5 – Torque externo variável no eixo – Torques eletromagnéticos em regime dinâmico.

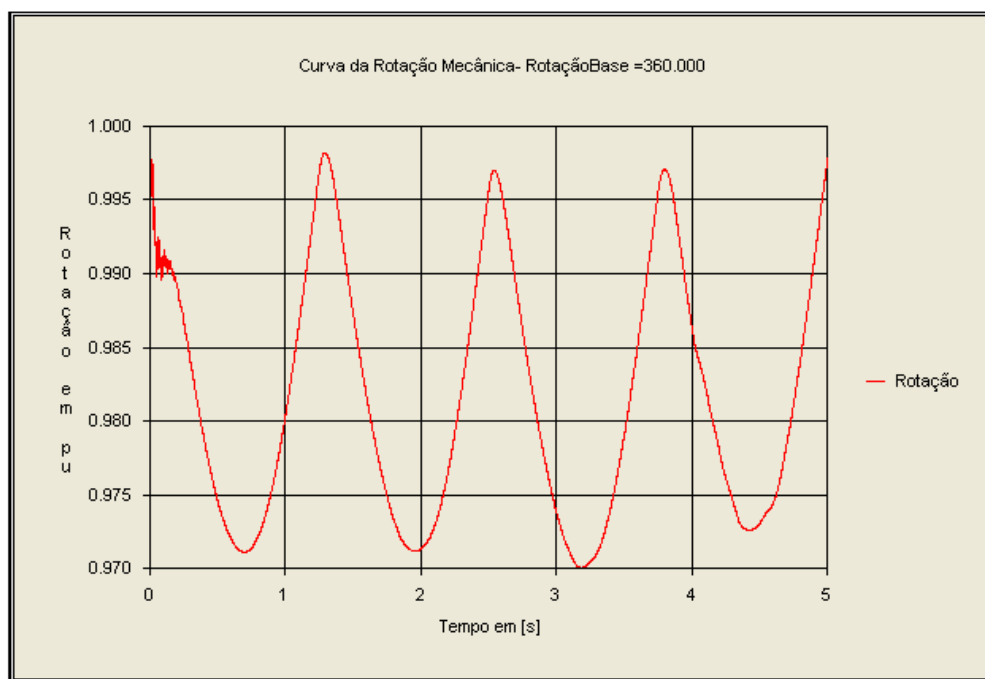


Fig. 5.7.3.6 – Torque externo variável no eixo – Rotação mecânica em regime dinâmico.

Poderíamos fazer mais simulações dinâmicas, porém não é necessário porque a simulação com o torque externo variando no eixo de acordo com a função mostrada na Fig. 5.7.3.1 já é suficiente para mostrar que a MATDASE se comporta de acordo com a exigência da carga externa.

A correntes no circuito rotórico mostradas nas Figs. 5.7.2.4, 5.7.2.11, 5.7.2.18, 5.7.2.26 e 5.7.3.3 não são correntes físicas reais. Elas representam uma corrente trifásica equivalente conforme

considerado no modelo dinâmico. Estas correntes só constituem um conjunto de correntes trifásicas no rotor da MATRBDA onde existem dois enrolamentos trifásicos simetricamente distribuídos e conectados em série na cascata “mais”.

Na MATRGDA mostrada nas Figs. 3.7.1.4 a 3.7.1.6 onde o rotor é constituído de uma gaiola e vários *loops* a distribuição de corrente real só pode ser determinada com precisão através de uma simulação pelo método de elementos finitos. Para o estudo das distribuições de corrente na gaiola foi criado um modelo da máquina em elementos finitos 2D [38], onde os seus circuitos elétricos associados foram levados em conta. Os enrolamentos do estator principal e auxiliar foram considerados circuitos formados por condutores finos. Conductor fino é considerado normalmente o condutor formado por fio circular de seção reduzida no qual o efeito do adensamento da corrente, ou seja, o efeito pelicular, pode ser desprezado. A gaiola com seus *loops* foi considerada um circuito formado por condutores grossos. O condutor é denominado grosso quando sua seção apresenta dimensões onde o efeito de adensamento da corrente não pode ser desprezado. Na simulação foi considerado o conversor estático conectado ao enrolamento auxiliar controlando a tensão e a frequência do mesmo. A técnica de movimento das bandas foi levada em conta no modelo para considerar o movimento do rotor durante a simulação [22,24].

Na Fig. 5.7.3.7 é mostrado o domínio 2D de estudo da máquina com a distribuição da induções no instante de tempo de 0,6s. Na Fig. 5.7.3.8 é mostrados a distribuição das correntes nas diversas barras da gaiola da máquina no instante de tempo 0,6s.

Nas Figs. 5.7.2.9 a 5.7.3.12 é mostrado comparativamente o torque e as correntes nos circuitos da máquina obtidos pelo método de elementos finitos e pelo método analítico. As correntes trifásicas dos enrolamentos do estator da máquina principal e da máquina auxiliar, mostradas nas Figs 5.7.3.10 e 5.7.3.11 respectivamente, tanto pelo método analítico quanto pelo método de elementos finitos representam as correntes fisicamente reais. Na gaiola as correntes trifásicas obtidas pelo método analítico, mostradas na Fig. 5.7.3.12(a), não representam correntes fisicamente reais, mas sim um conjunto de três correntes equivalentes. Já estas correntes obtidas pelo método de elementos finitos, mostradas na Fig. 5.7.3.12(b), representam as correntes fisicamente reais nas barras. Observe que as três correntes não são iguais em amplitude. O loop externo concatena um fluxo maior e conseqüentemente nele é induzida a maior corrente. No loop interno que é bem menor é induzida uma corrente menor. Este fato é importante e deve ser levado em conta no dimensionamento da seção das barras da gaiola.

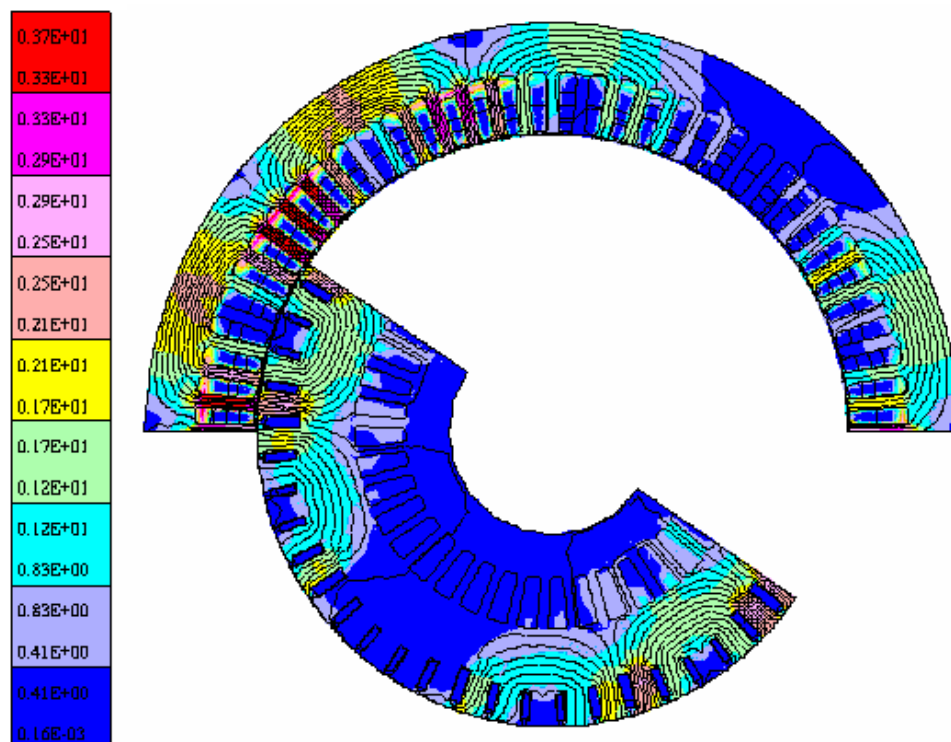


Fig. 5.7.3.7 – Distribuição da Induções em Teslas na gaiola da MATRGDA no instante de tempo 0,6s – Modelo EF 2D.

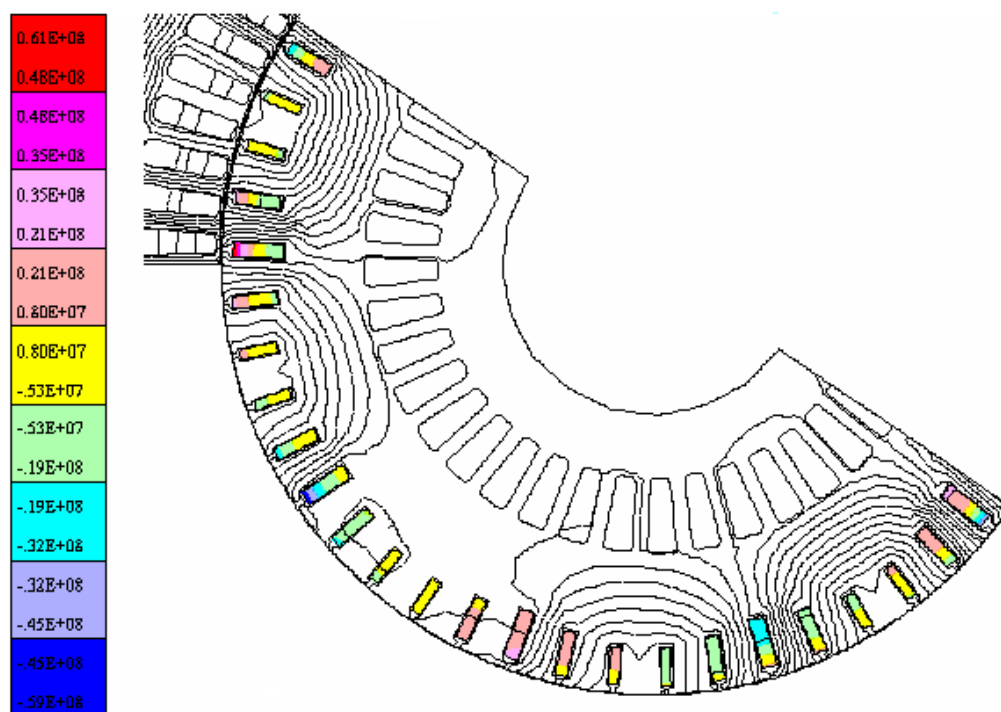
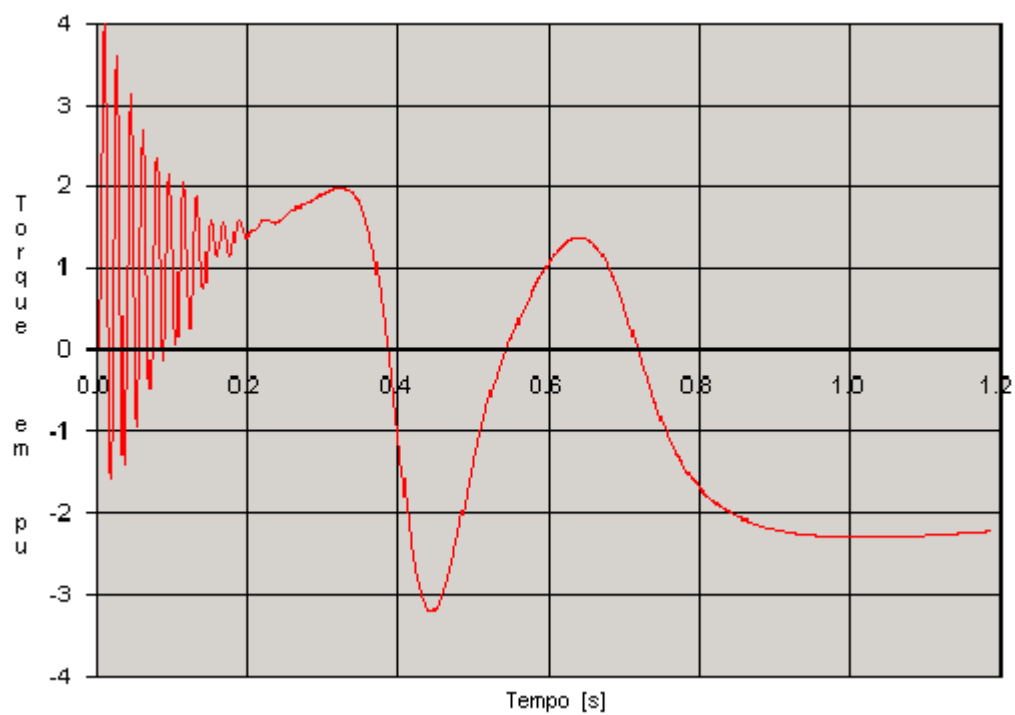
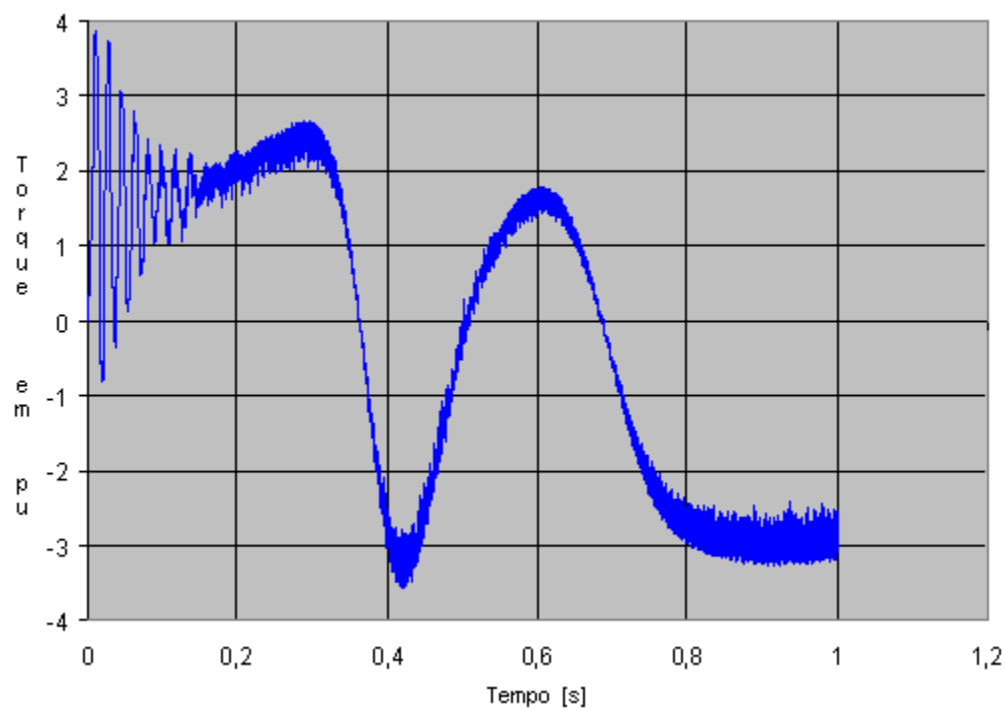


Fig. 5.7.3.8 – Distribuição das correntes em (A/m²) na gaiola da MATRGDA no instante de tempo 0,6s – Modelo EF 2D



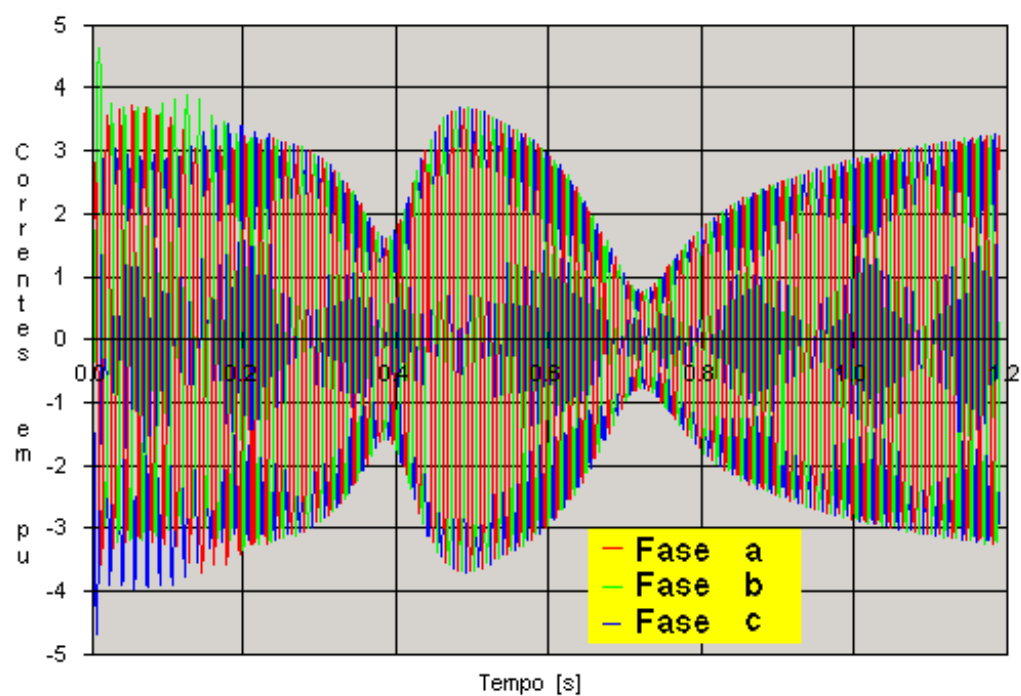
(a)



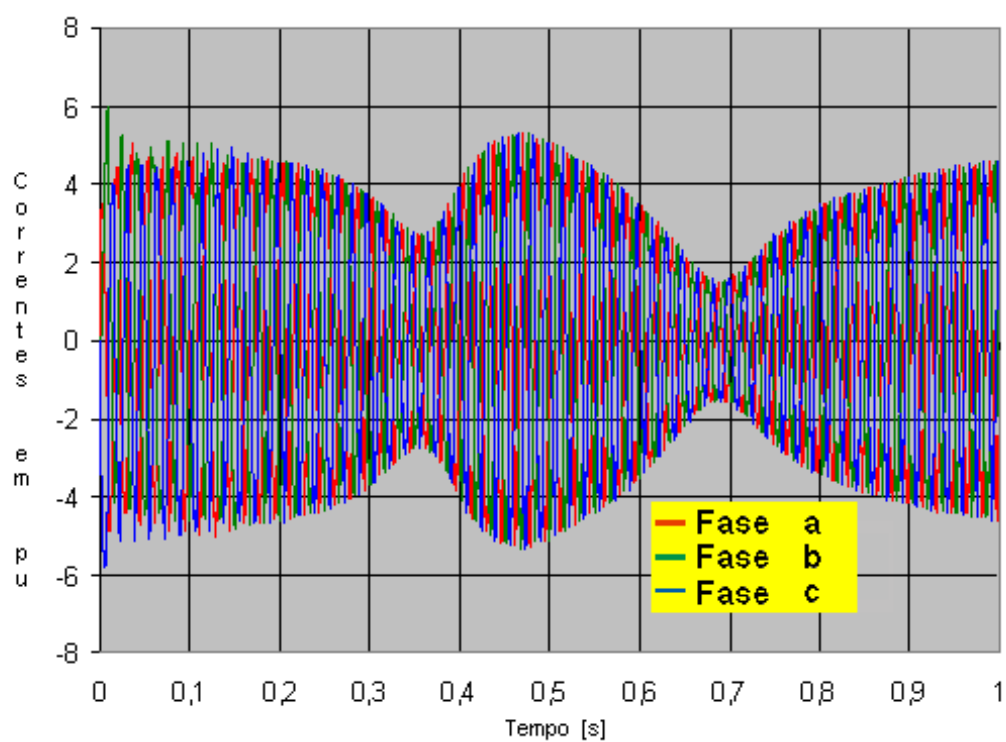
(b)

Fig. 5.7.3.9 – Torque dinâmico da MATRGDA– Toque base 397Nm

a) Modelo analítico b) Modelo EF 2D



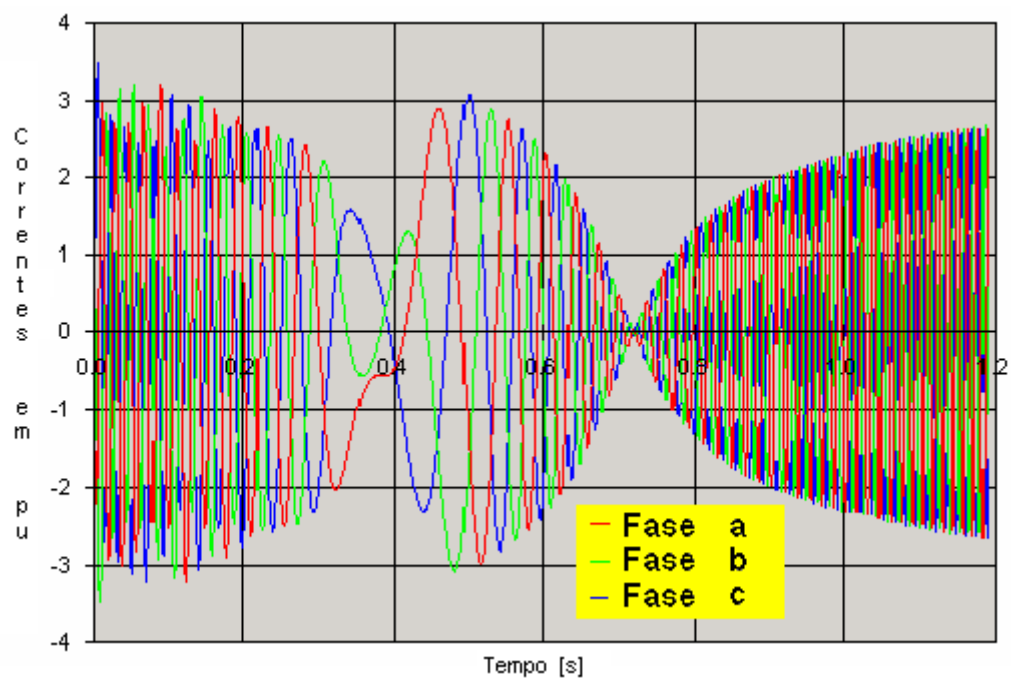
(a)



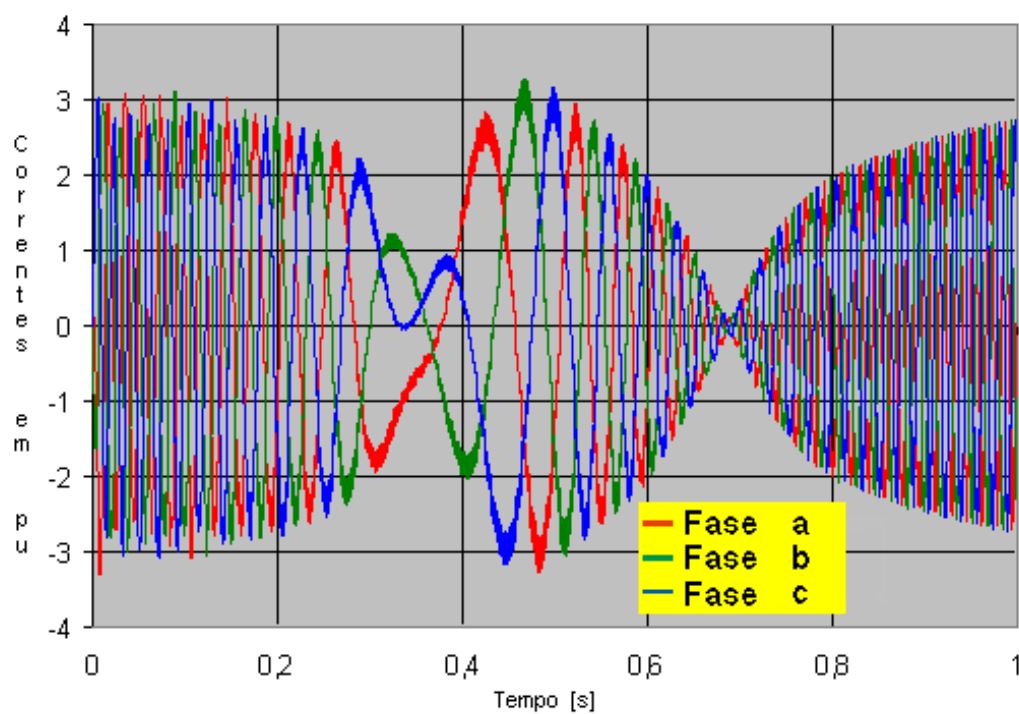
(b)

Fig. 5.7.3.10 – Corrente estator da máquina principal da MATRGDA– Corrente base 73,6A

a) Modelo analítico b) Modelo EF 2D



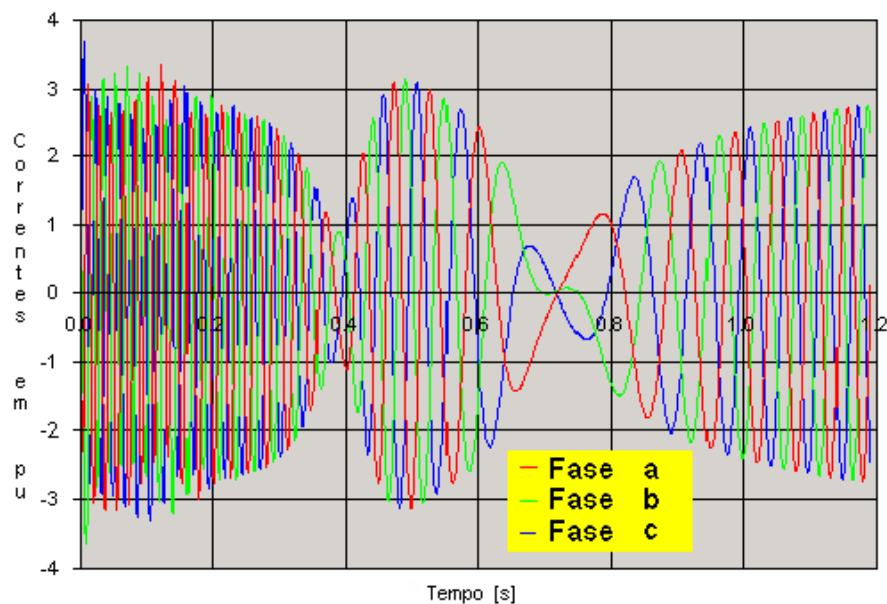
(a)



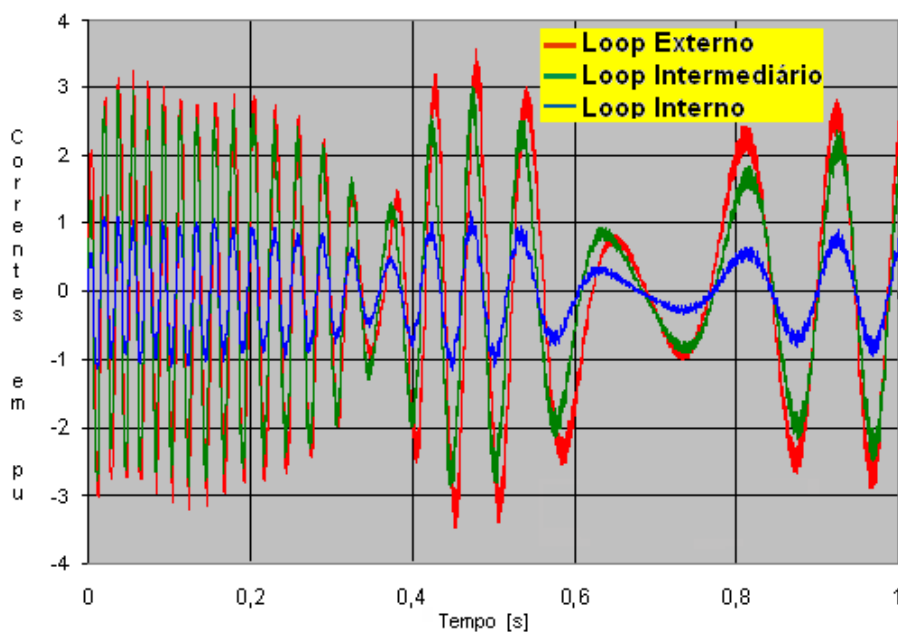
(b)

Fig. 5.7.3.11 – Corrente estator da máquina auxiliar da MATRGDA – Corrente base 73,6A

a) Modelo analítico b) Modelo EF 2D



(a)



(b)

Fig. 5.7.3.12 – Corrente nas barras da gaiola da máquina da MATRGDA– Corrente base 73,6A

a) Modelo analítico b) Modelo EF 2D

Na Fig. 5.7.3.13 é mostrado comparativamente o torque no eixo da máquina obtido pelo método de elementos finitos, método analítico e o medido. Comparando o torque medido com os simulados, se observa que os torques máximos como motor e como gerador medidos são menores que os calculados. O torque de partida medido também é menor que o calculado. Esta diferença pode ser explicada pelo fato de que o dinamômetro acelera rapidamente e as penas do ploter,

apresentando uma certa inércia, não acompanham esta aceleração. Outro fato é que nesta simulação não foram consideradas as perdas mecânicas e nem as perdas no ferro, fazendo com que os calculados sejam maiores. O fato da curva de torque calculada pelo método analítico ser menor que a calculada pelo método de elementos finitos pode ser explicado pelo fato de não ter sido considerado o efeito pelicular no cálculo analítico.

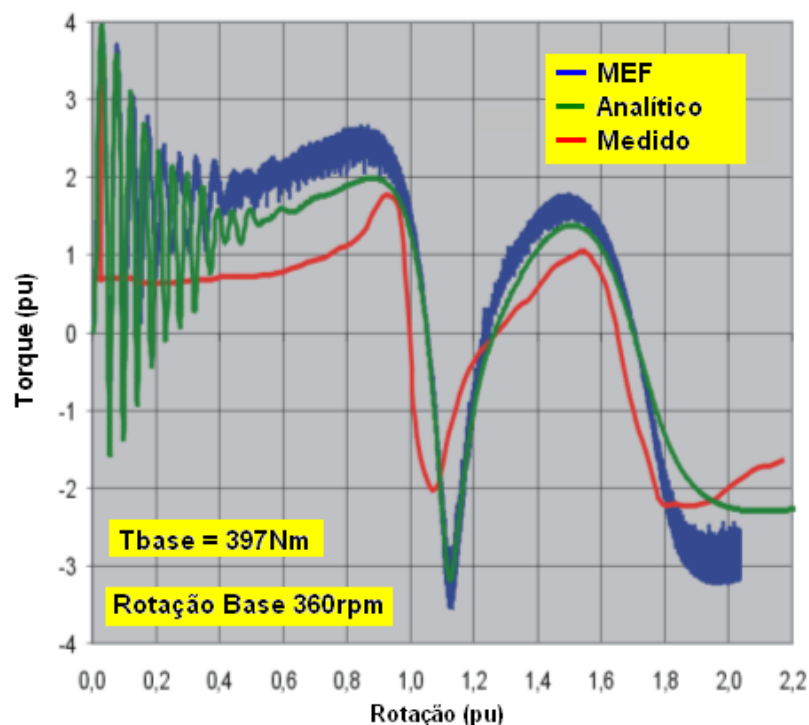


Fig. 5.7.3.13 – Comparação dos torques da máquina da MATRGDA – MEF - Analítico-Medido

As equações de espaço de estado da MATDASE obtidas no capítulo 5 para a MATRBGC foram implementadas no MatLab/Simulynk com o objetivo de obter um modelo que permita simular o controle da máquina em operação tanto em regime motor quanto em regime gerador. Com este modelo é possível controlar para cada ponto de operação o fator de potência da máquina. Na Fig. 5.7.3.14 é mostrado o resultado da simulação de uma partida sem carga. Na Fig. 5.7.3.14(a) é mostrado a curva de torque resultante e curva de rotação. Na Fig. 5.7.3.14(b) temos as curvas do torque desenvolvido pela máquina principal, auxiliar e o torque total dado pela soma dos dois torques. Na Fig. 5.7.14.(c) observa-se a corrente no estator da máquina auxiliar, no estator da máquina principal e a corrente equivalente no circuito rotórico.

Nas Figs. 5.7.3.15 a 5.7.3.17 é mostrado o resultado da simulação da MATRBGC operando como gerador com torque de 2000Nm imposto ao eixo na faixa de rotação de 70% à 130% da rotação síncrona da cascata. A Fig. 5.7.3.15(a) e (b) mostra o ponto de operação de 70% da rotação síncrona. A Fig. 5.7.3.16 mostra o ponto de operação de 100% da rotação síncrona. Observe que

neste ponto o conversor impõe uma tensão contínua ao enrolamento auxiliar. A Fig. 5.7.3.17(a) e (b) mostra o ponto de operação de 130% da rotação síncrona.

Simulação no MatLab de uma partida sem carga

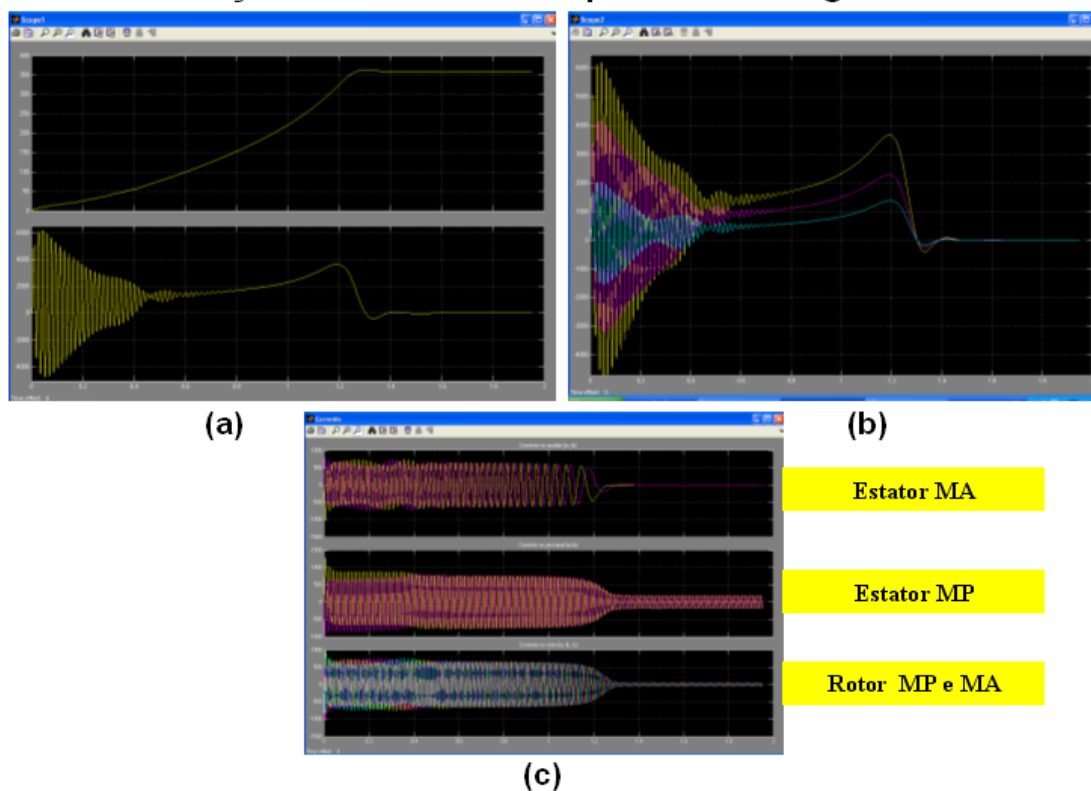


Fig. 5.7.3.14 –MATRBGC– Simulação de uma partida sem carga no MatLab .

Regime gerador - Torque 2000Nm - FP unitário - 70% da rotação síncrona

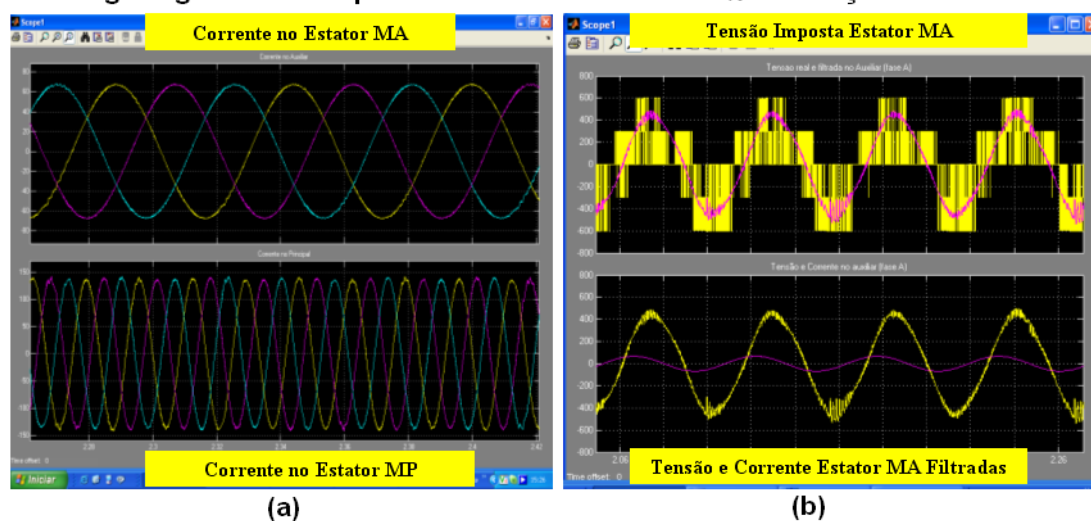


Fig. 5.7.3.15 –MATRBGC– Simulação no MatLab para regime gerador com torque imposto no eixo de 2000Nm – 70% da rotação síncrona

Regime gerador - Torque 2000Nm - Fp unitário -100% de rotação síncrona

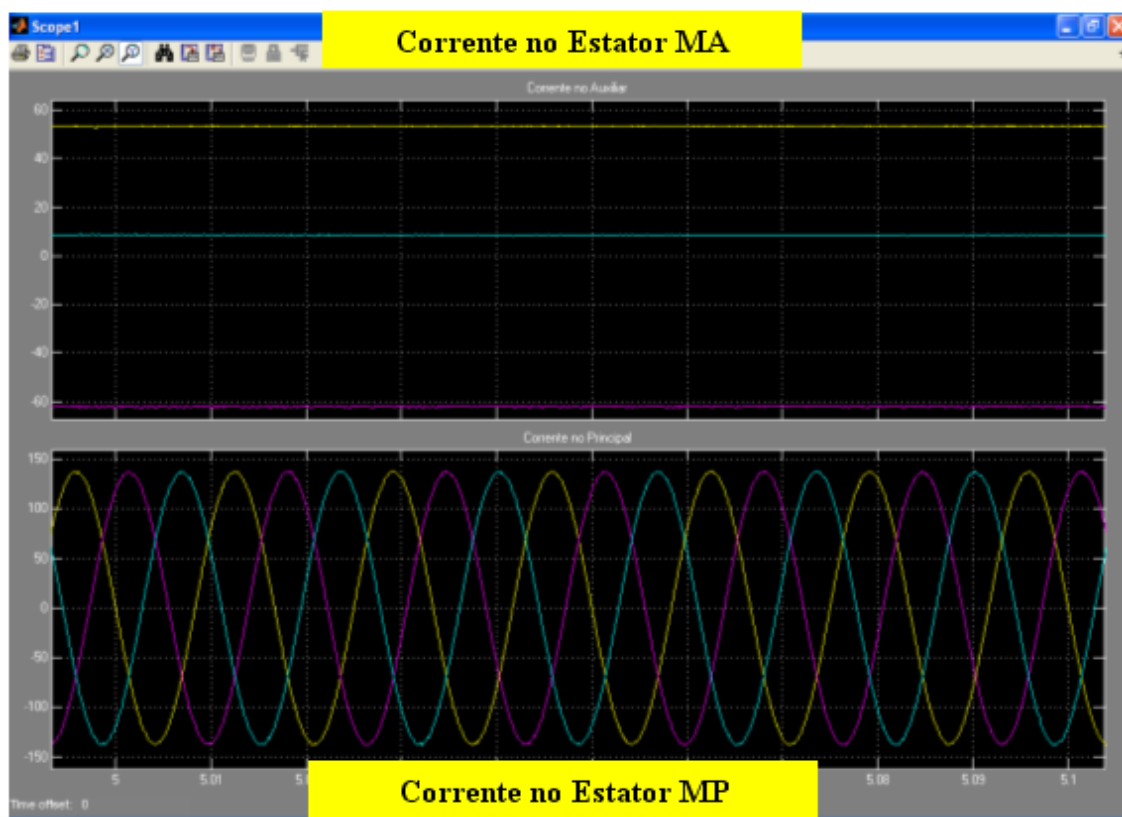


Fig. 5.7.3.16 –MATRBGC– Simulação no MatLab para regime gerador com torque imposto no eixo de 2000Nm – 100% da rotação síncrona

Regime gerador - Torque 2000Nm - FP unitário - 130% da rotação síncrona

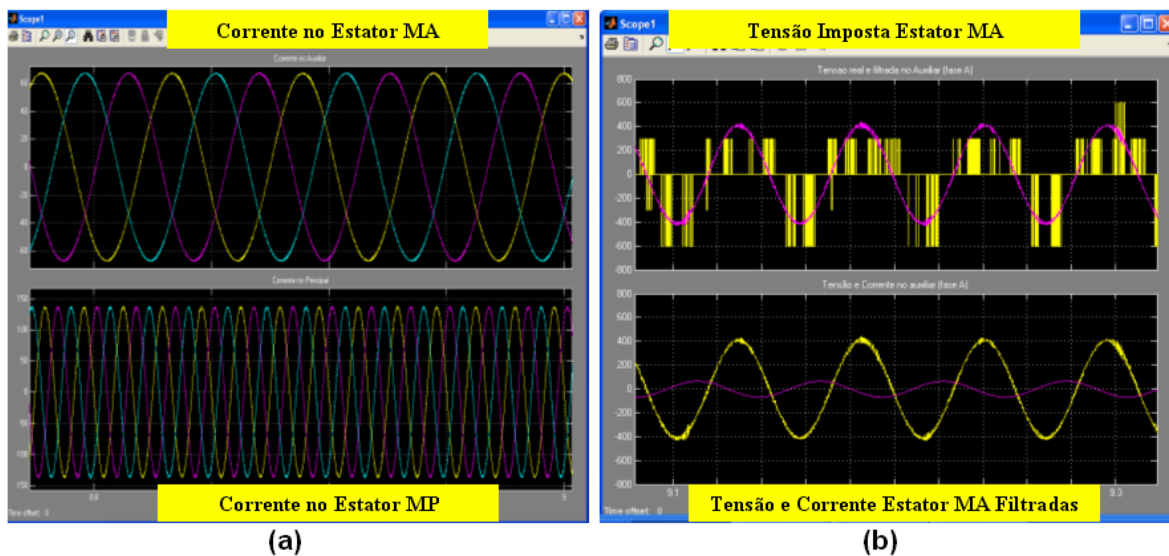


Fig. 5.7.3.17 –MATRBGC– Simulação no MatLab para regime gerador com torque imposto no eixo de 2000Nm – 130% da rotação síncrona.

6. Análise das Vibrações da Máquina Assíncrona Trifásica Duplamente Alimentada Sem Escovas

6.1. Introdução

Conforme analisado no capítulo 3, a MATDASE é constituída de duas máquinas assíncronas que estão conectadas em cascata. O enrolamento da máquina principal gera um conjunto infinito de harmônicas de indução no entreferro. O conjunto destas ondas de indução induzem no circuito rotórico ondas de densidades de correntes, que, por sua vez geram também um conjunto infinito de novas ondas de indução no entreferro da máquina. Estas ondas de indução são capazes de gerar ondas de forças que excitam a estrutura mecânica da máquina fazendo-a vibrar. Estas excitações quando não adequadamente controladas podem levar a máquina a níveis de vibração não adequados ao seu bom funcionamento.

De posse destas ondas de indução, podemos determinar as forças eletromagnéticas que excitam a estrutura da máquina, para fazer a análise das vibrações, determinando as deformações através do método da superposição modal.

Esta análise das deformações e vibrações da máquina é fundamental na fase do projeto, permitindo ao projetista desenhar uma máquina que se comporte adequadamente em funcionamento nominal de carga.

6.2. Ondas de Densidade de Força Tangenciais no Entreferro

Para se determinar as ondas de densidade de forças tangenciais da MATDASE é preciso conhecer as ondas de indução no entreferro e as ondas de densidade linear de corrente geradas pelos enrolamentos. Estas ondas de indução e as de densidade linear de corrente foram determinadas no capítulo 3, onde consideramos apenas as ondas de indução geradas pela permeância constante P_0 do entreferro. As ondas de indução interagem com as ondas de densidade linear de corrente dando origem às ondas de forças tangenciais no entreferro da máquina, que atuam nos dentes da chapa podendo gerar vibração e ruído de origem magnética. Estas forças tangenciais são também responsáveis pela formação do torque fundamental e dos torques harmônicos no eixo da máquina.

Para o cálculo das ondas de densidade de forças tangenciais consideramos a seguintes ondas:

a) Enrolamento Principal do Estator

a.1) Onda de densidade linear de corrente $j_{p1}(q_{p1}, t)$ dada pela Eq. 3.5.3.5, ou seja:

$$j_{p1}(q_{p1}, t) = (j) \sum_{n_{jp1}=-\infty}^{\infty} J_{p1n_{jp1}} \cdot e^{j(n_{jp1}q_{p1} - \omega_{n_{jp1}}t - j_{n_{jp1}})} \quad (6.2.1)$$

a.2) Onda de indução $b_{p1P_0}(q_{p1}, t)$ gerada pela permeância constante dada pela Eq. 3.5.4.30, ou seja:

$$b_{p1P_0}(q_{p1}, t) = \sum_{n_{jp1}=-\infty}^{\infty} B_{p1P_0n_{bp1}} \cdot e^{j(n_{bp1}q_{p1} - \omega_{n_{bp1}} \cdot t - j_{n_{bp1}})} \quad (6.2.2)$$

b) Enrolamento Principal do Rotor para MATRGDA, MATRBGC e MATRBDA

b.1) Onda de densidade linear de corrente $j_{p2P_0}(q_{p1}, t)$ dada pela Eq. 3.5.5.17, ou seja:

$$j_{p2P_0}(q_{p1}, t) = \sum_{n_{jp1}=-\infty}^{\infty} \sum_{n_{dlp2}=-\infty}^{\infty} J_{p2P_0n_{jp2}} e^{j(n_{jp2}q_{p1} - \omega_{n_{jp2}} \cdot t - j_{n_{bp2}})} \quad (6.2.3)$$

b.2) Onda de indução $b_{p2P_0}(q_{p1}, t)$ gerada pela permeância constante dada pela Eq. 3.5.5.38, ou seja:

$$b_{p2P_0}(q_{p1}, t) = \sum_{n_{jp1}=-\infty}^{\infty} \sum_{n_{dlp2}=-\infty}^{\infty} (-j) B_{p2P_0n_{bp2}} \cdot e^{j(n_{bp2}q_{p1} - \omega_{n_{bp2}} \cdot t - j_{n_{bp2}})} \quad (6.2.4)$$

c) Enrolamento Auxiliar do Rotor para MATRBDA

c.1) Onda de densidade linear de corrente $j_{a2P_0}(q_{p1}, t)$ dada pela Eq. 3.5.5.22, ou seja:

$$j_{a2P_0}(q_{p1}, t) = \sum_{n_{jp1}=-\infty}^{\infty} \sum_{n_{ja2}=-\infty}^{\infty} J_{a2P_0n_{ja2}} \cdot e^{j(n_{ja2}q_{p1} - \omega_{n_{ja2}} \cdot t - j_{n_{ja2}})} \quad (6.2.5)$$

c.2) Onda de indução $b_{a2P_0}(q_{p1}, t)$ gerada pela permeância constante dada pela Eq. 3.5.5.45, ou seja:

$$b_{a2P_0}(q_{p1}, t) = \sum_{n_{jp1}=-\infty}^{\infty} \sum_{n_{ja2}=-\infty}^{\infty} (-j) B_{a2P_0n_{ba2}} \cdot e^{j(n_{ba2}q_{p1} - \omega_{n_{ba2}} \cdot t - j_{n_{ba2}})} \quad (6.2.6)$$

d) Enrolamento Auxiliar do Estator

d.1) Onda de densidade linear de corrente $j_{a1P_0}(q_{p1}, t)$ induzida nos condutores do enrolamento auxiliar do estator, para as máquinas MATRBGC e MATRGDA dada pela Eq. 3.5.6.6, ou seja:

$$j_{a1P_0}(q_{p1}, t) = - \sum_{n_{jp1}=-\infty}^{\infty} \sum_{n_{dlp2}=-\infty}^{\infty} \sum_{n_{dla1}=-\infty}^{\infty} J_{a1P_0n_{ja1}} e^{j[n_{ja1}q_{p1} - \omega_{n_{ja1}} \cdot t - j_{n_{ja1}}]} \quad (6.2.7)$$

d.2) A onda de densidade linear de corrente $j_{a1P_0}(q_{p1}, t)$ induzida nos condutores do enrolamento auxiliar do estator, para as máquinas MATRBDA dada pela Eq. 3.5.6.13, ou seja:

$$j_{a1P_0}(q_{p1}, t) = - \sum_{n_{jp1}=-\infty}^{\infty} \sum_{n_{ja2}=-\infty}^{\infty} \sum_{n_{dla1}=-\infty}^{\infty} J_{a1P_0 n_{ja1}} e^{j[n_{ja1}q_{p1} - \omega_{n_{ja1}} \cdot t - j n_{ja1}]} \quad (6.2.8)$$

d.3) Onda de indução $b_{a1P_0}(q_{p1}, t)$ para a MATRBGC e a MATRGDA gerada pela permeância constante do entreferro dada pela Eq. 3.5.6.19, ou seja:

$$b_{a1P_0}(q_{p1}, t) = \sum_{n_{jp1}=-\infty}^{\infty} \sum_{n_{dla2}=-\infty}^{\infty} \sum_{n_{dla1}=-\infty}^{\infty} (j) B_{a1P_0 n_{ba1}} \cdot e^{j(n_{ba1}q_{p1} - \omega_{n_{ba1}} \cdot t - j n_{ba1})} \quad (6.2.9)$$

d.4) Onda de indução $b_{a1P_0}(q_{p1}, t)$ para a MATRBDA gerada pela permeância constante do entreferro dada pela Eq. 3.5.6.25, ou seja:

$$b_{a1P_0}(q_{p1}, t) = - \sum_{n_{jp1}=-\infty}^{\infty} \sum_{n_{ja2}=-\infty}^{\infty} \sum_{n_{dla1}=-\infty}^{\infty} (j) B_{a1P_0 n_{ba1}} e^{j[n_{ba1}q_{p1} - \omega_{n_{ba1}} \cdot t - j n_{ba1}]} \quad (6.2.10)$$

Do espectro de ondas de indução mostradas nas equações acima, uma única onda de indução, ou seja, uma onda monocromática pode ser escrita genericamente como sendo:

$$b_{xP_0 n_{bx}}(q_{p1}, t) = B_{xP_0 n_{bx}} \cdot e^{j(n_{bx}q_{p1} - \omega_{n_{bx}} \cdot t - j n_{bx})} \quad (6.2.11)$$

onde x representa a origem da onda de indução. Por exemplo, se a onda de indução foi gerada pelo enrolamento principal do estator então $x = p_1$, se foi gerada pelo enrolamento principal do rotor então $x = p_2$ e assim por diante.

Para as ondas de densidade linear de corrente admitiremos a forma genérica da onda monocromática, como sendo:

$$j_{yP_0 n_{jy}}(q_{p1}, t) = J_{yP_0 n_{jy}} \cdot e^{j(n_{jy}q_{p1} - \omega_{n_{jy}} \cdot t - j n_{jy})} \quad (6.2.12)$$

onde y representa a origem da onda de densidade linear de corrente. Por exemplo, se a origem da onda for o enrolamento principal do rotor $y = p_2$, se for o enrolamento auxiliar do rotor $y = a_2$ e assim por diante.

Para o cálculo das ondas de densidade de forças tangenciais $S_{n_{ft}}(q_{p1}, t)$ aplicaremos a lei de forças de Lorentz. Ao aplicar a lei de Lorentz devemos usar as ondas de indução geradas no entreferro por um enrolamento e as ondas de densidades de corrente gerada por outro enrolamento. Portanto, o módulo da densidade de forças tangenciais, considerando apenas a parte real da onda de indução, pode ser escrito genericamente como:

$$S_{n_{ft}}(q_{p1}, t) = \frac{1}{2} j_{yP0n_{jy}}(q_{p1}, t) \cdot \left[b_{xP0n_{bx}}(q_{p1}, t) + b_{xP0n_{bx}}(q_{p1}, t)^* \right] \quad (6.2.13)$$

Onde $b_{xP0n_{bx}}(q_{p1}, t)^*$ representa a onda conjugada complexa da onda de indução.

Substituindo as Eqs. 6.2.11 e 6.2.12 na Eq. 6.2.13, obtemos:

$$S_{n_{ft}}(q_{p1}, t) = DFT_{n_{ft}} \cdot e^{j(n_{ft} \cdot q_{p1} - W_{n_{ft}} \cdot t - j_{n_{ft}})} \quad (6.2.14)$$

Na equação acima, $DFT_{n_{ft}}$ representa a amplitude da onda de densidade de força tangencial, dada por:

$$DFT_{n_{ft}} = \frac{1}{2} j_{yP0n_{jy}} B_{xP0n_{bx}} \quad (6.2.15)$$

O índice n_{ft} nas equações acima representa a ordem da onda, que corresponde ao modo de excitação da onda de densidade de força tangencial, dada por:

$$n_{ft} = n_{jy} \pm n_{bx} \quad (6.2.16)$$

A frequência angular da onda de densidade de força tangencial, $W_{n_{ft}}$, é dada por:

$$W_{n_{ft}} = W_{n_{jy}} \pm W_{n_{bx}} \quad (6.2.17)$$

A constante de fase da onda de densidade de força tangencial, $j_{n_{ft}}$, é dada por:

$$j_{n_{ft}} = j_{n_{jy}} \pm j_{n_{bx}} \quad (6.2.18)$$

A Eq. 6.2.14 representa duas ondas de densidade de força tangencial na superfície do entreferro, uma com frequência angular dada pela soma e outra com frequência angular dada pela diferença das frequências das ondas de origem. Observe que as ondas são resultantes da interação de uma onda de indução e de uma onda de densidade linear de corrente. O valor da onda de densidade superficial de força tangencial depende da posição q_{p1} e do tempo t .

A densidade superficial de força tangencial total $S_{tTotal}(q_{p1}, t)$ na posição q_{p1} e no instante de tempo t na superfície do entreferro é obtida fazendo-se a soma das densidades de forças geradas pelo conjunto das harmônicas n_{ft} , ou seja:

$$S_{tTotal}(q_{p1}, t) = \sum_{n_{ft}} DFT_{n_{ft}} \cdot e^{j(n_{ft} \cdot q_{p1} - \omega_{n_{ft}} \cdot t - j n_{ft})} \quad (6.2.19)$$

Admitindo que o rotor não seja inclinado, a força tangencial $f_{n_{ft}}(t)$ resultante gerada pela onda de densidade de força tangencial $S_{n_{ft}}(q_{p1}, t)$ é obtida integrando a Eq. (6.2.14) ao longo da superfície do entreferro, ou seja:

$$f_{n_{ft}}(t) = \int_0^{2p} S_{n_{ft}}(q_{p1}, t) \cdot L_{Fe2} \cdot R \cdot dq_{p1} \quad (6.2.20)$$

A integral da Eq. 6.2.20 assume valor não nulo somente quando:

$$n_{ft} = n_{jx} \pm n_{bx} = 0 \quad (6.2.21)$$

Levando em consideração a condição da Eq. 6.2.21 e substituindo a Eq. 6.2.14 na Eq. 6.2.20, a força tangencial resultante $f_{n_{ft}}(t)$ no entreferro devida à densidade de força tangencial $S_{n_{ft}}(q_{p1}, t)$ é obtida efetuando-se a integral, ou seja:

$$f_{n_{ft}}(t) = FT_{n_{ft}} e^{j(-\omega_{n_{ft}} \cdot t - j n_{ft})} \quad (6.2.22)$$

Pela Eq. 6.2.22 notamos que a força tangencial resultante desenvolvida pela onda de indução e pela onda de densidade linear de corrente não depende da coordenada espacial, mas sim apenas do tempo. A amplitude da força tangencial resultante $FT_{n_{ft}}$ é dada por:

$$FT_{n_{ft}} = 2p R L_{Fe2} DFT_{n_{ft}} \quad (6.2.23)$$

A força tangencial total $F_{tTotal}(t)$ no instante de tempo t desenvolvida no entreferro é obtida fazendo-se a soma das forças geradas pelo conjunto das harmônicas n_{ft} , ou seja:

$$F_{tTotal}(t) = \sum_{n_{ft}} FT_{n_{ft}} \cdot e^{j(-\omega_{n_{ft}} \cdot t - j n_{ft})} \quad (6.2.24)$$

No presente trabalho, para a MATRBGC e a MATRGDA, consideraremos as ondas de densidade de força tangencial provenientes da combinação das ondas de indução $b_{p1P_0}(q_{p1}, t)$, geradas pelo enrolamento principal do estator, dadas pela Eq. 6.2.2 e das ondas de densidade linear de corrente $j_{p2P_0}(q_{p1}, t)$, geradas pelo circuito rotórico principal, dadas pela Eq. 6.2.3. Consideraremos também as ondas de densidade de força tangencial provenientes da combinação das ondas de indução $b_{p2P_0}(q_{p1}, t)$, geradas pelo enrolamento principal do rotor, dadas pela Eq. 6.2.4 e das ondas de densidade linear de corrente $j_{a1P_0}(q_{p1}, t)$, geradas pelo enrolamento auxiliar do estator, dadas pela Eq. 6.2.7.

Para a MATRBDA, iremos considerar as ondas de densidade de força tangencial provenientes da combinação das ondas de indução $b_{p1P_0}(q_{p1}, t)$, geradas pelo enrolamento principal do estator, dadas pela Eq. 6.2.2 com as ondas de densidade linear de corrente $j_{p2P_0}(q_{p1}, t)$, geradas pelo circuito rotórico principal, dadas pela Eq. 6.2.3 e com as ondas de densidade linear de corrente $j_{a2P_0}(q_{p1}, t)$, geradas pelo circuito rotórico auxiliar, dadas pela Eq. 6.2.5. Consideraremos também, as ondas de densidade de força tangencial provenientes da combinação das ondas de indução $b_{p2P_0}(q_{p1}, t)$, geradas pelo enrolamento principal do rotor, dadas pela Eq. 6.2.4 e das ondas de indução $b_{a2P_0}(q_{p1}, t)$, geradas pelo enrolamento auxiliar do rotor, dadas pela Eq. 6.2.6 com as ondas de densidade linear de corrente $j_{a1P_0}(q_{p1}, t)$, geradas pelo enrolamento auxiliar do estator, dadas pela Eq. 6.2.8.

6.3. Torques Gerados pelas Ondas de Indução

Uma vez conhecidas as ondas de densidade superficial de forças tangenciais, é possível determinar os torques gerados no entreferro.

O diferencial de torque no entreferro $dt_{n_{fi}}(q_{p1}, t)$ pode ser definido como:

$$dt_{n_{fi}}(q_{p1}, t) = S_{n_{fi}}(q_{p1}, t) \cdot L_{Fe2} \cdot R^2 \cdot dq_{p1} \quad (6.3.1)$$

Substituindo a Eq. 6.2.14 na Eq. 6.3.1 temos:

$$dt_{n_{fi}}(q_{p1}, t) = R^2 L_{Fe2} DFT_{n_{fi}} \cdot e^{j(n_{fi} q_{p1} - \omega_{n_{fi}} \cdot t - j_{n_{fi}})} \cdot dq_{p1} \quad (6.3.2)$$

O torque total $t_{n_{ft}}(q_{p1}, t)$ desenvolvido no entreferro pode ser obtido fazendo-se a integral da Eq. 6.3.2 na periferia do entreferro, ou seja:

$$t_{n_{ft}}(q_{p1}, t) = R^2 L_{Fe2} DFT_{n_{ft}} \int_0^{2p} e^{j(n_{ft} q_{p1} - \omega_{n_{ft}} \cdot t - j_{n_{ft}})} \cdot dq_{p1} \quad (6.3.3)$$

A integral da Eq. 6.3.3 assume valor não nulo para a condição dada pela Eq. 6.2.21. Nesta condição, efetuando a integral obtemos o torque gerado no entreferro, ou seja:

$$t_{n_{ft}}(t) = T_{n_{ft}} \cdot e^{j(-\omega_{n_{ft}} \cdot t - j_{n_{ft}})} \quad (6.3.4)$$

Onde a amplitude $T_{n_{ft}}$ é dada por:

$$T_{n_{ft}} = 2p R^2 L_{Fe2} \cdot DFT_{n_{ft}} \quad (6.3.5)$$

Observemos que o torque total gerado na periferia do entreferro pelas ondas de indução e de densidade linear de corrente é função apenas do tempo.

O torque dado pela Eq. 6.3.4, que varia no tempo, é denominado de torque de vibração ou torque pendular $t_{pn_{ft}}(t)$, ou seja:

$$t_{pn_{ft}}(t) = T_{pn_{ft}} \cdot e^{j(-\omega_{n_{ft}} \cdot t - j_{n_{ft}})} \quad (6.3.6)$$

Para certos harmônicos, principalmente os de ranhuras, onde além da condição da Eq. 6.2.21 ser satisfeita, a frequência angular $\omega_{n_{ft}}$, mostrada na Eq. 6.2.17, também é nula:

$$\omega_{n_{ft}} = \omega_{n_{fy}} \pm \omega_{n_{bx}} = 0 \quad (6.3.7)$$

Estes torques, que atendem simultaneamente as Eqs. 6.2.21 e 6.3.7, são denominados de torques síncronos e são dados por:

$$t_{sn_{ft}} = T_{sn_{ft}} \cdot e^{-j j_{n_{ft}}} \quad (6.3.8)$$

Observemos que o torque síncrono é um torque que não depende do tempo e que aparece em determinadas condições de rotação do rotor onde as frequências angulares da onda de indução e da onda de densidade linear de corrente são iguais em módulo, porém, com sinais contrários.

Todas as outras situações, onde as condições dadas pelas Eqs. 6.2.21 e 6.3.7 são satisfeitas, a integral dada pela Eq. 6.3.3 conduz a um torque constante no tempo denominado de torque assíncrono e dado por:

$$t_{An_{fi}} = T_{An_{fi}} \cdot e^{-j\omega_{fi} t} \quad (6.3.9)$$

6.4. Ondas de Densidade de Força Radiais no Entreferro

Para o cálculo das ondas de densidade de força radiais, consideramos que as linhas de força da indução magnética $b_d(q_{p1}, t)$ são perpendiculares à superfície do pacote de chapas em contato com o entreferro. Satisfeita esta condição, uma força radial é desenvolvida na superfície de separação do entreferro com o pacote de chapas cuja densidade superficial é dada pelo tensor magnético de Maxwell, ou seja:

$$S_r(q_{p1}, t) = \frac{[b_d(q_{p1}, t)]^2}{2 \cdot \mu_0} \quad (6.4.1)$$

Observemos que a dimensão da Eq. 6.4.1 é de densidade superficial de força radial. Porém, esta força atua perpendicularmente à superfície do entreferro.

O Tensor de Maxwell deve ser aplicado à onda de indução total no entreferro $b_d(q_{p1}, t)$. Esta é dada pela soma das ondas de indução geradas pelo enrolamento principal que são dadas pela Eq. 6.2.2, pelas ondas de indução geradas pelo circuito principal do rotor dadas pela Eq. 6.2.4, pelas ondas de indução geradas pelo circuito auxiliar do rotor dadas pela Eq. 6.2.6 e pelas ondas de indução geradas pelo circuito auxiliar do estator dadas pela Eq. 6.2.9 ou 6.2.10. Desta forma, obteremos a onda de densidade superficial de força resultante no entreferro.

Entretanto, o que interessa ao estudo do comportamento vibracional da máquina é obtermos as diversas ondas radiais de densidade superficial de força que irão constituir as diversas excitações da estrutura do pacote de chapas da máquina. Para isto, basta considerarmos as ondas geradas individualmente combinando-as duas a duas e aplicar o tensor magnético de Maxwell.

Admitindo que a onda de indução genérica no entreferro seja aquela dada pela Eq. 6.2.11, ou seja:

$$b_{xP_0n_{bx}}(q_{p1}, t) = B_{xP_0n_{bx}} \cdot e^{j(n_{bx} \cdot q_{p1} - \omega_{n_{bx}} \cdot t - j n_{bx})} \quad (6.4.2)$$

onde x representa a origem da onda de indução. Por exemplo, se a onda de indução foi gerada pelo enrolamento principal do estator $x = p_1$ e se foi gerada pelo enrolamento principal do rotor $x = p_2$ e assim por diante.

Para obtermos a onda de densidade superficial de força radial individual, que irá se constituir num modo de excitação da estrutura do pacote, devemos considerar apenas duas ondas de indução no entreferro.

Admitamos que a primeira onda de indução seja dada por:

$$b_{x1P_0n_{bx1}}(q_{p1}, t) = B_{x1P_0n_{bx1}} \cdot e^{j(n_{bx1} \cdot q_{p1} - W_{n_{bx1}} \cdot t - j_{n_{bx1}})} \quad (6.4.3)$$

e que a segunda onda de indução seja dada por:

$$b_{x2P_0n_{bx2}}(q_{p1}, t) = B_{x2P_0n_{bx2}} \cdot e^{j(n_{bx2} \cdot q_{p1} - W_{n_{bx2}} \cdot t - j_{n_{bx2}})} \quad (6.4.4)$$

Se estas duas ondas de indução interagirem para formar uma onda de densidade superficial de força radial no entreferro, a aplicação do Tensor de Maxwell nos dá a densidade superficial de força:

$$S_{rb_{x1}b_{x2}}(q_{p1}, t) = \frac{1}{2m_0} (b_{x1P_0n_{bx1}} + b_{x2P_0n_{bx2}})^2 \quad (6.4.5)$$

Desenvolvendo o termo entre parênteses, resulta:

$$S_{rb_{x1}b_{x2}}(q_{p1}, t) = \frac{1}{2m_0} \left[(b_{x1P_0n_{bx1}})^2 + 2b_{x1P_0n_{bx1}} b_{x2P_0n_{bx2}} + (b_{x2P_0n_{bx2}})^2 \right] \quad (6.4.6)$$

Considerando apenas a parte real das ondas de indução, a Eq. 6.4.6 pode ser reescrita genericamente como:

$$S_{rb_{x1}b_{x2}}(q_{p1}, t) = \frac{1}{2m_0} \left[\frac{1}{2} b_{x1P_0n_{bx1}} (b_{x1P_0n_{bx1}} + b_{x1P_0n_{bx1}}^*) + b_{x1P_0n_{bx1}} (b_{x2P_0n_{bx2}} + b_{x2P_0n_{bx2}}^*) + \frac{1}{2} b_{x2P_0n_{bx2}} (b_{x2P_0n_{bx2}} + b_{x2P_0n_{bx2}}^*) \right] \quad (6.4.7)$$

Substituindo as Eqs. 6.4.3 e 6.4.4 na Eq. 6.4.7 e desenvolvendo a expressão, obtemos:

$$S_{rb_{x1}b_{x2}}(q_{p1}, t) = \frac{1}{2 \cdot m_0} \cdot \left\{ \frac{(B_{x1P_0n_{bx1}})^2}{2} \cdot \left[1 + e^{j2(n_{bx1} \cdot q_{p1} - W_{n_{bx1}} \cdot t - j_{n_{bx1}})} \right] + B_{x1n_{bx1}} \cdot B_{x2n_{bx2}} \cdot e^{j[(n_{bx1} + n_{bx2}) \cdot q_{p1} - (W_{n_{bx1}} + W_{n_{bx2}}) \cdot t - (j_{n_{bx1}} + j_{n_{bx2}})]} + B_{x1n_{bx1}} \cdot B_{x2n_{bx2}} \cdot e^{j[(n_{bx1} - n_{bx2}) \cdot q_{p1} - (W_{n_{bx1}} - W_{n_{bx2}}) \cdot t - (j_{n_{bx1}} - j_{n_{bx2}})]} + \frac{(B_{x2P_0n_{bx2}})^2}{2} \cdot \left[1 + e^{j2(n_{bx2} \cdot q_{p1} - W_{n_{bx2}} \cdot t - j_{n_{bx2}})} \right] \right\} \quad (6.4.8)$$

A Eq. 6.4.8 mostra que quando duas ondas de indução interagem formam-se seis ondas de densidade superficial de força radial na superfície de separação do entreferro e o pacote de chapas. Destas, duas apresentam frequência nula, isto é, são constantes no tempo e no espaço, duas apresentam o dobro da frequência da onda de indução que lhe deu origem, uma apresenta frequência igual à soma das frequências das ondas de indução de origem e uma apresenta frequência igual à diferença das frequências das ondas de indução de origem.

O modo de excitação r do pacote de chapas é definido como sendo:

$$r = |n_{bx1} + n_{bx2}| \quad (6.4.9)$$

O modo de excitação r representa o número de períodos da onda de densidade superficial de força radial no entreferro da máquina. Por exemplo, quando $r=1$, temos uma onda de densidade superficial de força radial com um único período espacial no entreferro gerando uma força unilateral sobre a superfície interna do pacote de chapas do estator (Fig. 6.4.1). Como consequência desta força unilateral, ocorre uma flexão do mesmo e devido à reação acontece a flexão do eixo do rotor. Neste caso, a análise da frequência natural de flexão do rotor passa a ser importante para evitar problemas de ressonância.

Para os modos de excitação $r > 1$, a onda de densidade de força apresenta um maior número de pares de pólos espaciais gerando deformações no pacote de chapas conforme mostra a Fig. 6.4.1.

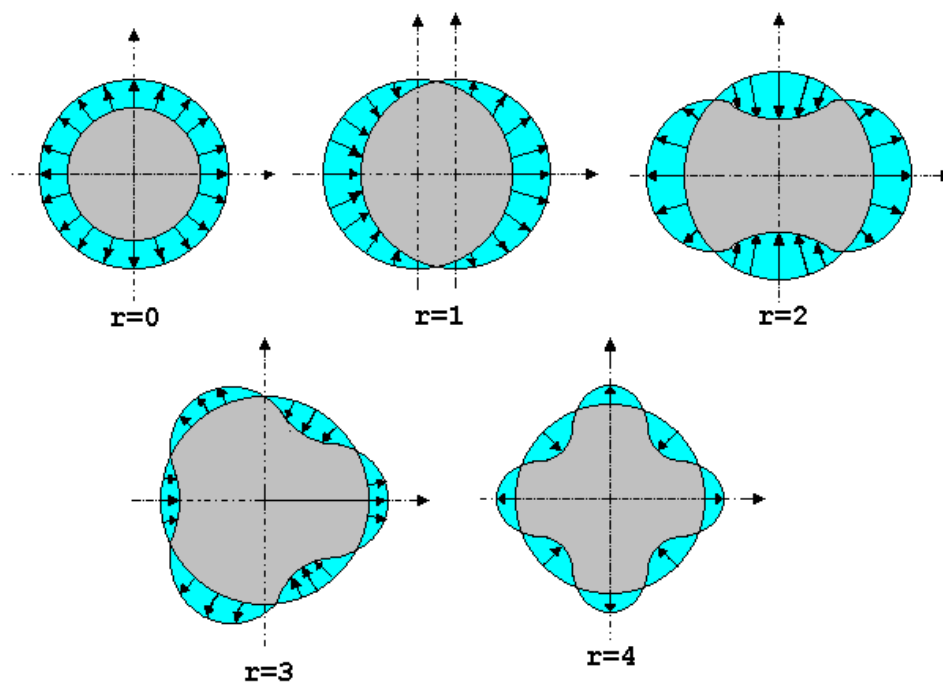


Fig. 6.4.1 – Modos de excitação do pacote de chapas da máquina

Podemos calcular a força resultante na superfície de separação do entreferro e do pacote de chapas fazendo a integral da densidade superficial da força radial ao longo da periferia do entreferro, ou seja:

$$f_{rb_{x1}b_{x2}}(q_{p1}, t) = \int_0^{2p} s_{rb_{x1}b_{x2}}(q_{p1}, t) \cdot L_{Fe1} \cdot R \cdot dq_{p1} \quad (6.4.10)$$

A integral mostrada na Eq. 6.4.10 é nula para todos os modos de excitação $r \neq \pm 1$ devido à distribuição simétrica das forças radiais ao longo da superfície do entreferro da máquina.

Para os modos de vibração $r = \pm 1$, a distribuição das forças na superfície do entreferro não é simétrica podendo gerar uma força resultante unilateral provocando uma flexão no pacote de chapas e devido à reação uma flexão no eixo da máquina. A componente resultante da força unilateral pode ser obtida pela integral:

$$f_{rb_{x1}b_{x2}}(q_{p1}, t) = \int_0^{2p} s_{rb_{x1}b_{x2}}(q_{p1}, t) \cdot \cos(r \cdot q_{p1}) \cdot L_{Fe1} \cdot R \cdot dq_{p1} \quad (6.4.11)$$

O termo $\cos(r \cdot q_{p1})$ foi introduzido para obtermos a componente da força radial na direção do eixo p_1 no período da densidade superficial de força radial, conforme mostrado na Fig. 6.4.2. O modo de excitação r assume valores $r = \pm 1$.

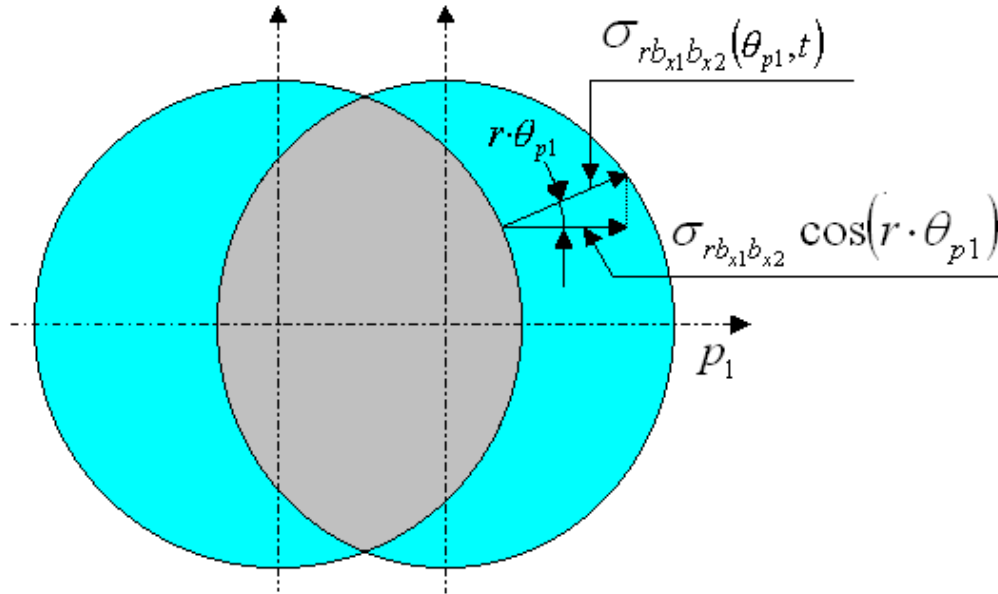


Fig. 6.4.2 – Componente da força radial na direção do eixo p_1 .

Substituindo a Eq. 6.4.8 na Eq. 6.4.11, desprezando os termos cuja integral é nula e lembrando que a parte real de $e^{jr \cdot q_{p1}} = \cos(r \cdot q_{p1})$, obtemos:

$$f_{rb_{x1}b_{x2}}(q_{p1}, t) = \frac{B_{x1P_0n_{bx1}} \cdot B_{x2P_0n_{bx2}}}{2m_0} \cdot L_{F_{e1}} \cdot R \cdot$$

$$\left[\int_0^{2p} e^{j[(n_{bx1} + n_{bx1} + r) \cdot q_{p1} - (w_{n_{bx1}} + w_{n_{bx1}}) \cdot t - (j_{n_{bx1}} + j_{n_{bx2}})]} \cdot dq_{p1} + \right.$$

$$\left. + \int_0^{2p} e^{j[(n_{bx1} - n_{bx1} + r) \cdot q_{p1} - (w_{n_{bx1}} - w_{n_{bx1}}) \cdot t - (j_{n_{bx1}} - j_{n_{bx2}})]} \cdot dq_{p1} \right] \quad (6.4.12)$$

As duas integrais da Eq. 6.4.12 assumem valores não nulos quando:

$$n_{b1x} \pm n_{b2x} + r = n_{b1x} \pm n_{b2x} \pm 1 = 0 \quad (6.4.13)$$

Levando a condição da Eq. 6.4.13 na Eq. 6.4.12 e efetuando a integral obtemos a força radial unilateral gerada pela interação de duas ondas de indução quaisquer no entreferro, ou seja:

$$f_{rb_{x1}b_{x2}}(t) = F_{rb_{x1}b_{x2}} \cdot e^{j[-(w_{n_{bx1}} \pm w_{n_{bx2}}) \cdot t - (j_{n_{bx1}} \pm j_{n_{bx2}})]} \quad (6.4.14)$$

cuja amplitude $F_{rb_{x1}b_{x2}}$ é dada por:

$$F_{rb_{x1}b_{x2}} = \frac{p}{m_0} \cdot B_{x1P_0n_{bx1}} \cdot B_{x2P_0n_{bx2}} \cdot L_{F_{e1}} \cdot R \quad (6.4.15)$$

Para os demais casos onde a condição da Eq. 6.4.13 não é atendida, a força radial que atua unilateralmente desaparece.

6.5. Freqüências Naturais do Pacote de Chapas do Estator

As forças eletromagnéticas analisadas no parágrafo anterior excitam o pacote de chapas da máquina deformando sua estrutura. A amplitude da deformação dinâmica depende da intensidade e das freqüências das forças de excitação. Para podermos determinar adequadamente as respostas dinâmicas do pacote de chapas é necessário determinarmos primeiro as suas freqüências naturais, tanto de flexão como de torção. O conhecimento das freqüências naturais é essencial para a análise do comportamento dinâmico de qualquer estrutura. Usaremos um método analítico e um método através de elementos finitos para determinar as freqüências naturais.

6.5.1. Cálculo das Freqüências Naturais do Pacote de Chapas do Estator pelo Método Analítico.

Para aplicar o método analítico, consideraremos o pacote de chapas como um anel cilíndrico, homogêneo e livre para vibrar no espaço, conforme mostrado na Fig. 6.5.1.1. As contribuições dos dentes e dos enrolamentos, segundo [25], são consideradas através de acréscimos de massa. A carcaça, mancais, e outros componentes capazes de vibrar não são considerados.

Baseado na Fig. 6.5.1.1 podemos definir algumas grandezas que serão utilizadas no cálculo das frequências naturais de flexão e torsão do pacote de chapas do estator. Todas as grandezas e relações apresentadas neste parágrafo foram extraídas de [25,26,27].

- a) Raio médio da coroa do estator R_{mc1} , para o cálculo da frequência natural de flexão dado por:

$$R_{mc1} = \frac{D_{e1} + D_1 + 2h_{N1}}{4} \quad (6.5.1.1)$$

Os termos da Eq. 6.5.1.1 estão definidos na Fig. 6.5.1.1.

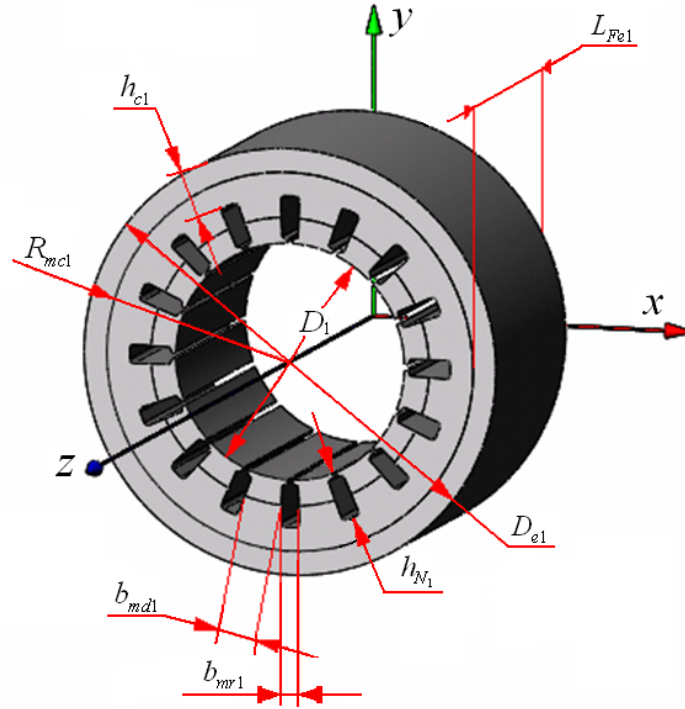


Fig. 6.5.1.1 – Dimensões geométricas do pacote de chapas do estator.

- b) Raio médio da coroa do estator R_{mc1} , para o cálculo da frequência natural de torção, é dado por:

$$R_{mc1} = R_{mc1} - \Delta_{mc1} \quad (6.5.1.2)$$

onde a correção Δ_{mc1} é dada por:

$$\Delta_{mc1} = \frac{h_{N1}}{2} \cdot \frac{(h_{N1} + h_{c1}) \cdot \left(b_{mr1} + \frac{b_{md1}}{3}\right)}{\frac{2}{3}b_{md1}(h_{N1} + h_{c1}) + h_{c1} \left(b_{mr1} + \frac{b_{md1}}{3}\right)} \quad (6.5.1.3)$$

onde os termos b_{mr1} e b_{md1} representam, respectivamente, a largura média da ranhura e do dente do estator. O significado dos demais termos da Eq. 6.5.1.3 estão definidos na Fig. 6.5.1.1.

- c) Fator de acréscimo de massa k_{mc1} da coroa do estator, para o cálculo da deformação radial, é dado por:

$$k_{mc1} = \frac{m_{chc1} + m_{chd1} + k_{cu1}m_{cu1}}{m_{chc1}} \quad (6.5.1.4)$$

onde m_{chc1} representa a massa de chapa da coroa do estator, m_{chd1} representa a massa dos dentes da chapa do estator e m_{cu1} representa a massa de cobre dos enrolamentos do estator e k_{cu1} representa o fator de acoplamento da massa de cobre do enrolamento do estator, neste trabalho consideramos $k_{cu1} = 0,80$.

- d) Área equivalente de ferro A_{FeN_1} da ranhura estator, para o cálculo da deformação torcional, é dada por:

$$A_{FeN_1} = \frac{m_{cu1}}{g_{Fe1} L_{Fe1} N_1} \quad (6.5.1.5)$$

onde N_1 representa o número de ranhuras do estator, L_{Fe1} representa o comprimento do pacote de chapas do estator mostrado na Fig. 6.5.1.1 e g_{Fe1} representa a massa específica volumétrica do ferro da chapa do estator, a qual no presente trabalho para o ferro silício consideramos:

$$g_{Fe1} = 7.850 \times 10^3 \text{ kg} / \text{m}^3 \quad (6.5.1.6)$$

- e) Momento de inércia da seção da coroa estator J_{zc1} na direção do eixo z, para o cálculo da deformação radial, dado por:

$$J_{zc1} = \frac{L_{Fe1} (h_{c1})^3}{12} \quad (6.5.1.7)$$

Os termos da Eq. 6.5.1.7 estão definidos Fig. 6.6.1.1.

- f) Momento de inércia da seção da coroa do estator J_{xc1} na direção do eixo x, para o cálculo da deformação torcional, dado por:

$$J_{xc1} = \frac{(L_{Fe1})^3 h_{c1}}{12} \quad (6.5.1.8)$$

g) Rigidez da coroa do estator R_{gc1} , dada por:

$$R_{gc1} = \frac{h_{c1}}{2\sqrt{3} \cdot R_{mc1}} \quad (6.5.1.9)$$

h) Momento de inércia de massa de um dente do estator J_{zd1} na direção do eixo z, para o cálculo da deformação radial, dado por:

$$J_{zd1} = g_{Fe1} b_{md1} L_{Fe1} (h_{N1})^3 \left[\frac{1}{3} + \frac{h_{c1}}{2h_{N1}} \left(1 + \frac{h_{c1}}{2h_{N1}} \right) \right] \cdot \left(1 + k_{cu1} \frac{m_{cu1}}{m_{chd1}} \right) \quad (6.5.1.10)$$

i) Fator de acréscimo de massa k_{mc1} da coroa do estator para o cálculo da deformação torcional, dado por:

$$k_{mc1} = 1 + \frac{N_1 J_{zd1}}{2p R_{mc1} J_{zc1} g_{Fe1}} \quad (6.5.1.11)$$

j) Momento de inércia de torção J_{tr1} para a coroa do estator no local da ranhura, dado por:

$$J_{tr1} = h_r L_{Fe1} (h_{c1})^3 \quad (6.5.1.12)$$

onde o termo o termo h_r , segundo [24], é dado por:

$$h_r = \frac{1}{3} - 0.21 \left(\frac{h_{c1}}{L_{Fe1}} \right) + 0.017 \left(\frac{h_{c1}}{L_{Fe1}} \right)^5 \quad (6.5.1.13)$$

k) Momento de inércia de torção J_{td1} para a coroa do estator no local do dente, dado por:

$$J_{td1} = h_d L_{Fe1} (h_{N1} + h_{c1})^3 \quad (6.5.1.14)$$

onde o termo o termo h_d , segundo [25] é dado por:

$$h_d = \frac{1}{3} - 0.21 \left(\frac{h_{N1} + h_{c1}}{L_{Fe1}} \right) + 0.017 \left(\frac{h_{N1} + h_{c1}}{L_{Fe1}} \right)^5 \quad (6.5.1.15)$$

l) Momento de inércia de torção J_{tres1} resultante, dado por:

$$J_{tres1} = \frac{\left(\frac{b_{mr1} + b_{md1}}{b_{mr1} + \frac{b_{md1}}{3}} \right) J_{tr1}}{1 + \left(\frac{\frac{2}{3} b_{md1}}{b_{mr1} + \frac{b_{md1}}{3}} \right) \frac{J_{tr1}}{J_{td1}}} \quad (6.5.1.16)$$

m) Momento de inércia polar J_{pcr1} da coroa do estator no local da ranhura, dado por:

$$J_{pcr1} = J_{zc1} + J_{xc1} + h_{c1} L_{Fe1} (\Delta_{rmc1})^2 + A_{FeN_1} \left(\frac{h_{c1} + h_{N_1}}{2} - \Delta_{rmc1} \right)^2 \quad (6.5.1.17)$$

n) Momento de inércia polar J_{pcd1} da coroa do estator no local do dente, dado por:

$$J_{pcd1} = \frac{L_{Fe1} (h_{c1} + h_{N_1})^3}{12} + \frac{(L_{Fe1})^3 (h_{c1} + h_{N_1})}{12} + L_{Fe1} (h_{c1} + h_{N_1}) \left(\frac{h_{N_1}}{2} - \Delta_{rmc1} \right)^2 \quad (6.5.1.18)$$

o) Momento de inércia polar J_{pres1} resultante da coroa do estator, dado por:

$$J_{pres1} = J_{pcr1} \left(\frac{b_{mr1}}{b_{mr1} + b_{md1}} \right) + J_{pcd1} \left(\frac{b_{md1}}{b_{mr1} + b_{md1}} \right) \quad (6.5.1.19)$$

Considerando o pacote de chapas como um anel cilíndrico homogêneo, a frequência natural de flexão radial f_{nf0} para o modo $r = 0$, pode ser calculada como:

$$f_{nf0} = \frac{1}{2pR_{rmc1}} \sqrt{\frac{E_{Fe1}}{g_{Fe1} k_{rmc1}}} \quad (6.5.1.20)$$

O termo E_{Fe1} representa o módulo de elasticidade do ferro silício cujo valor adotado foi:

$$E_{Fe1} = 2.06 \times 10^{11} N / m^2 \quad (6.5.1.21)$$

Segundo Jordan [26] e Frohne [27] as frequências naturais de flexão longitudinais f_{nfl} para os modos $r \geq 1$, podem ser calculadas como:

$$f_{nfl} = f_{nf0} \sqrt{r^2 + 1} \quad (6.5.1.22)$$

As freqüências naturais de flexão longitudinais do pacote de chapas do estator são determinadas para os modos de vibração $r \geq 1$, conforme mostrado na Eq. 6.5.1.22. Destes modos de vibração natural, só tem interesse o modo $r = 1$, porque, como foi visto no parágrafo 6.4, a excitação eletromagnética de modo $r = 1$ quando integrada na superfície do entreferro resulta em uma força diferente de zero, denominada força unilateral que pulsa no entreferro com determinada freqüência angular (conforme mostrado na Eq. 6.4.14). Esta força unilateral se manifesta devido à força de reação sobre o rotor que por sua vez, estando fixo à carcaça através dos mancais, se transmite à base. Dependendo da resposta dinâmica da base, a máquina pode apresentar problemas de vibração. Como as características estruturais da base normalmente não são conhecidas, fica difícil a análise desta resposta dinâmica. Este tema não é objeto de estudo do presente trabalho, porque estamos interessados na resposta dinâmica do pacote de chapas do estator devido as excitações eletromagnéticas.

Segundo os mesmos autores, Jordan [26] e Frohne [27], as freqüências naturais de flexão radial f_{nfr} para o modo $r \geq 2$, podem ser calculadas como:

$$f_{nfr} = f_{nf0} r \frac{(r^2 - 1)}{\sqrt{r^2 + 1}} \frac{R_{gc1}}{\sqrt{1 + (R_{gc1})^2 \left(\frac{r^2 - 1}{r^2 + 1} \right) \left[3 + r^2 \left(4 + \frac{k_{mc1}}{k_{mc1}} \right) \right]}} \quad (6.5.1.23)$$

As freqüências naturais de torção f_{ntr} do pacote de chapas, podem ser calculadas por:

$$f_{ntr} = \frac{1}{2p R_{mc1}} \sqrt{\frac{E_{Fe1} J_{xc1} + r^2 G_{Fe1} J_{tres1}}{g_{Fe1} J_{pres1}}} \quad (6.5.1.24)$$

onde G_{Fe1} representa o módulo de elasticidade ao cisalhamento do ferro silício da chapa do estator, cujo valor adotado foi:

$$G_{Fe1} = 8.080 \times 10^{10} \text{ N} / \text{m}^2 \quad (6.5.1.25)$$

Na tabela 6.5.1.1 mostramos as freqüências naturais do pacote de chapas do estator dos protótipos MATRGDA -FAF315 -15kW e MATRBGC-HGW560-75kW.

6.5.2. Cálculo das Freqüências Naturais do Pacote de Chapas do Estator pelo Método de Elementos Finitos

Na determinação das freqüências naturais, consideraremos que o pacote de chapas do estator seja um anel cilíndrico, linear e homogêneo, isto é, suas características físicas como densidade g_{Fe1} , módulo de elasticidade E_{Fe1} e módulo de elasticidade ao cisalhamento G_{Fe1} são constantes. O domínio do cilindro é discretizado em pequenos domínios, chamados de elementos

finitos. Portanto, para os N nós do domínio existem $q(t) = 3 \times N$ coordenadas generalizadas ou incógnitas a serem determinadas.

Aplicando a segunda lei de Newton aos N nós do domínio, obtemos a equação do movimento que em coordenadas generalizadas pode ser escrita como:

$$[m]\ddot{q}(t) + [c]\dot{q}(t) + [k]q(t) = [f(t)] \quad (6.5.2.1)$$

onde $[m]$, $[c]$ e $[k]$ são denominadas de matriz de massas ou de inércia, matriz de amortecimento e matriz de rigidez, respectivamente, e são consideradas constantes. A matriz $[f(t)]$ representa as forças externas aplicadas ao sistema.

Tabela 6.5.1.1 – Frequências naturais do pacote de chapa do estator em Hz – Método analítico.

Modo r	MATRGDA -FAF315 -15kW			MATRBGC-HGW560-75kW		
	f_{nfl}	f_{nfr}	f_{ntr}	f_{nfl}	f_{nfr}	f_{ntr}
0	2733,738	2733,738	2898,226	1571,263	1571,263	1492,629
1	3866,089	-	2911,641	2222,101	-	1610,693
2	6112,824	269,584	2951,520	3513,450	261,017	1921,849
3	8644,838	734,236	3016,813	4968,769	695,799	2350,628
4	11271,490	1339,833	3105,918	6478,482	1239,280	2844,324
5	13939,380	2045,727	3216,857	8011,899	1847,323	3374,565
6	16628,680	2819,385	3347,460	9557,618	2490,441	3926,573
7	19330,450	3636,283	3495,523	11110,500	3150,414	4492,332
8	22040,100	4479,062	3658,928	12667,920	3816,716	5067,237
9	24755,050	5336,019	3835,715	14228,390	4483,612	5648,497
10	27473,720	6199,568	4024,119	15791,000	4548,173	6234,334
11	30195,120	7064,959	4222,586	17355,160	5809,053	6823,570
12	32918,560	7929,323	4429,764	18920,510	6465,770	7415,395
13	35643,580	8791,007	4644,488	20486,760	7118,297	8009,234
14	38369,840	9649,134	4865,757	22053,720	7766,834	8604,670
15	41097,090	10503,310	5092,721	23621,260	8411,683	9201,395
16	43825,150	11353,430	5324,649	25189,260	9053,175	9799,171
17	46553,880	12129,580	5560,921	26757,640	9691,644	10397,820
18	49283,160	13041,920	5801,007	28326,340	10327,400	10997,190
19	52012,910	13880,670	6044,452	29895,310	10960,730	11597,180
20	54743,060	14716,090	6290,865	31464,310	11591,890	12197,700

Nas estruturas de aço [28], os laços de histerese do material durante um ciclo de deformação são muito estreitos, significando que o amortecimento interno do material é muito pequeno e a energia dissipada pode ser negligenciada em comparação com as energias cinética e potencial envolvidas no ciclo. Esta consideração pode ser feita sem prejudicar o resultado desejado

porque no cálculo das freqüências naturais do sistema o valor da amplitude da deformação não é importante, mas sim a freqüência. O amortecimento não pode ser desprezado no cálculo da resposta dinâmica do sistema. Portanto, a matriz $[c]$ na Eq. 6.5.2.1 pode ser desprezada, resultando para um sistema não amortecido:

$$[m][\ddot{q}(t)] + [k][q(t)] = [f(t)] \quad (6.5.2.2)$$

Se o sistema pode se mover livremente, isto é, $[f(t)] = 0$, a Eq. 6.5.2.2 pode ser escrita como:

$$[m][\ddot{q}(t)] + [k][q(t)] = 0 \quad (6.5.2.3)$$

Considerando que o sistema pode vibrar livremente e que as oscilações obedecem a uma função harmônica, uma possível solução para o sistema da Eq. 6.5.2.3 pode ser:

$$[q(t)] = [u]e^{iW_r t} \quad (6.5.2.4)$$

onde a matriz $[u]$ representa os autovetores das coordenadas generalizadas $[q(t)]$ e W_r representa as freqüências naturais que desejamos determinar. Como a matriz dos autovetores é formada por um conjunto de valores constantes, derivando a Eq. 6.5.2.4 obtemos:

$$[\ddot{q}(t)] = -W_n^2 [u]e^{iW_r t} \quad (6.5.2.5)$$

Substituindo as Eqs. 6.5.2.4 e 6.5.2.5 na Eq. 6.5.2.3 e dividindo por $e^{iW_r t}$, obtemos:

$$\{[k] - W_r^2 [m]\}[u] = 0 \quad (6.5.2.6)$$

A solução da Eq. 6.5.2.6 conduz a uma solução não trivial se e somente se o determinante característico dos coeficientes da matriz dos autovetores $[u]$ for nulo, portanto:

$$|k_{ij} - W_r^2 m_{ij}| = 0 \quad (6.5.2.7)$$

Na Eq. 6.5.2.7, W_r^2 representa os autovalores associados às matrizes $[m]$ e $[k]$.

Para o cálculo das freqüências naturais e também na análise das respostas forçadas pelas excitações eletromagnéticas do pacote de chapas será utilizado o software de elementos finitos ANSYS. Quando o número de elementos do domínio é muito grande, o tempo de processamento é elevado tornando o trabalho mais difícil. Com o objetivo de avaliar a acurácia do cálculo em 2D e em 3D, foram feitas algumas simulações de cálculo das freqüências naturais do pacote de chapas do estator do protótipo MATRGDA -FAF315-15kW. Na Fig. 6.5.2.1, mostramos a convergência das deformações do pacote de chapas para simulação 2D e 3D em função do número de nós no eixo axial z. A linha vermelha mostra as deformações máximas e mínimas calculadas na simulação 2D

no ANSYS. Observe que as deformações não dependem do número de nós no eixo axial z. A linha azul mostra as deformações máximas e mínimas na simulação 3D. Observa-se que as deformações máximas e mínimas na simulação 3D convergem rapidamente para a solução 2D quando o número de nós no eixo axial aumenta. A linha de cor preta da Fig. 6.5.2.1 mostra a tendência das deformações na simulação 3D.

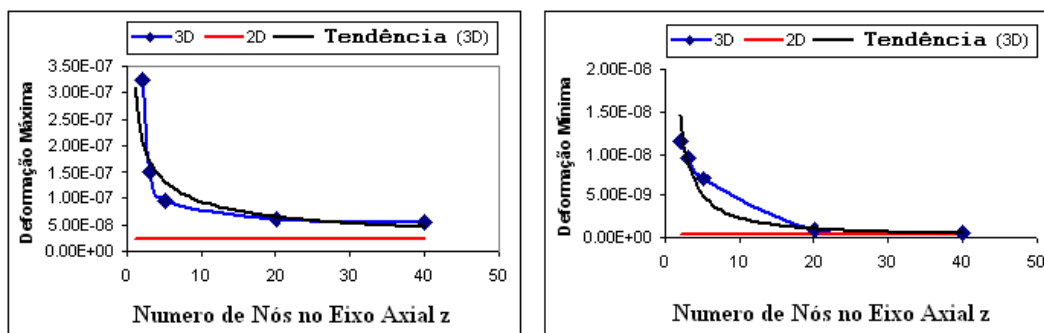


Fig. 6.5.2.1 – Convergência das simulações 2D e 3D no ANSYS

A Fig. 6.5.2.2 mostra a convergência da forma de deformação do pacote de chapas do 3D para o 2D em função do número de nós no eixo axial z, para o modo $r=3$ de vibração. Para um número de nós maior do que 20 a convergência é muito boa. Os pontos em vermelho representam a maior concentração de tensões.

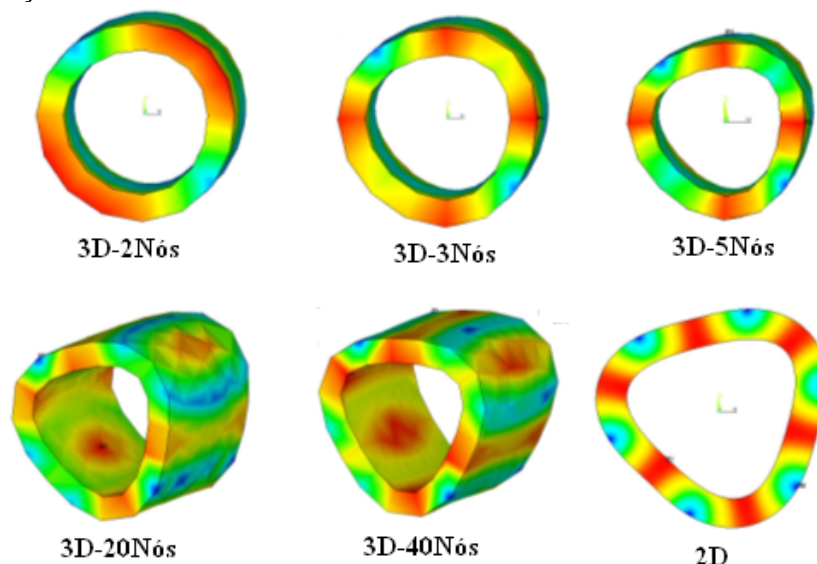


Fig. 6.5.2.2 – Comparação 2D e 3D da forma de deformação no ANSYS.

Baseado na análise feita acima podemos concluir que o modelo 3D só se justificaria se o pacote de chapas apresentasse uma assimetria no eixo axial. Como seria o caso se o pacote de chapas fosse inclinado, por exemplo. Os protótipos construídos MATRGDA -FAF315 -15kW e MATRBGC-HGW560-75kW não apresentam pacotes inclinados, conseqüentemente as excitações eletromagnéticas estão uniformemente distribuídas na superfície do entreferro, não justificando o uso do modelo 3D.

A Fig. 6.5.2.3 mostra alguns modos naturais de vibração com suas respectivas frequências naturais, calculados pelo método de elementos finitos do ANSYS para o pacote de chapas do protótipo MATRGDA -FAF315 -15kW usando o modelo 2D.

A Fig. 6.5.2.4 mostra alguns modos naturais de vibração com suas respectivas frequências naturais, calculados pelo método de elementos finitos do ANSYS para o pacote de chapas do protótipo MATRBGC-HGW560-75kW usando o modelo 2D.

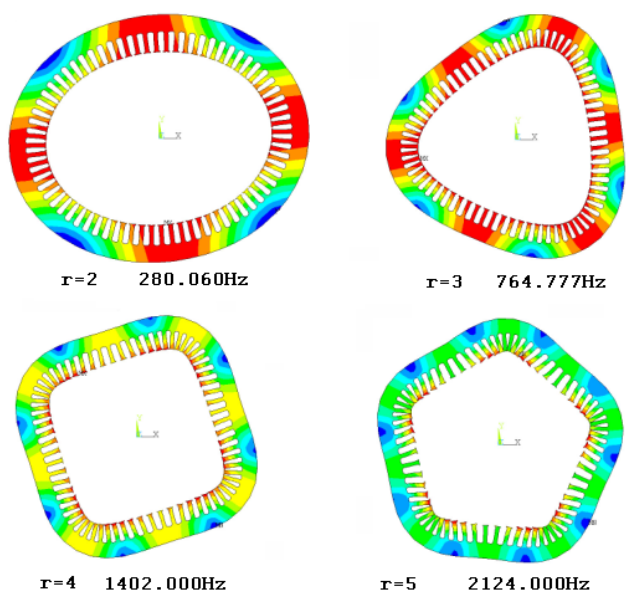


Fig. 6.5.2.3 – MATRGDA –FAF315 -15kW – Modos naturais de vibração. .

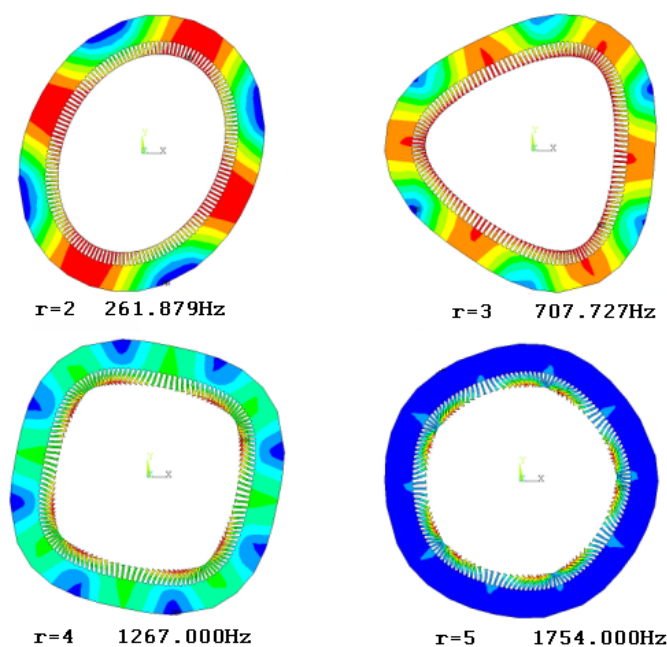


Fig. 6.5.2.4 – MATRBGC-HGW560-75kW – Modos naturais de vibração.

No protótipo MATRGDA –FAF315 -15kW foram realizadas medições experimentais das frequências naturais da máquina montada. Foram feitas medidas em quatro pontos, conforme mostrado na Fig. 6.5.2.5. O objetivo destas medidas é obter os coeficientes de amortecimento modal que serão utilizados na análise da resposta dinâmica da máquina.

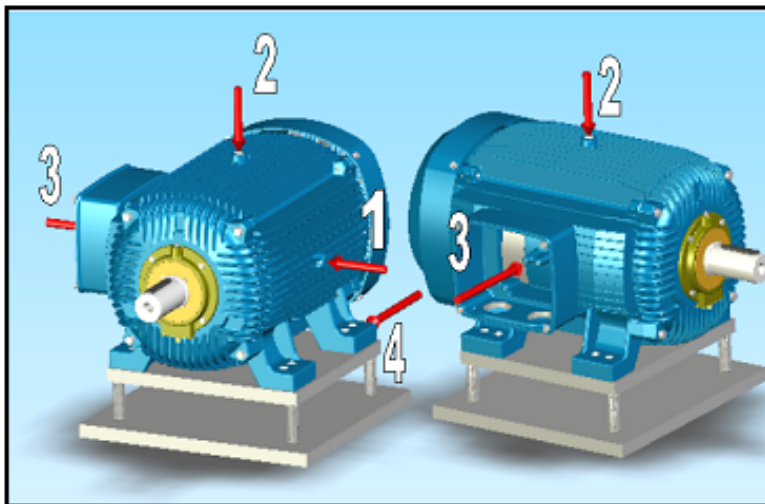


Fig. 6.5.2.5 – Pontos de medição das frequências naturais da MATRGDA –FAF315 -15kW

Os amortecimentos modais medidos para o protótipo MATRGDA –FAF315 -15kW encontram-se listados na tabela do relatório de ensaios no apêndice D. Estes coeficientes estão apresentados na forma percentual, ou seja, em percentagem em relação ao amortecimento crítico. Os valores encontram-se tabelados para cada frequência natural identificada em cada um dos pontos de medição indicados na figura 6.5.2.5. A máquina montada representa uma estrutura complexa formada por vários componentes, tais como pacote de chapas do estator e do rotor, carcaça, tampas etc. Em razão desta complexidade, ocorre uma grande densidade de frequências naturais. Na tabela 6.5.2.1 é mostrada uma comparação entre as frequências naturais calculadas pelos métodos analítico e numérico (MEF) com os valores medidos. Para o protótipo MATRGDA –FAF315 -15kW os valores foram obtidos pelas medições feitas com a máquina montada nos pontos mostrados na Fig. 6.5.2.5. Para o protótipo MATRBGC-HGW560-75kW foi possível obter as medidas das frequências naturais do pacote chapas com a bobinagem inserida e já impregnada, porém, não montado na carcaça. Os valores medidos mostrados na tabela 6.5.2.1 para este protótipo foram obtidos do apêndice E anexo II.

No protótipo MATRBGC-HGW560-75kW foram realizadas também medições experimentais das frequências naturais com a máquina montada. As medidas foram feitas em quatro pontos, conforme mostrado na Fig. 6.5.2.6. O objetivo destas medidas é obter os coeficientes de amortecimento modal que serão utilizados na análise da resposta dinâmica da máquina. Os

amortecimentos modais medidos para o protótipo MATRBGC-HGW560-75kW encontram-se listados na tabela E2 do relatório de ensaios no apêndice E.

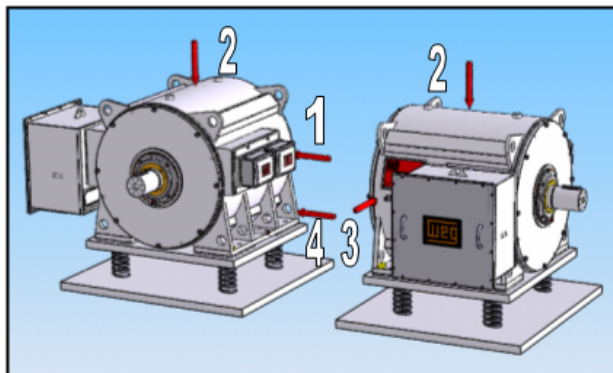


Fig. 6.5.2.6 – Pontos de medição das frequências naturais da MATRBGC-HGW560-75kW.

Tabela 6.5.2.1 – Frequências naturais do pacote de chapa do estator em hertz: comparação entre resultados calculados com os métodos analítico e de elementos finitos com os valores medidos.

Modo r	MATRGDA –FAF315 -15kW			MATRBGC-HGW560-75kW		
	Analítico	MEF	Medido	Analítico	MEF	Medido
0	2734	-	-	1571	-	-
1	-	-	-	-	-	-
2	270	280	244	261	262	248
3	734	765	740	696	708	727
4	1340	1402	1464	1239	1267	1281
5	2046	2124	2060	1847	1754	
6	2819	2807	2856	2490	1909	
7	3636	3296		3150		
8	4479	3709		3817		
9	5336	3709		4484		
10	6200	3791		4548		
11	7065			5809		
12	7929			6466		
13	8791			7118		
14	9649			7767		
15	10503			8412		
16	11353			9053		
17	12130			9692		
18	13042			10327		
19	13881			10961		
20	14716			11592		

6.6. Análise das Vibrações da Máquina

A análise das vibrações mecânicas da máquina é um estágio muito importante durante o projeto. Um descuido do projetista com relação à resposta dinâmica da estrutura da máquina devido

à excitação eletromagnética pode levar a uma condição não aceitável de operação, quanto ao nível de vibração ou ao nível de ruído magnético emitido pela superfície do estator. As excitações eletromagnéticas analisadas no parágrafo 6.5 forçam a estrutura do pacote de chapas do estator a vibrar em amplitude maior ou menor dependendo da rigidez, do amortecimento e da proximidade maior ou menor da frequência de excitação w_{ex} da frequência natural w_r do pacote de chapas.

Este comportamento estrutural do pacote de chapas pode ser adequadamente tratado pelo método da superposição modal [28]. Para tanto, precisamos conhecer primeiro os modos r e as frequências naturais W_r da estrutura. Em seguida, é feita a análise da resposta dinâmica da estrutura quanto às excitações eletromagnéticas aplicadas. Os modos e as frequências naturais foram analisados no parágrafo 6.5. Iremos neste parágrafo analisar a resposta dinâmica da estrutura e comparar com resultados experimentais medidos nos protótipos.

A equação geral da dinâmica aplicável ao domínio discretizado com N nós da estrutura do pacote de chapas é a mesma dada pela Eq. 6.5.2.1, ou seja:

$$[m]\ddot{q}(t) + [c]\dot{q}(t) + [k]q(t) = [f(t)] \quad (6.6.1)$$

onde $[m]$, $[c]$, $[k]$ são denominadas de matriz de massas ou de inércia, matriz de amortecimento e matriz de rigidez, respectivamente, e são matrizes quadradas, simétricas de $(3N \times 3N)$ elementos e consideradas constantes.

A matriz coluna $[f(t)] = [f_1(t), f_2(t), f_3(t), \dots, f_{3N}(t)]^T$ representa as forças externas aplicadas aos N nós do sistema, que neste caso são as excitações eletromagnéticas já analisadas no parágrafo 6.4.

No domínio de N nós, a matriz coluna $[q(t)] = [q_1(t), q_2(t), q_3(t), \dots, q_{3N}(t)]^T$ representa as coordenadas generalizadas.

A solução da Eq. 6.6.1 nos conduz a um movimento onde todas as coordenadas generalizadas para uma mesma força de excitação apresentam a mesma dependência temporal.

A Eq. 6.6.1 representa um conjunto de $3N$ equações diferenciais ordinárias lineares de segunda ordem com coeficientes constantes. A solução deste conjunto não é uma tarefa simples, pois, normalmente, as matrizes $[m]$, $[c]$, $[k]$ são não diagonais implicando que as equações do movimento estejam acopladas. Para tornar estas equações linearmente independentes é preciso diagonalizar estas matrizes. A diagonalização das matrizes pode ser obtida através de uma adequada transformação linear de coordenadas, denominada de transformação modal.

Usaremos a transformação linear de matrizes dada por:

$$[q(t)] = [U][p(t)] \quad (6.6.2)$$

A matriz de transformação $[U]$ é uma matriz modal de dimensão $(3N \times 3N)$ que representa os autovetores. Esta matriz diagonaliza simultaneamente as matrizes $[m]$ e $[k]$ e pode ser representada por:

$$[U] = [u^1 u^2 u^3 \dots u^{3N}] \quad (6.6.3)$$

onde $[u^1 u^2 u^3 \dots u^{3N}]$ são os autovetores.

A matriz coluna $[p(t)] = [p_1(t), p_2(t), p_3(t), \dots, p_{3N}(t)]^T$ representa o vetor de coordenadas modais.

Substituindo a Eq. 6.6.2 na Eq. 6.6.1 e multiplicando pela esquerda por $[U]^T$ obtemos:

$$[M][\ddot{p}(t)] + [C][\dot{p}(t)] + [K][p(t)] = [F(t)] \quad (6.6.4)$$

onde:

$$[M] = [U]^T [m] [U] \quad (6.6.5)$$

$$[C] = [U]^T [c] [U] \quad (6.6.6)$$

$$[K] = [U]^T [k] [U] \quad (6.6.7)$$

$$[F(t)] = [U]^T [f(t)] \quad (6.6.8)$$

Na Eq. 6.6.4, que é a equação transformada da Eq. 6.6.1, as matrizes $[M]$ e $[K]$ são diagonais. A matriz $[C]$, de uma forma geral, não é diagonal, mas para que o sistema possa ser desacoplado assumimos que o amortecimento $[C]$ seja proporcional à matriz de rigidez $[K]$ ou à matriz de massas $[M]$ ou ainda a alguma combinação linear das duas matrizes [28]. Devido a esta hipótese, a matriz $[U]$ que diagonaliza a matriz de massa e a matriz de rigidez, também diagonalizará a matriz de amortecimento.

Com as três matrizes diagonalizadas, as equações do movimento se tornam linearmente independentes e se comportam como um conjunto de equações do movimento com um único grau de liberdade. A transformação da Eq. 6.6.1 no conjunto de equações linearmente independentes dado pela Eq. 6.6.4 é denominada de transformação modal.

Se a estrutura for excitada por um conjunto de forças de mesma frequência ω_{ex} porém com amplitudes e fases diferentes, a solução do conjunto de equações dado pela Eq. 6.6.4 para todas as

coordenadas terá a mesma dependência temporal e a mesma configuração geral do movimento, podendo mudar apenas em amplitude para cada coordenada.

Portanto, considerando que a estrutura é excitada por forças de mesma frequência W_{ex} , a solução da Eq. 6.6.4 no domínio da frequência [28] fica:

$$[q_i(t)] = G_{ik}(W_{ex}) F_k \quad (6.6.9)$$

onde $i = 1, 2, 3, \dots, 3N$ e $k = 1, 2, 3, \dots, 3N$.

O termo $G_{ik}(W_{ex})$ é um termo da matriz de transferência mecânica da estrutura o qual pode ser expresso como:

$$G_{ik}(W_{ex}) = \sum_{r=1}^{N_r} \left[\frac{1}{m_r W_r^2 \left(1 - \frac{W_{ex}^2}{W_r^2} \right) + j c_r W_{ex}} p_r^i p_r^k \right] \quad (6.6.10)$$

onde N_r representa o número de modos de vibração, p_r^i representa a coordenada modal na posição de resposta i associado ao modo r , p_r^k representa a coordenada modal na posição de excitação k associado ao modo r , m_r representa a massa associada ao modo r , W_r representa a frequência natural associada ao modo r e c_r representa o coeficiente de amortecimento associado ao modo r .

Uma vez conhecidos os modos e as frequências naturais do pacote de chapas, podemos aplicar o método da superposição modal para a análise das vibrações da máquina. Utilizaremos o ANSYS para executar os cálculos. Na análise, as excitações eletromagnéticas geradas pelas ondas de indução no entreferro são aplicadas no meio da base do dente no centro do pacote de chapas.

A tabela 6.6.1 mostra algumas ondas de forças radiais analisadas no parágrafo 6.4 para o protótipo MATRGDA-315-15kW operando como motor com o enrolamento auxiliar em curto-circuito com carga nominal de 397 N.m de torque aplicado na rotação de 351 rpm.

A tabela 6.6.2 mostra algumas ondas de forças tangenciais analisadas no parágrafo 6.2 para o protótipo MATRGDA –FAF315 -15kW operando como motor com o enrolamento auxiliar em curto-circuito com carga nominal de 397 Nm de torque aplicado na rotação de 351 rpm.

Tabela 6.6.1 - MATRGDA –FAF315 -15kW – Ondas de forças radiais no entreferro.

Modo r	Amplitude [N/m ²]	Frequência [Hz]	Fase [Radianos]	Origem
0	$1,411 \times 10^5$	0,000	0,000	$n_{bp1} = 6 - n_{bp1} = 6$
12	$1,411 \times 10^5$	120	-0,8559	$n_{bp1} = 6 + n_{bp1} = 6$
2	$5,052 \times 10^4$	61,5	2,114	$n_{bp1} = 6 + n_{bp2} = -4$
10	$5,052 \times 10^4$	58,5	-2,970	$n_{bp1} = 6 - n_{bp2} = -4$
-50	$1,406 \times 10^4$	-292,5	0,000	$n_{bp1} = 6 - n_{bp2} = 56$
50	$1,406 \times 10^4$	292,5	0,000	$n_{bp1} = 6 - n_{bp2} = -44$
62	$1,406 \times 10^4$	412,5	-0,8559	$n_{bp1} = 6 + n_{bp2} = 56$
8	$1,064 \times 10^4$	-3,0	-3,599	$n_{bp1} = 6 - n_{bp2} = -2$
4	$1,064 \times 10^4$	123	2,74264	$n_{bp1} = 6 + n_{bp2} = -2$
11	$1,01 \times 10^4$	114,15	0,71487	$n_{bp1} = 6 + n_{bp2} = 5$
1	$1,01 \times 10^4$	5,85	-1,5708	$n_{bp1} = 6 - n_{bp2} = 5$
2	$6,02 \times 10^3$	61,5	1,9433	$n_{bp2} = -4 + n_{bp2} = 6$
3	$3,22 \times 10^3$	67,35	0,8559	$n_{bp1} = 6 + n_{bp2} = -3$
2	88,90	292,5	-0,0385	$n_{bp1} = 6 - n_{ba1} = 4$

Tabela 6.6.2 - MATRGDA –FAF315 -15kW – Ondas de Forças Tangenciais no entreferro.

Modo r	Amplitude [N/m ²]	Frequência [Hz]	Fase [Radianos]	Origem
12	$3,30 \times 10^3$	84,9	2,114	$n_{bp1} = 6 + n_{jp2} = 6$
0	$3,30 \times 10^3$	35,1	-2,970	$n_{bp1} = 6 - n_{jp2} = 6$
2	$3,22 \times 10^3$	84,9	2,1143	$n_{bp1} = 6 + n_{jp2} = -4$
10	$3,22 \times 10^3$	35,1	3,3129	$n_{bp1} = 6 - n_{jp2} = -4$
22	$8,04 \times 10^2$	84,9	5,256	$n_{bp1} = 6 + n_{jp2} = 16$
-10	$8,04 \times 10^2$	35,1	-6,112	$n_{bp1} = 6 - n_{jp2} = 16$
4	$3,39 \times 10^2$	134,7	-0,457	$n_{bp1} = 6 + n_{jp2} = -2$
8	$3,39 \times 10^2$	-14,7	-0,457	$n_{bp1} = 6 - n_{jp2} = -2$
-8	$3,30 \times 10^2$	84,9	-4,169	$n_{bp1} = 6 + n_{jp2} = -14$
20	$3,30 \times 10^2$	35,1	3,313	$n_{bp1} = 6 - n_{bp2} = -14$

A tabela 6.6.3 mostra algumas ondas de forças radiais e a tabela 6.6.4 mostra algumas forças tangenciais analisadas no parágrafo 6.2 para o protótipo MATRBGC-HGW560-75kW operando como motor com o enrolamento auxiliar em curto-circuito com carga nominal de 2023 Nm de torque aplicado na rotação de 354 rpm.

Tabela 6.6.3 - MATRBGC-HGW560-75kW – Ondas de forças radiais no entreferro.

Modo r	Amplitude [N/m ²]	Frequência [Hz]	Fase [Radianos]	Origem
0	$2,580 \times 10^5$	0,000	0,0000	$n_{bp1} = 6 - n_{bp1} = 6$
12	$2,580 \times 10^5$	120	-0,8539	$n_{bp1} = 6 + n_{bp1} = 6$
2	$4,791 \times 10^4$	61,0	2,5923	$n_{bp1} = 6 + n_{bp2} = -4$
10	$4,791 \times 10^4$	59,0	-3,4461	$n_{bp1} = 6 - n_{bp2} = -4$
122	$4,325 \times 10^4$	769	-0,8539	$n_{bp1} = 6 + n_{bp2} = 116$
-98	$4,325 \times 10^4$	-529	-0,8539	$n_{bp1} = 6 + n_{bp2} = -104$
132	$3,363 \times 10^4$	120	-0,8539	$n_{bp1} = 6 + n_{bp2} = -138$
144	$3,363 \times 10^4$	0,000	-0,8539	$n_{bp1} = 6 - n_{bp2} = -138$
300	$2,551 \times 10^4$	120	-0,8539	$n_{bp1} = 6 + n_{bp2} = 294$

Tabela 6.6.4 - MATRBGC-HGW560-75kW – Ondas de forças tangenciais no entreferro.

Modo r	Amplitude [N/m ²]	Frequência [Hz]	Fase [Radianos]	Origem
12	$2,13 \times 10^3$	84,6	2,3066	$n_{bp1} = 6 + n_{jp2} = 6$
0	$2,13 \times 10^3$	35,4	-3,1605	$n_{bp1} = 6 - n_{jp2} = 6$
2	$2,523 \times 10^3$	84,6	2,592	$n_{bp1} = 6 + n_{jp2} = -4$
10	$2,523 \times 10^3$	35,4	2,837	$n_{bp1} = 6 - n_{jp2} = -4$
22	$6,31 \times 10^2$	84,6	5,1626	$n_{bp1} = 6 + n_{jp2} = 16$
-10	$6,31 \times 10^2$	35,4	-6,0165	$n_{bp1} = 6 - n_{jp2} = 16$
4	$2,98 \times 10^2$	-814,2	1,1235	$n_{bp1} = 6 - n_{jp2} = 2$
8	$2,98 \times 10^2$	934,2	4,305	$n_{bp1} = 6 + n_{jp2} = 2$

Nas tabelas para os dois protótipos aparece a excitação eletromagnética com modo $r=2$. Esta força, devido ao seu modo de excitação baixo, pode imprimir na estrutura amplitudes de vibrações elevadas prejudicando a boa performance da máquina. A Fig. 6.6.1 mostra as

deformações do pacote de chapas como resposta à excitação de modo $r=2$ com frequência $f = 61,5\text{Hz}$ para o protótipo MATRGDA –FAF315 -15kW e frequência $f = 61,0\text{Hz}$ para o protótipo MATRBGC-HGW560-75kW.

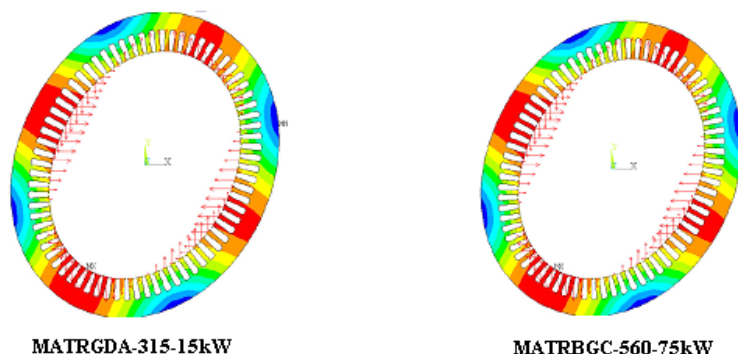


Fig. 6.6.1 – Resposta forçada à excitação de modo $r=2$.

A tabela 6.6.5 mostra um resumo das velocidades rms de vibração, do pacote de chapas calculadas pelo método da superposição modal através de simulação no ANSYS e os correspondentes valores medidos no ponto 1, conforme mostrado nas Figs. 6.5.2.5 e 6.5.2.6, para os dois protótipos. Nos cálculos foi utilizado o espectro das forças de excitação citado anteriormente.

Tabela 6.6.5 – Vibrações calculadas pelo método da superposição modal e medidas no ponto 1.

Modo r	MATRGDA –FAF315 -15kW			MATRBGC-HGW560-75kW		
	Frequência Excitação [Hz]	Velocidade Calculada [mm/s]	Velocidade Medida [mm/s]	Frequência Excitação [Hz]	Velocidade Calculada [mm/s]	Velocidade Medida [mm/s]
1	5,85	0,000194	0,721	5,9	0,0000081	-
0	35,1	0,0354	-	35,4	0,0004750	-
10	58,5	0,000295	0,250	59	0,0000954	-
2	61,5	2,940	2,725	61	0,985	0,137
3	67,35	0,0352	0,130	-	-	-
12	120	0,000192	0,043	120	0,0001150	-
4	123	0,0474	0,375	814,2	0,0046400	-
2	292,5	0,189	-	84,6	0,0577000	-
62	412,5	-	0,581	-	-	-

No protótipo MATRGDA-FAF315-15kW, todas as frequências de vibração medidas estão presentes no espectro de forças de excitação mostrado nas Tabs. 6.6.1 e 6.6.2. Para o protótipo MATRBGC-HGW560-75kW apenas a frequência de vibração de 61Hz com modo $r=2$ foi medida, com amplitude menor que a calculada. As demais forças de excitações, mostradas nas Tabs. 6.6.3 e 6.6.4, para este protótipo, apresentam amplitudes calculadas desprezíveis as quais foram

confirmadas pelas medidas e cujos valores não aparecem nos espectros de medição mostrados na Fig. 6.6.7.

No protótipo MATRGDA-FAF315-15kW o modo $r=2$ com frequência de 61,5 Hz é o modo que mais excita a estrutura da máquina. Neste modo, a amplitude medida é um pouco menor que a calculada. Esta diferença pode ser justificada pelo fato da medição ser feita no ponto 1 sobre a carcaça onde a rigidez com relação a este modo é maior. A amplitude calculada é obtida considerando apenas o pacote de chapas livre no espaço. As vibrações forçadas obtidas pela simulação para o espectro das excitações calculadas analiticamente para o protótipo MATRGDA – FAF315 -15kW são mostradas na Fig. 6.6.2. Os valores medidos no domínio da frequência para o mesmo protótipo são mostrados nas Figs. 6.6.3a e 6.6.3b. No domínio do tempo, os valores medidos são mostrados na Fig. 6.6.4.

A Fig. 6.6.5 mostra as frequências de banda lateral de 5,85 Hz em torno de 61,5 Hz, dando origem à vibração em 67,35 Hz. Esta banda lateral ocorre porque a frequência mecânica de rotação da máquina, na hora da medição, corresponde a 5,85 Hz e está modulando a amplitude de vibração da frequência de 61,5 Hz. Esta modulação pode ser observada na Fig. 6.6.4 onde são mostradas as vibrações no domínio do tempo. A vibração em 67,35 Hz, com velocidade rms medida de 0,130mm/s, também é resultado da resposta à excitação de modo $r=3$, conforme mostrado na Tab. 6.6.1.

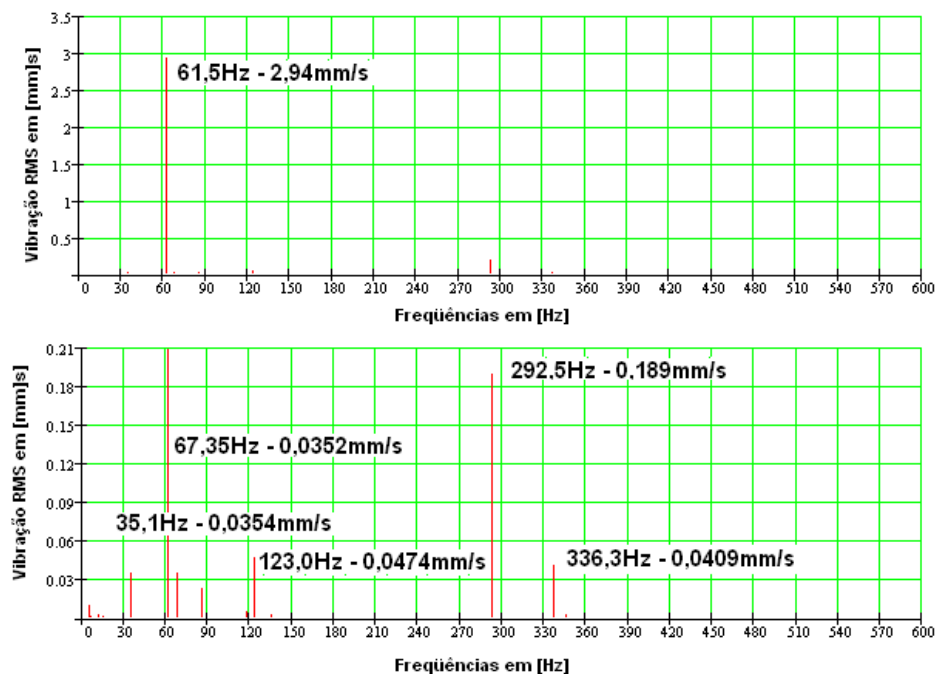


Fig. 6.6.2 – MATRGDA - Resposta forçada ao espectro das forças de excitação calculadas analiticamente para o protótipo MATRGDA –FAF315 -15kW.

Na Fig. 6.6.5 também é possível ver a frequência de 58,5 Hz, com velocidade rms de vibração de 0,250 mm/s, que corresponde ao modo $r=10$ da força de excitação mostrada na Tab. 6.6.5.

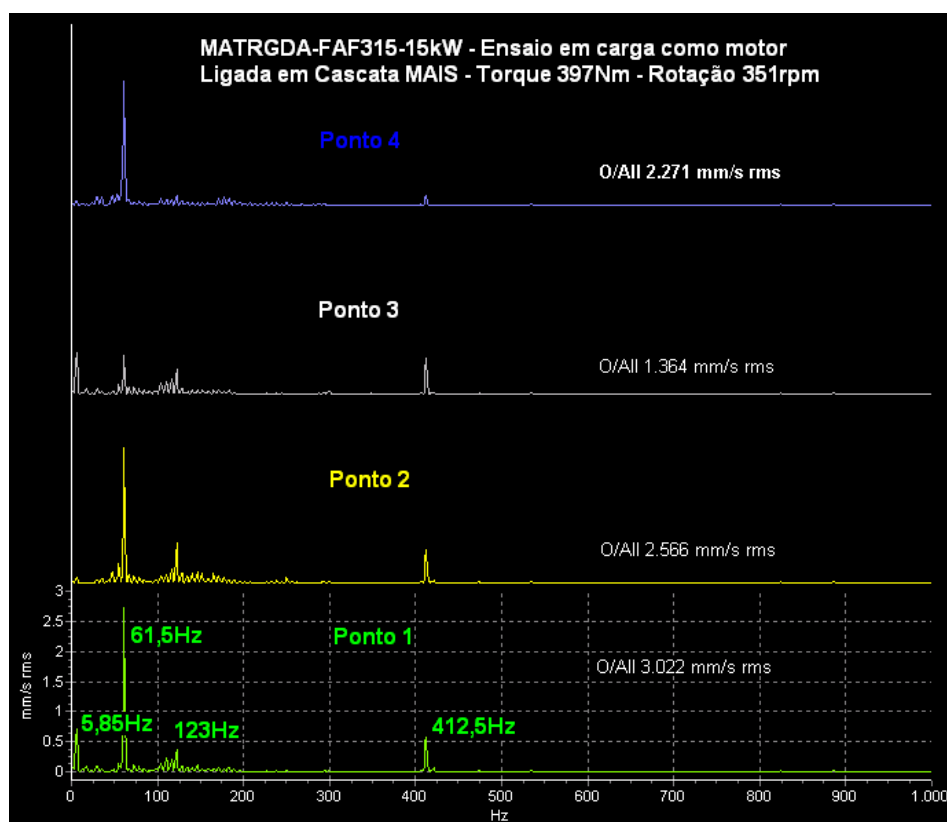
Tanto para os valores calculados quanto para os medidos, observa-se claramente que as excitações de modo $r=2$ produzem a maior amplitude de vibração. A figura 6.6.2 mostra as velocidades de vibração rms do pacote de chapas calculada no ponto 1 pelo ANSYS, onde os maiores picos de vibração ocorrem em 61,5 Hz, com amplitude de 2,940 mm/s, e em 292,5 Hz, com amplitude calculada de 0,189 mm/s. Esta vibração é resultado da excitação da força com modo $r=2$ de amplitude baixa, porém sua frequência é muito próxima da frequência natural do pacote de chapas que, pelo MEF, é de 280 Hz, conforme mostrado na Tab. 6.5.2.1.

A frequência de 61,5 Hz, conforme mostrado na Tab. 6.6.1, corresponde ao modo $r=2$ de excitação cuja origem são as ondas de indução fundamental do enrolamento principal $n_{bp1} = 6$ de frequência de 60 Hz e a onda de indução gerada pelo circuito rotórico principal de $n_{bp2} = -4$ cuja frequência é 1,5 Hz na rotação de 351 rpm. A frequência desta onda de indução é calculada pela Eq. 3.5.5.43. A frequência de 58,5 Hz corresponde ao modo $r=10$, cujas origens são as mesmas do modo $r=2$, porém com combinação negativa.

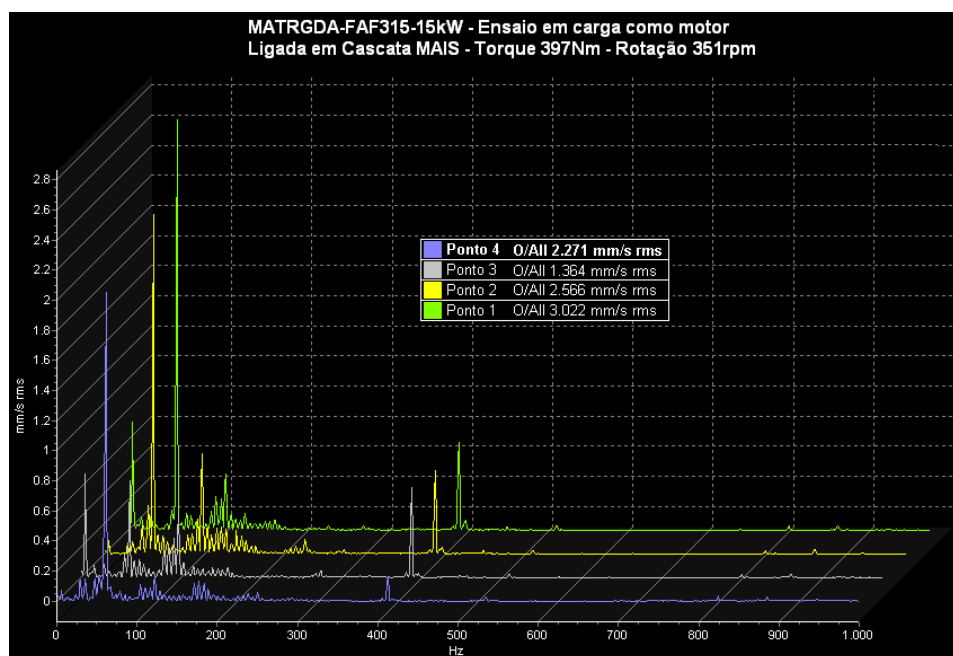
As Figs. 6.6.3a e 6.6.3b mostram as velocidades de vibração rms, medidas em função da frequência, para a MATRGDA-315-15kW acoplada a uma carga de 397 N.m na rotação de 351 rpm. Estas vibrações foram medidas nos pontos 1, 2, 3 e 4, conforme indicado na Fig. 6.5.2.5, utilizando o analisador de vibração MAS-VB 7.40 no domínio do tempo e da frequência. Ver relatório de ensaios no apêndice A.

Analisando as Figs. 6.6.3a e 6.6.3b, observamos quatro vibrações principais nas frequências de 5,85 Hz, 61,5 Hz, 123 Hz, e 412,5 Hz, com amplitudes rms de 0,721 mm/s, 2,725 mm/s, 0,375 mm/s e 0,581 mm/s, respectivamente. A frequência de 5,85 Hz, além da origem eletromagnética de modo $r=1$ de amplitude baixa, tem também origem mecânica, provavelmente desbalanceamento, porque esta é a frequência mecânica de rotação.

Conforme mostrado nas Tabs. 6.6.1 e 6.6.2, a frequência de 61,5 Hz com modo de excitação $r=2$ produz a maior amplitude de vibração medida no ponto 1. Este modo de excitação é o resultado da diferença entre o número de pares de pólos do enrolamento principal e auxiliar, que quando é baixo, como no caso do protótipo aqui analisado, deforma facilmente o pacote de chapas do estator produzindo vibrações que comprometem o bom funcionamento da máquina. Esta excitação depende fortemente da condição de carga da máquina, porque, conforme Eqs. 3.5.5.38 e 3.5.5.39, a indução gerada pelo circuito rotórico é proporcional à densidade linear de corrente que pela sua vez depende da carga.



(a)



(b)

Fig. 6.6.3 – MATRGDA - Resposta forçada ao espectro das forças de excitação medidas para o protótipo MATRGDA –FAF315 -15kW.

No projeto da MATDASE, onde o núcleo magnético é compartilhado pelos dois enrolamentos, o projetista deve analisar cuidadosamente os efeitos do modo de excitação acima comentado. Deve-se enrijecer a coroa do pacote de chapas do estator ou aumentar o modo de excitação $r = |p_p - p_a|$ dado pela diferença dos pares de pólos dos enrolamentos da máquina. As vibrações na frequência de 120Hz, conforme mostrado na Tab. 6.6.1, apresenta o modo de excitação $r=12$ que é o resultado da onda de indução fundamental e que está presente em qualquer máquina de indução. O valor medido mostra que a amplitude de vibração nesta frequência é pequena, sendo perfeitamente aceitável no funcionamento da máquina. Baseados nestas medições podemos concluir que o cálculo das vibrações pelo método da superposição modal é adequado para análise deste tipo de problema.

A Tab. 6.6.6 mostra as frequências mais importantes do espectro de velocidades de vibração medidas para o protótipo MATRGDA –FAF315 -15kW e seus respectivos modos de excitação. A terceira coluna fornece as frequências naturais medidas e seus modos naturais de vibração.

Tabela 6.6.6 – MATRGDA –FAF315 -15kW –Identificação da ressonância.

Velocidade Máxima de Vibração Medida		Modos de Excitação		Frequências Naturais Medidas	
Frequência (Hz)	Amplitude (mm/s)	Modo r	Freq [Hz]	Modo r	Freq. [Hz]
5,85	0,721	-	-	-	-
58,5	0,250	10	58,5	10	3791
61,5	2,725	2	61,5	2	244/276/248
67,35	0,130	3	67,35		
292,5		2	292,5		
120	0,043	12	120	12	-
123	0,374	4	123	4	1402
412,5	0,581	62	412,5	-	408/468

A velocidade de vibração nas frequências de 5,85 Hz, 58,5 Hz, 61,5 Hz, 120 Hz e 123 Hz podem ser explicadas pela resposta forçada, já que as frequências naturais nestes modos de vibração estão longe das frequências de excitação, não caracterizando uma amplificação devido à ressonância. Contudo, o pico medido na frequência de 412,5 Hz é uma resposta à força de excitação de modo $r = 62$ e frequência de 412,5 Hz, cuja frequência está muito próxima da frequência natural de 408 Hz/468 Hz obtidas por medição. Este fato sugere que este pico é o resultado de amplificação devido à ressonância. A frequência de vibração de 123 Hz é uma resposta forçada à excitação de modo $r=4$ que devido ao fato de ser baixo expõe a estrutura a vibrações mais elevadas. Em outras

palavras, mesmo sendo a excitação de baixa energia ela consegue fazer a estrutura vibrar mais devido ao modo de vibração baixo.

A Fig. 6.6.4 mostra as amplitudes totais de velocidade de vibração no domínio do tempo nas mesmas condições de carga. Estas vibrações representam a superposição de todas as respostas produzidas pelo espectro de todas as excitações eletromagnéticas e mecânicas. É possível observarmos que a contribuição à vibração da frequência fundamental mecânica de 5,85 Hz é considerável na modulação da frequência de 61,5 Hz. Também é possível ver o efeito da modulação da frequência de 412,5 Hz na onda de 61,5 Hz. Analisando o espectro de velocidade de vibração na Fig. 6.6.3, não é possível ver diretamente o pico de vibração de 58,5 Hz que corresponde ao modo $r=10$ de excitação. Mas na Fig. 6.6.5 ela aparece nitidamente ao lado da frequência de 61,5 Hz.

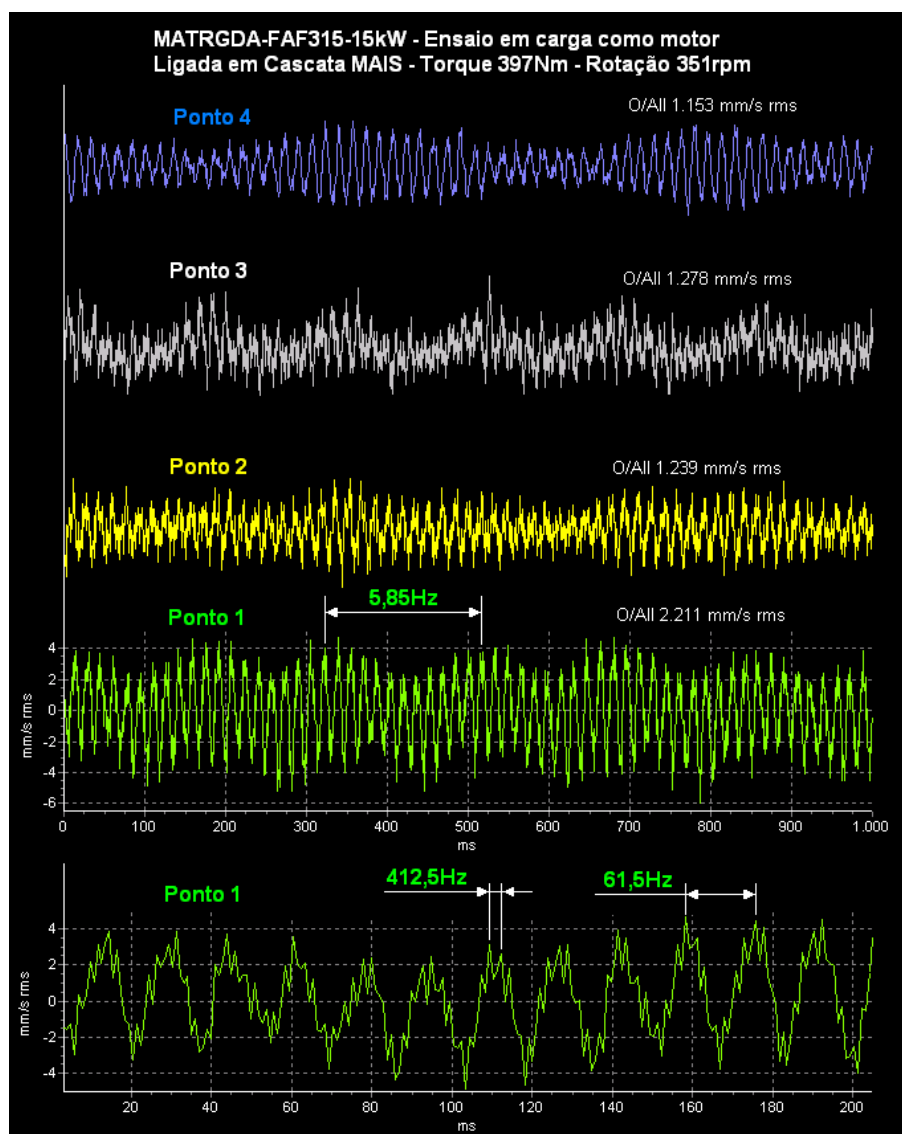


Fig. 6.6.4 – MATRGDA – Velocidade de vibração em função do tempo medida para o protótipo MATRGDA-315-15kW.

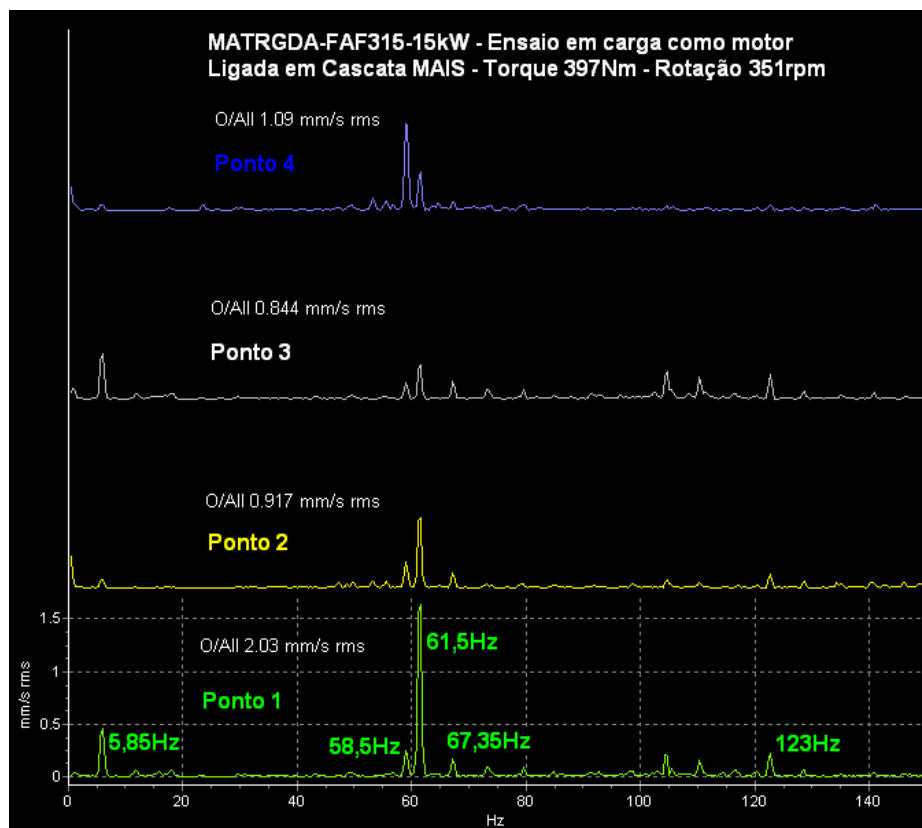


Fig. 6.6.5 – MATRGDA –Bandas laterais de freqüência de 5,85Hz medidas para o protótipo MATRGDA-315-15kW.

Para o protótipo MATRBGC-560-75kW os valores calculados pelo método da superposição modal são mostrados na figura 6.6.6 e os valores medidos no domínio da freqüência na figura 6.6.7a e figura 6.6.7b. No domínio do tempo são mostrados na figura 6.6.8.

Na fase de projeto deste protótipo já foram introduzidos os cuidados que o projetista deve tomar e que foram comentados anteriormente na análise do resultado das medições do protótipo MATRGDA –FAF315 -15kW. Observa-se que tanto os valores calculados quanto os medidos para a máquina MATRBGC-HGW560-75kW são bem menores mostrando um bom desempenho quanto a vibração.

Para o modo de excitação $r = 2$ com 61Hz o valor calculado 0,985mm/s mostrado na Fig. 6.6.6 é maior que o valor medido 0,137mm/s mostrado na tabela 6.6.5. este resultado é explicado pelo fato da medida ter sido feita já com o pacote de chapas prensado na carcaça, isto é, com o motor montado, enquanto que o modelo de cálculo considera o pacote de chapas com a bobinagem livre no espaço.

Na Fig. 6.6.6 onde são mostrados os valores calculados o único valor que se destaca é a vibração de freqüência 61Hz com modo de excitação $r = 2$. As demais freqüências de vibração calculadas podem ser desprezadas.

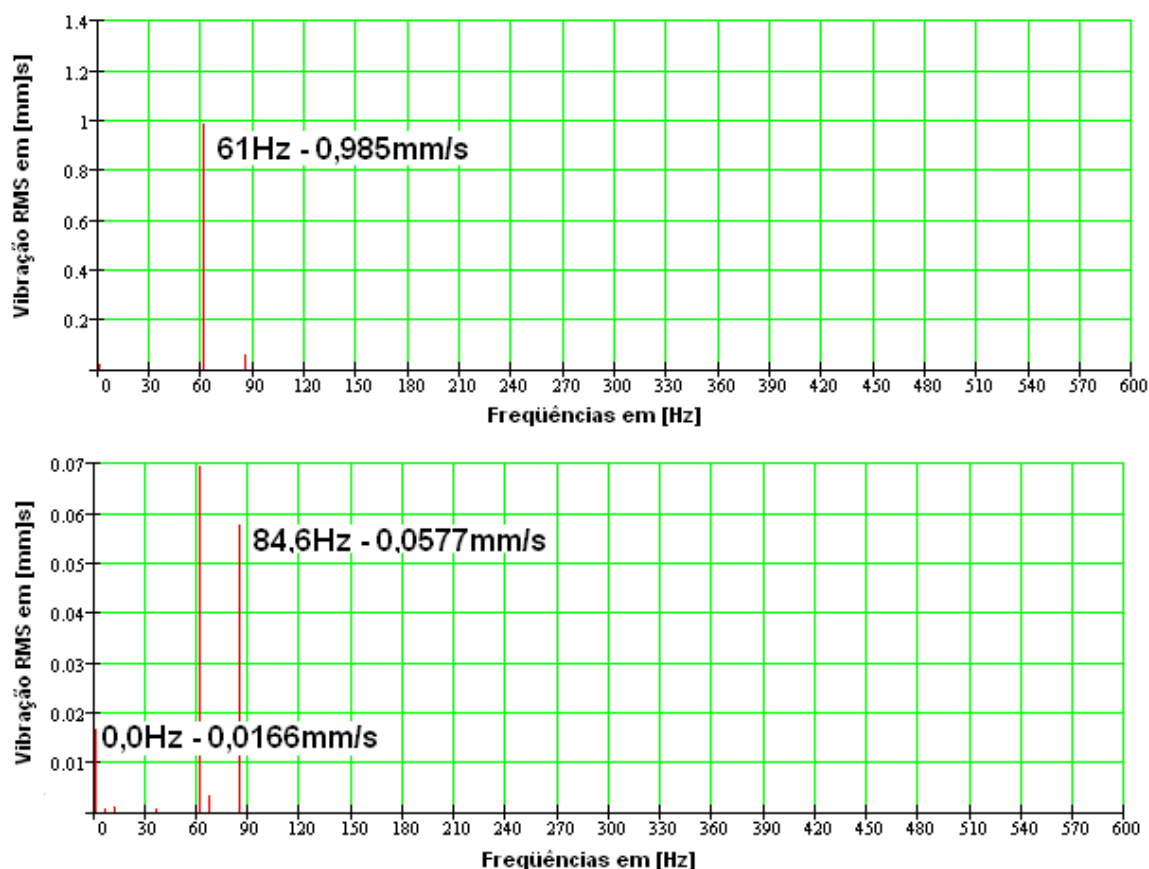


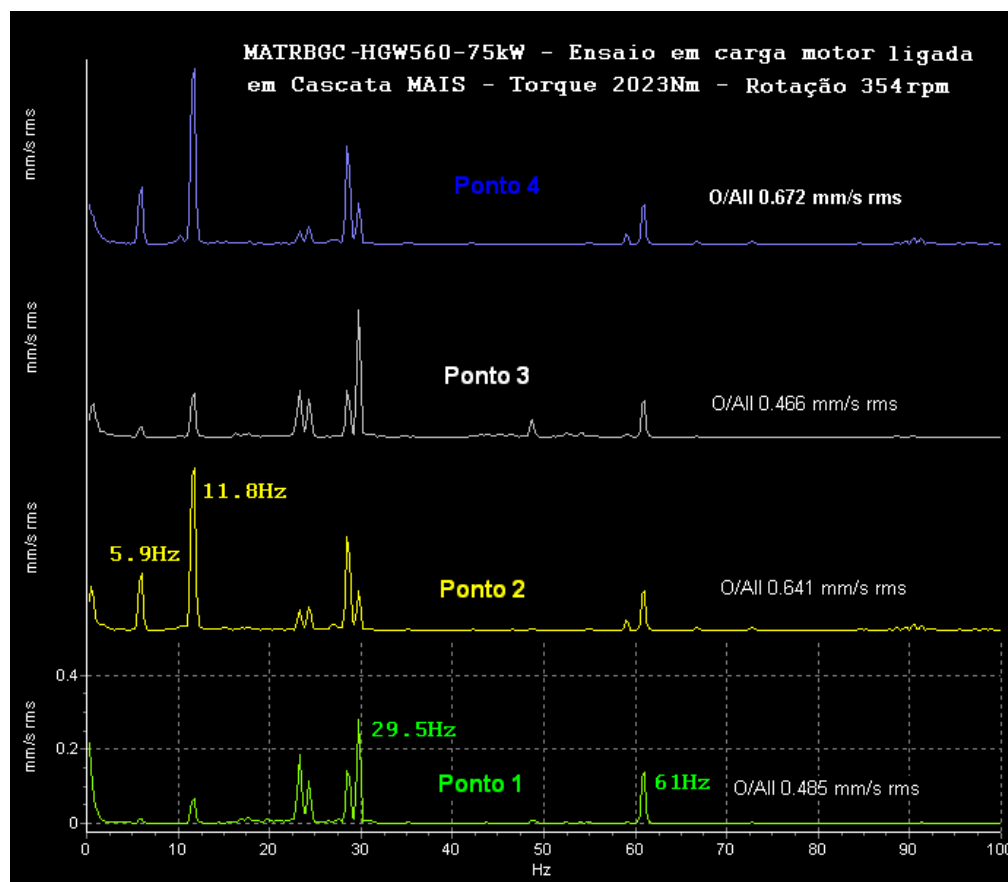
Fig. 6.6.6 – MATRBGC - Resposta forçada ao espectro das forças de excitação calculadas analiticamente para o protótipo MATRBGC – HGW560 -75kW.

Nas Figs. 6.6.7(a) e (b) aparecem no espectro de medição frequências menores que 61Hz. Estas frequências de 5,9Hz, 11,8Hz e 29,5Hz são vibrações de origem mecânicas múltiplas da rotação mecânica do eixo da máquina. Mesmo assim as amplitudes destas vibrações são baixas não causando preocupação quanto à performance da máquina.

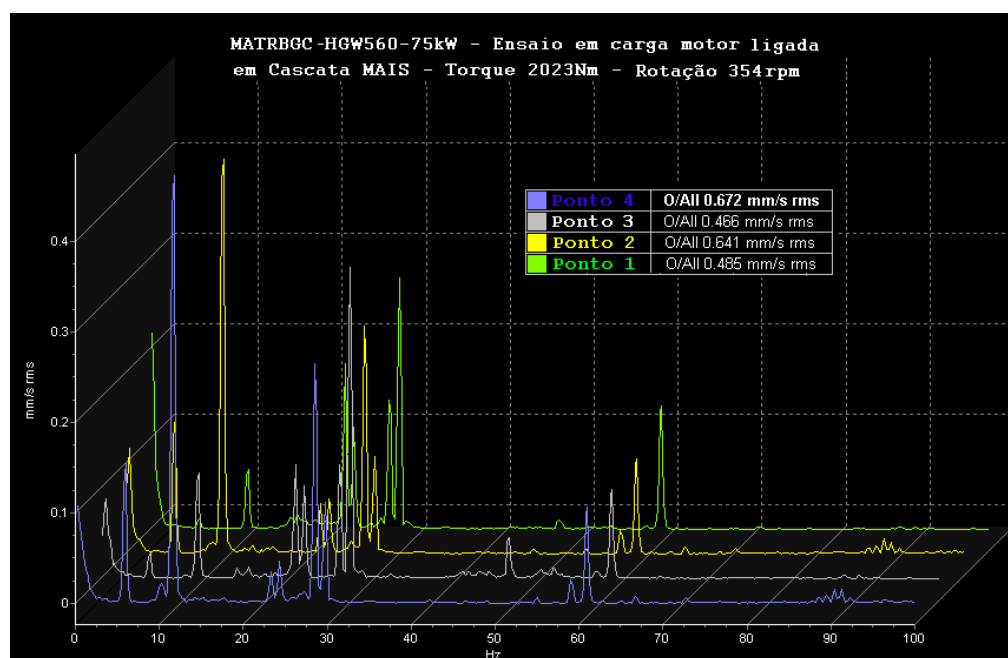
Na Fig. 6.6.8 é mostrada a vibração resultante no tempo, onde é possível se observar que a amplitude não é constante ocorrendo a modulação devido a superposição das vibrações já comentadas anteriormente. A modulação é mais notada no ponto 4.

As Figs. 6.6.9 (a) e (b) mostram o mesmo espectro de frequência mostrado nas figs. 6.6.7 (a) e (b) com a escala da frequência ampliada até 1000Hz. De acordo com este espectro as medições mostram que acima de 120Hz as vibrações presentes são muito baixas, sendo totalmente desprezíveis.

Dos resultados experimentais medidos podemos concluir que o segundo protótipo MATRBGC – HGW560 -75kW em termos de performance de vibrações está bem melhor que o primeiro MATRGDA –FAF315 -15kW.



(a)



(b)

Fig. 6.6.7 – MATRBGC - Resposta forçada ao espectro das forças de excitação de até 100Hz medidas para o protótipo MATRBGC – HGW560 -75kW.

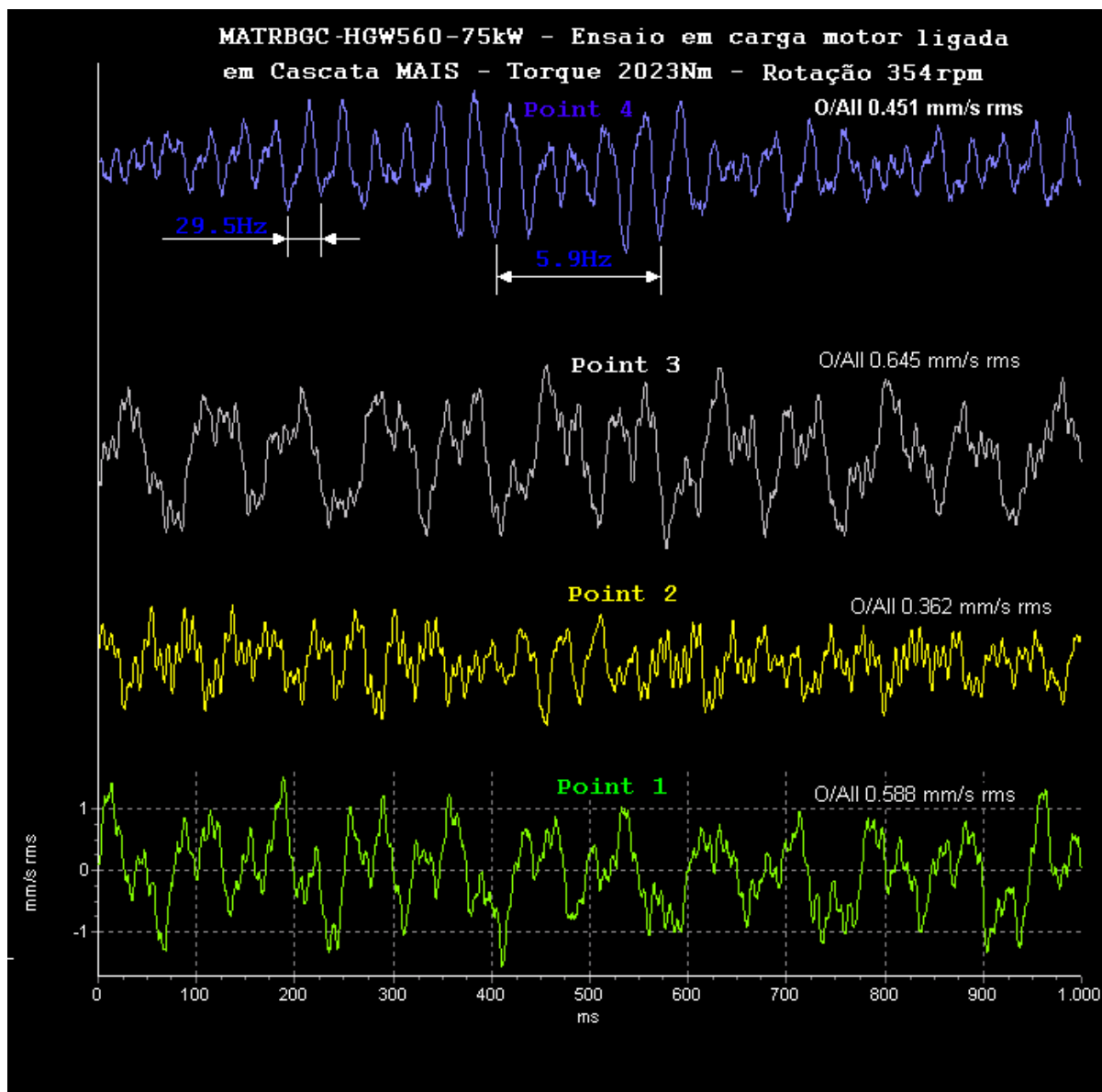
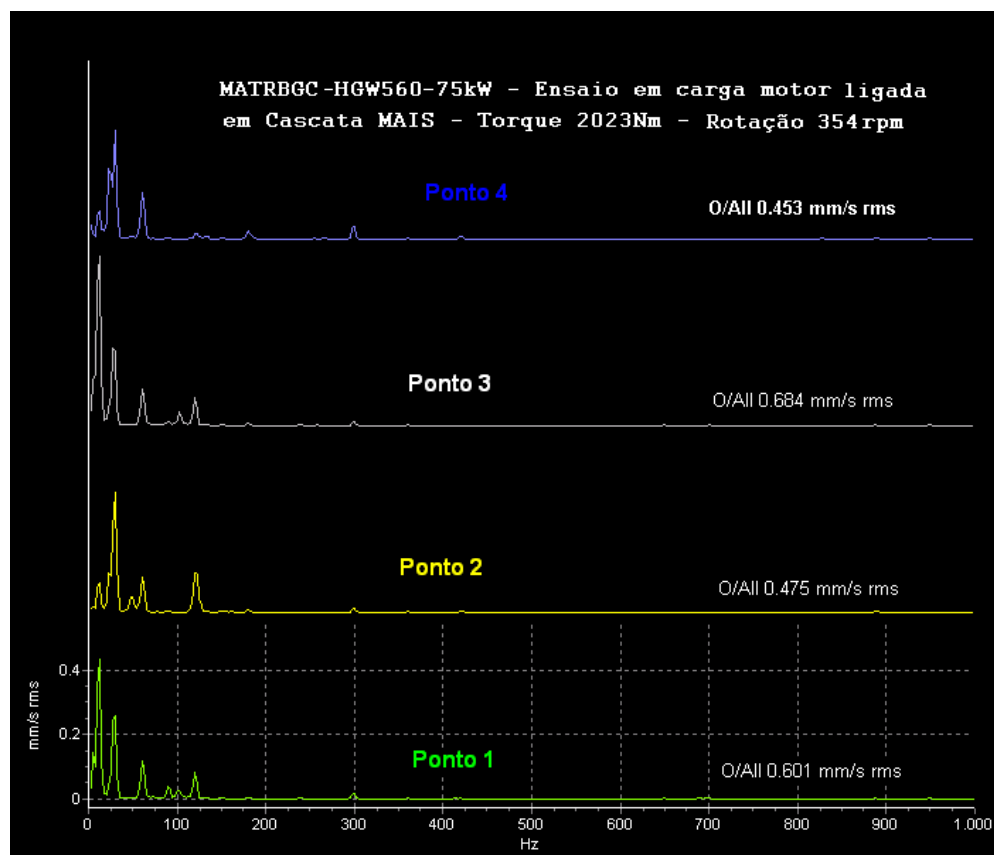
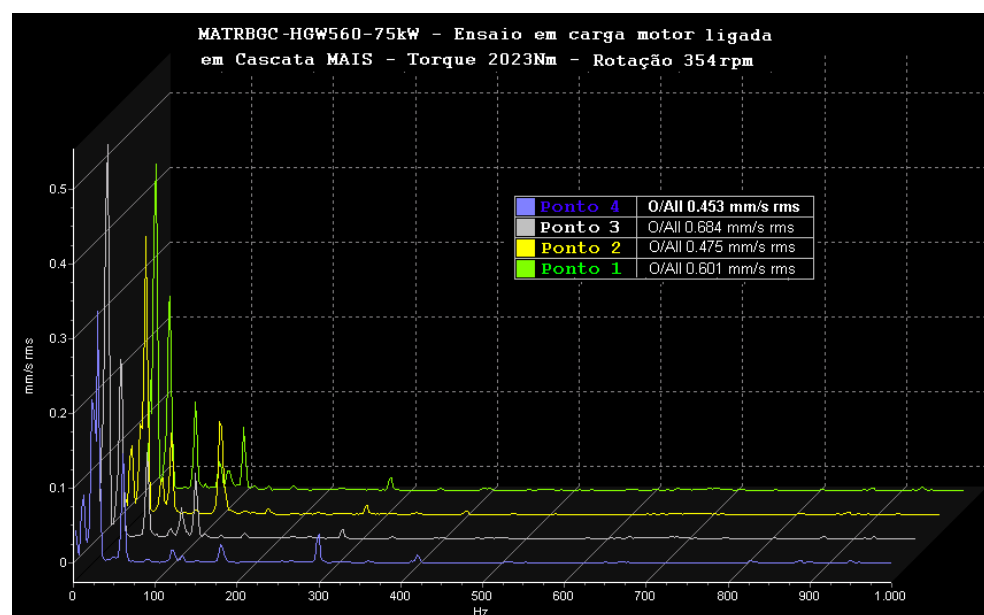


Fig. 6.6.8 – MATRBGC – Velocidade de vibração em função do tempo medida para o protótipo MATRBGC – HGW560 -75kW.



(a)



(b)

Fig. 6.6.9 – MATRBGC - Resposta forçada ao espectro das forças de excitação de até 1000Hz medidas para o protótipo MATRBGC – HGW560 -75kW.

7. O projeto da máquina assíncrona trifásica duplamente alimentada sem escovas [MATDASE]

7.1. Introdução

Neste capítulo analisaremos alguns aspectos construtivos importantes que o projetista deve considerar na fase do projeto para garantir um bom desempenho da MATDASE. Como, nesta máquina, os dois enrolamentos compartilham o mesmo núcleo magnético, a escolha do número de pólos dos enrolamentos principal e auxiliar constitui um tema importante a ser analisado neste capítulo.

Analisaremos também o dimensionamento do circuito rotórico, o critério para escolha do número de ranhuras do estator e do rotor, o dimensionamento do circuito magnético e o dimensionamento dos enrolamentos principal e auxiliar.

Conforme mencionado no Capítulo 2, no presente trabalho só há interesse no estudo da MATDASE na ligação cascata “mais”.

7.2. Aspectos construtivos

Como já foi mostrado no Capítulo 2, a MATDASE é constituída de dois subconjuntos principais, o estator e o rotor. Para se projetar uma máquina elétrica o primeiro passo é dimensionar o volume do núcleo magnético para que seja capaz de suportar as solicitações térmicas e as solicitações mecânicas provenientes da conversão eletromecânica da energia. Uma vez determinado o volume mínimo necessário para uma boa conversão eletromecânica da energia as dimensões do estator e do rotor ficam definidas.

A frequência natural síncrona f_{sn}^+ , para a máquina ligada em cascata “mais”, de acordo com a Eq. 3.6.1.7 é dada por:

$$f_{sn}^+ = \frac{f_{pe1}}{p_{p1} + p_{a1}} \quad (7.2.1)$$

onde f_{pe1} representa a frequência da tensão de alimentação da máquina principal em hertz, p_{p1} representa o número de pares de pólos do enrolamento principal do estator e p_{a1} representa o número de pares de pólos do enrolamento auxiliar do estator.

A Eq. 7.2.1 mostra que, do ponto de vista da conversão eletromecânica da energia, a MATDASE se comporta como uma máquina de indução com número de pares de pólos que é dado pela soma dos pares de pólos das máquinas principal e auxiliar.

Para fazermos um bom dimensionamento da máquina é necessário conhecer três parâmetros básicos, quais sejam:

1. A densidade superficial de corrente elétrica J (A/m²) admissível nos condutores.

O valor da densidade de corrente J adotado no projeto depende do rendimento desejado e principalmente do sistema de refrigeração da máquina. A Fig. 7.2.1 mostra alguns valores usuais de densidade de corrente utilizados em máquinas fechadas com trocador de calor ar-ar e em máquinas abertas ou refrigeradas com manto de água.

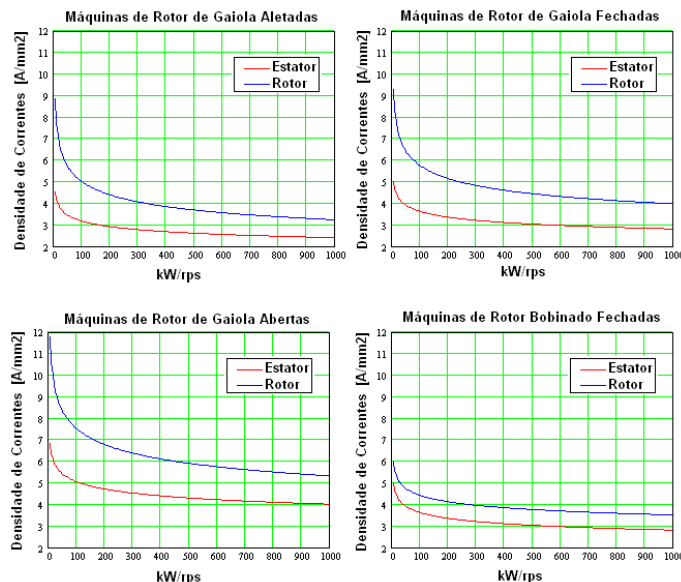


Fig. 7.2.1 - Densidades de correntes usuais em máquinas elétricas fechadas e abertas.

A densidade de corrente no rotor é maior que no estator pelo fato de que a resistência rotórica é menor que a do estator e conseqüentemente gera menos perdas Joules e também como o rotor está girando apresenta uma capacidade de refrigeração melhor que o estator. Os valores mostrados na Fig. 7.2.1 são entradas básicas do projeto. Em aplicações onde se requer rendimentos melhores ou a exigência de elevação de temperatura é mais severa, estes valores podem ser diminuídos.

2. A indução magnética B (T) admissível nos diversos pontos do circuito magnético, principalmente no entreferro da máquina.

O valor da indução B nos diversos pontos do circuito magnético depende basicamente do tipo de chapa empregada no projeto e do grau de saturação que se deseja no circuito magnético. O fator de potência está intimamente relacionado com grau de saturação. No caso da MATDASE, a indução média no entreferro B_d , como parâmetro de entrada para o projeto, é dada por:

$$B_d = \left(\frac{2(p_{p1} + p_{a1})}{\rho (D_1 - d) L_{Fel}} \right) \left(\frac{2}{\rho} \Phi_B \right) \quad (7.2.2)$$

onde Φ_B (Wb) representa o fluxo magnético máximo por pólo da máquina, D_1 (m) representa o diâmetro interno do estator da máquina, d (m) representa o entreferro da máquina, L_{Fe1} (m) representa o comprimento de ferro do pacote de chapas.

A indução média no entreferro B_d , pode assumir valores que variam de acordo com a curva da Fig. 7.2.2.

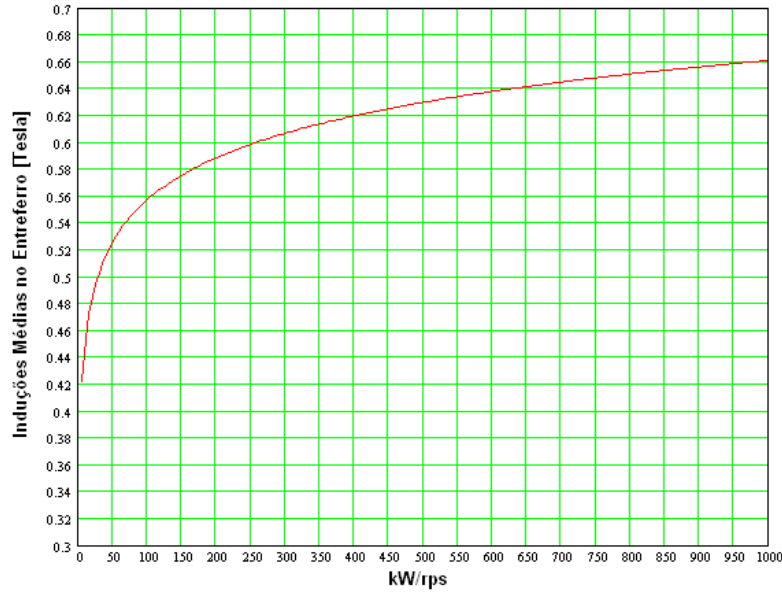


Fig. 7.2.2 – Induções magnéticas médias no entreferro da máquina em tesla.

A curva de indução mostrada na Fig. 7.2.2 é válida tanto para máquinas de rotor de gaiola como de rotor bobinado. Os valores são básicos para entrada no projeto podendo ser alterados dependendo da exigência da aplicação da máquina.

3. Constante de aproveitamento do volume ativo ou constante de saída da máquina C (J/m^3).

No estudo da conversão eletromecânica de energia para as máquinas elétricas girantes a constante de aproveitamento do material ativo da máquina C (J/m^3) para a MATDASE ligada em cascata “mais” é definido como sendo:

$$C = \frac{1}{(D_1 - d)^2 L_{Fe1}} \cdot \frac{P}{f_{sn}^+} \quad (7.2.3)$$

onde P (kW) representa a potência útil no eixo da máquina.

O valor da constante de aproveitamento depende basicamente das perdas e do sistema de refrigeração da máquina. A constante C representa a densidade volumétrica na conversão eletromecânica de energia. O valor de C é dado na Fig. 7.2.3.

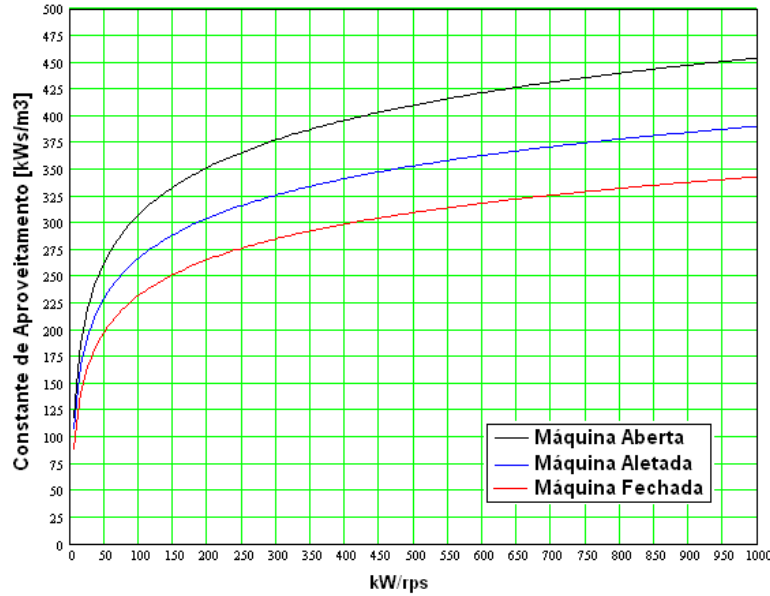


Fig. 7.2.3 – Constante de aproveitamento da máquina.

Os valores mostrados na Fig. 7.2.3 podem ser usados no projeto tanto de máquinas de rotor de gaiola como de rotor bobinado.

De posse dos três parâmetros acima o projetista está em condições de dimensionar a máquina. Da Eq. 7.2.3 surgem duas filosofias de dimensionamento de uma máquina elétrica. A primeira seria adotar um diâmetro grande e um comprimento pequeno, a segunda seria adotar um diâmetro pequeno e um comprimento grande. Como a relação entre o comprimento e o diâmetro da máquina afeta o custo e principalmente o desempenho mecânico é necessário definir uma relação de “esbeltez” k_{LD} da máquina. Esta constante pode ser definida como sendo a relação entre o comprimento de ferro do pacote L_{Fe1} e o passo polar t_{pc1} , ou seja:

$$k_{LD} = \frac{L_{Fe1}}{t_{pc1}} = \frac{2(p_{p1} + p_{a1})}{p} \cdot \frac{L_{Fe1}}{(D_1 - d)} \quad (7.2.4)$$

O passo polar para a MATDASE ligada em cascata “mais” é dado por:

$$t_{pc1} = \frac{p(D_1 - d)}{2(p_{p1} + p_{a1})} \quad (7.2.5)$$

A constante de “esbeltez” k_{LD} leva em conta as condições tecnológicas de fabricação da máquina. Quanto maior esta constante maior será a exigência de precisão mecânica na concentricidade do rotor e do estator da máquina. A Fig. 7.2.4 mostra a variação da constante de esbeltez k_{LD} com o tamanho da máquina. Nesta figura mostramos os valores para várias polaridades até 20 pólos. Para polaridades maiores que 20 pólos pode ser usada a curva de 20 pólos.

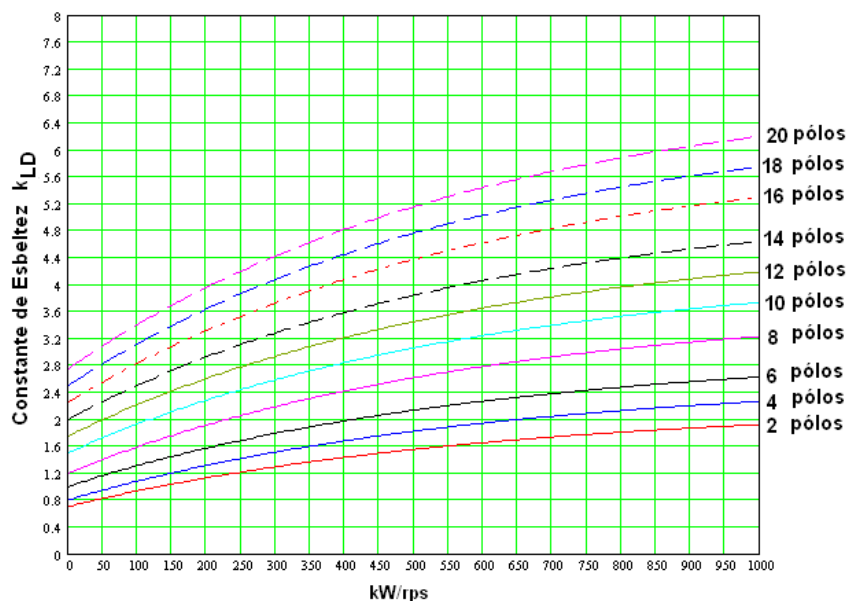


Fig. 7.2.4 – Constante de “esbeltez” da máquina k_{LD}

Outro parâmetro importante a ser considerado no dimensionamento da máquina é o entreferro d . O entreferro tem uma forte influência na saturação do circuito magnético influenciando diretamente o fator de potência da máquina. Do ponto de vista elétrico, quanto menor melhor e do ponto de vista mecânico quanto maior melhor. Deve-se procurar conciliar estes dois interesses usando um valor que garanta o bom desempenho elétrico e mecânico. Valores usuais do entreferro estão mostrados na Fig. 7.2.5.

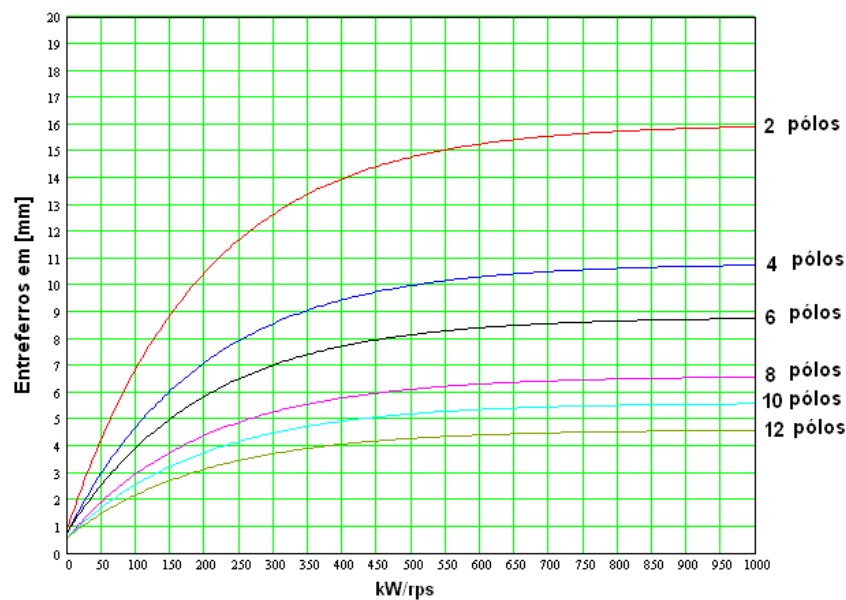


Fig. 7.2.5 - Valores usuais de entreferro d da máquina.

As curvas na Fig. 7.2.5 mostram os valores do entreferro até 12 pólos. Para polaridades maiores podemos usar a curva de 12 pólos.

Isolando o comprimento do pacote L_{Fe1} na Eq. 7.2.4 e substituindo na Eq. 7.2.3, obtemos o diâmetro médio do entreferro da máquina em função da potência útil no eixo, ou seja:

$$(D_1 - d) = \sqrt[3]{\frac{2(p_{p1} + p_{a1})}{p \cdot C \cdot k_{LD}} \cdot \frac{P}{f_{sn}}} \quad (7.2.6)$$

Uma vez conhecido o diâmetro médio do entreferro, a partir da Eq. 7.2.4 podemos definir o comprimento do pacote:

$$L_{Fe1} = \frac{p}{2} \cdot \frac{k_{LD}}{(p_{p1} + p_{a1})} \cdot (D_1 - d) \quad (7.2.7)$$

As Eqs. 7.2.6 e 7.2.7 definem o volume ativo da máquina.

7.3. Número de pólos do enrolamento principal e auxiliar

Conforme já mencionado no Capítulo 2, parágrafo 2.2, a MATDASE apresenta no estator dois enrolamentos trifásicos isolados galvanicamente um do outro. A escolha correta da polaridade destes enrolamentos constitui um passo importante na fase de projeto da MATDASE.

Para uma determinada rotação síncrona natural f_{sn}^+ , é necessário escolher uma combinação de pares de pólos da máquina principal p_{p1} e da auxiliar p_{a1} tal que satisfaça a Eq. 7.2.1. Neste estudo iremos considerar apenas os enrolamentos inteiros, isto é, aqueles cujo número de ranhuras por pólo e fase q é inteiro, ou seja:

$$q = \frac{N_{Ranhuras}}{m \cdot 2 \cdot p} = \text{Inteiro} \quad (7.3.1)$$

Os enrolamentos trifásicos que obedecem a Eq. 7.3.1 apresentam um número de faixas de zona por ciclo $M = 2m = 6$.

Na escolha das polaridades dos enrolamentos principal e auxiliar, devem ser observadas as seguintes condições:

- § O número de pólos do enrolamento principal deve ser maior que o do auxiliar.
- § Os dois enrolamentos não devem estar acoplados eletromagneticamente. Para isto, todas as harmônicas do espectro da densidade linear de corrente gerada pelo enrolamento principal de ordem n_{jp1} e pelo enrolamento auxiliar de ordem n_{ja1} devem ser diferentes.
- § As forças pendulares, isto é, as excitações radiais com modo $r = 1$ para as ondas fundamentais devem ser evitadas.

Considerando o enrolamento trifásico simétrico e inteiro, o conjunto de harmônicas de densidade linear de corrente gerada pelo enrolamento principal a partir da Eq. 3.5.3.6 pode ser escrito:

$$\left. \begin{aligned} n_{jp1} &= p_{p1} \cdot (1 + 6 \cdot g_{p1}) \\ g_{p1} &= 0; \pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 4; \dots \end{aligned} \right\} \quad (7.3.2)$$

Para o enrolamento auxiliar, a partir das Eqs. 3.5.6.2 e 3.5.6.8, temos:

$$\left. \begin{aligned} n_{ja1} &= p_{a1} \cdot (1 + 6 \cdot g_{a1}) \\ g_{a1} &= 0; \pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 4; \dots \end{aligned} \right\} \quad (7.3.3)$$

Portanto, os dois enrolamentos não estarão acoplados eletromagneticamente quando a seguinte condição for satisfeita [3]:

$$n_{jp1} \pm n_{ja1} \neq 0 \quad (7.3.4)$$

para qualquer g_{p1} e g_{a1} .

Substituindo as Eqs. 7.3.2 e 7.3.3 na Eq. 7.3.4, temos:

$$p_{p1} \pm p_{a1} + 6p_{p1} \cdot g_{p1} + 6p_{a1} \cdot g_{a1} \neq 0 \quad (7.3.5)$$

Esta condição é satisfeita quando $(p_{p1} \pm p_{a1})$ não for divisível pelo máximo divisor comum (MDC) de $6p_{p1}$ e $6p_{a1}$, ou seja:

$$Mod \left\{ (p_{p1} \pm p_{a1}), \left[6 \cdot MDC(p_{p1}, p_{a1}) \right] \right\} \neq 0 \quad (7.3.6)$$

Onde ¹ *Mod* representa a função intrínseca que fornece o resto da divisão do primeiro pelo segundo argumento.

Numa forma mais compacta, temos:

$$Mod \left[\frac{(p_{p1} \pm p_{a1})}{MDC(p_{p1}, p_{a1})}, 6 \right] \neq 0 \quad (7.3.7)$$

A relação (7.3.7) quando satisfeita garante que os dois enrolamentos não estão acoplados, porém não garante que as fases não estejam acopladas. Para garantir que não haja acoplamento eletromagnético entre os diversos caminhos de corrente em cada fase, isto é, quando os diversos grupos do enrolamento são ligados em paralelo, devemos melhorar a condição da Eq. 7.3.7. O espectro de harmônicas geradas por uma fase do enrolamento principal pode ser calculado por:

¹ *Mod* (x, y) onde x é primeiro argumento e y o segundo argumento

$$\left. \begin{aligned} n_{jp1\,fase} &= p_{p1} \cdot (1 + 2 \cdot g_{p1}) \\ g_{p1} &= 0; \pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 4; \dots \end{aligned} \right\} \quad (7.3.8)$$

Analogamente, para a fase do enrolamento auxiliar temos:

$$\left. \begin{aligned} n_{ja1\,fase} &= p_{a1} \cdot (1 + 2 \cdot g_{a1}) \\ g_{a1} &= 0; \pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 4; \dots \end{aligned} \right\} \quad (7.3.9)$$

A condição para que as fases não estejam acopladas é necessário que [3]:

$$n_{jp1\,fase} \pm n_{ja1\,fase} \neq 0 \quad (7.3.10)$$

para qualquer g_{p1} e g_{a1} .

Substituindo as Eqs. 7.3.8 e 7.3.9 na Eq. 7.3.10, temos:

$$p_{p1} \pm p_{a1} + 2p_{p1} \cdot g_{p1} + 2p_{a1} \cdot g_{a1} \neq 0 \quad (7.3.11)$$

Esta condição é satisfeita quando $(p_{p1} \pm p_{a1})$ não for divisível pelo máximo divisor comum (MDC) de $2p_{p1}$ e $2p_{a1}$, ou seja:

$$\text{Mod} \left\{ (p_{p1} \pm p_{a1}), [2 \cdot \text{MDC}(p_{p1}, p_{a1})] \right\} \neq 0 \quad (7.3.12)$$

Numa forma mais compacta, temos:

$$\text{Mod} \left[\frac{(p_{p1} \pm p_{a1})}{\text{MDC}(p_{p1}, p_{a1})}, 2 \right] \neq 0 \quad (7.3.13)$$

Para evitar as forças pendulares, isto é, as excitações eletromagnéticas com modo $r = 1$ é necessário que a diferença entre os pares de pólos da onda fundamental do enrolamento principal e auxiliar em módulo seja maior que um, ou seja:

$$|p_{p1} - p_{a1}| > 1 \quad (7.3.14)$$

As condições dadas pelas Eqs. 7.3.7, 7.3.13 e 7.3.14, se atendidas, garantem o funcionamento do ponto de vista eletromagnético da MATDASE.

A Tab. 7.3.1 ilustra alguns exemplos de combinação de polaridades admissíveis para o enrolamento principal e auxiliar para a MATDASE ligada em cascata “mais”. Todos os exemplos desta tabela atendem as condições das Eqs. 7.3.7 e 7.3.14. A condição da Eq. 7.3.13, para alguns exemplos da tabela, não é atendida, conforme mostrado na última coluna da direita da tabela. Nestes exemplos, as fases dos dois enrolamentos apresentam acoplamento eletromagnético, fazendo com que só seja possível executar os dois enrolamentos em série, isto é, sem caminhos paralelos para a corrente de fase. Observa-se, também, que quanto menor a rotação síncrona natural desejada maior é a possibilidade de combinação de polaridades.

Tabela 7.3.1 – Polaridades admissíveis para MATDASE ligada em cascata “mais”.

$p_{p1} + p_{a1}$	$f_{sn}^+ \cdot 60Hz$ (rpm)	$f_{sn}^+ \cdot 50Hz$ (rpm)	p_{p1}	p_{a1}	Fases Desacopladas
4	900	750	3	1	Não
5	720	600	4	1	Sim
6	600	500	4	2	Sim
6	600	500	5	1	Não
7	514,29	428,57	5	2	Sim
7	514,29	428,57	6	1	Sim
8	450	375	5	3	Não
8	450	375	6	2	Não
8	450	375	7	1	Não
9	400	333,33	6	3	Sim
9	400	333,33	7	2	Sim
9	400	333,33	8	1	Sim
10	360	300	6	4	Sim
10	360	300	7	3	Não
10	360	300	8	2	Sim
10	360	300	9	1	Não
11	327,27	272,73	7	4	Sim
11	327,27	272,73	8	3	Sim
11	327,27	272,73	9	2	Sim
11	327,27	272,73	10	1	Sim
12	300	250	7	5	Não
12	300	250	8	4	Sim
12	300	250	9	3	Não
13	276,92	230,77	8	5	Sim
13	276,92	230,77	9	4	Sim
13	276,92	230,77	10	3	Sim
13	276,92	230,77	11	2	Sim
14	257,14	214,29	8	6	Sim
14	257,14	214,29	9	5	Não
14	257,14	214,29	10	4	Sim
14	257,14	214,29	11	3	Não
14	257,14	214,29	12	2	Sim
15	240	200	9	6	Sim
15	240	200	10	5	Sim
15	240	200	11	4	Sim
15	240	200	12	3	Sim
15	240	200	13	2	Sim
15	240	200	14	1	Sim

Podemos observar na Tab. 7.3.1 que em todos os exemplos o enrolamento principal apresenta maior número de pares de pólos que o enrolamento auxiliar. Esta condição minimiza as perdas no circuito rotórico devido à diminuição da frequência da corrente induzida no circuito rotórico.

7.4. O Circuito Rotórico

As três variantes da MATDASE estudadas neste trabalho apresentam um único estator com dois enrolamentos trifásicos com números de pólos adequadamente escolhidos. No rotor é que se encontram as diferenças.

A MATRBDA apresenta no rotor dois enrolamentos trifásicos simetricamente distribuídos. Estes dois enrolamentos têm o mesmo número de pólos dos respectivos enrolamentos do estator. Como os dois enrolamentos compartilham o mesmo núcleo magnético, devem obedecer as condições analisadas no parágrafo 7.3. Para que a MATRBDA funcione em cascata “mais” é necessário que o enrolamento auxiliar do rotor seja conectado em série com o enrolamento principal do rotor, mas com sequência de fases opostas. Já para o funcionamento em cascata “menos” os dois enrolamentos devem ser conectados em série, mas na mesma sequência de fases. A Fig. 7.4.1 ilustra a conexão dos dois enrolamentos rotóricos da MATRBDA para a cascata “mais” e cascata “menos”.

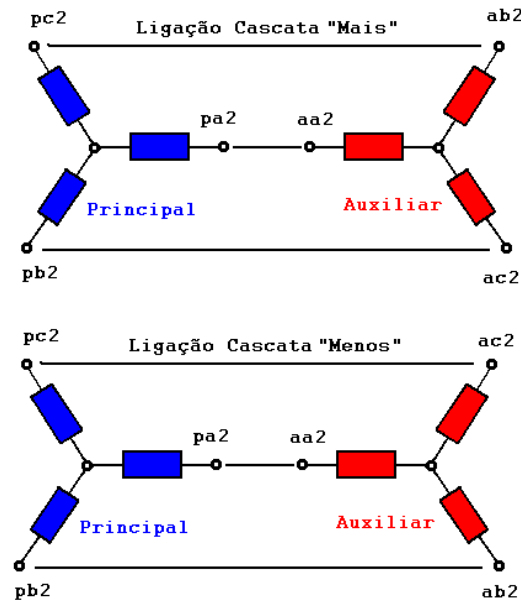


Fig. 7.4.1 - Conexão em cascata ‘mais’ e ‘menos’ dos enrolamentos do rotor da MATRBDA.

A MATRBGC apresenta no rotor um enrolamento especial. Os pólos deste enrolamento são formados por um conjunto de bobinas concêntricas ligadas em série, cujos grupos são curto-circuitados. A Fig. 7.4.2.b mostra o esquema deste enrolamento para o protótipo MATRBGC-HGW560-75kW.

O número de grupos, e conseqüentemente o número de pólos N_{p2} , para a ligação em cascata “mais”, deve obedecer a Eq. 3.6.1.3, ou seja:

$$N_{p2} = p_{p1} + p_{a1} \quad (7.4.1)$$

A Eq. 7.4.1 fornece a regra para escolha do número de pólos do circuito rotórico. Este número, porém, é pequeno e ocasiona um elevado conteúdo harmônico nas ondas de indução no entreferro produzidas por este circuito. Para minimizar este problema, cada pólo pode ser constituído por um conjunto de bobinas concêntricas ligadas em série formando laços para a corrente induzida. Estas bobinas concêntricas atuam como um enrolamento distribuído minimizando o conteúdo harmônico.

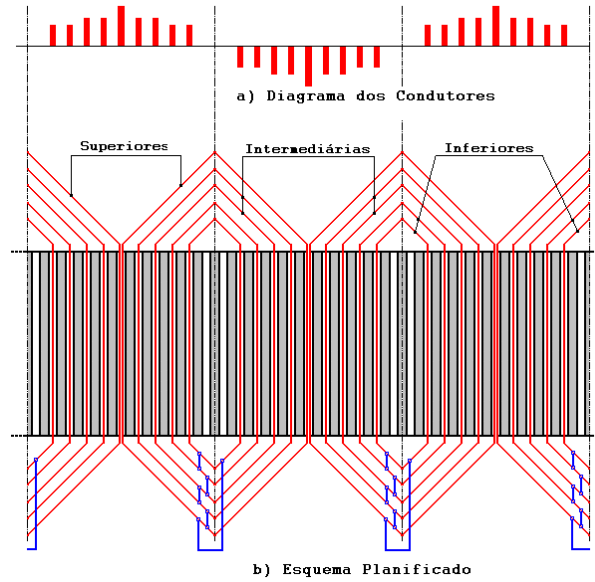


Fig. 7.4.2 – Esquema do circuito rotórico do protótipo MATRBGC-HGW560-75kW.

Além disso, o número de espiras em cada bobina pode ser escolhido de tal maneira que a distribuição dos condutores nas ranhuras do rotor seja aproximadamente senoidal, conforme mostrado na Fig. 7.4.2.a.

Considerando que cada pólo é formado por q_2 bobinas concêntricas, o fator de distribuição do enrolamento, que atua sobre a harmônica de ordem n_{jp2} da densidade linear de corrente induzida dada pela Eq. 3.5.5.17, pode ser escrito:

$$f_{dp2n_{jp2}} = \frac{1}{q_2} \cdot \frac{\sin\left(n_{jp2} \cdot q_2 \cdot \frac{\Delta_{N_2}}{2}\right)}{\sin\left(n_{jp2} \cdot \frac{\Delta_{N_2}}{2}\right)} \quad (7.4.2)$$

onde o termo Δ_{N_2} representa o ângulo geométrico entre as ranhuras do rotor dado por:

$$\Delta_{N_2} = \frac{2p}{N_2} \quad (7.4.3)$$

A Fig. 7.4.3 mostra uma vista do rotor já bobinado da MATRBGC.

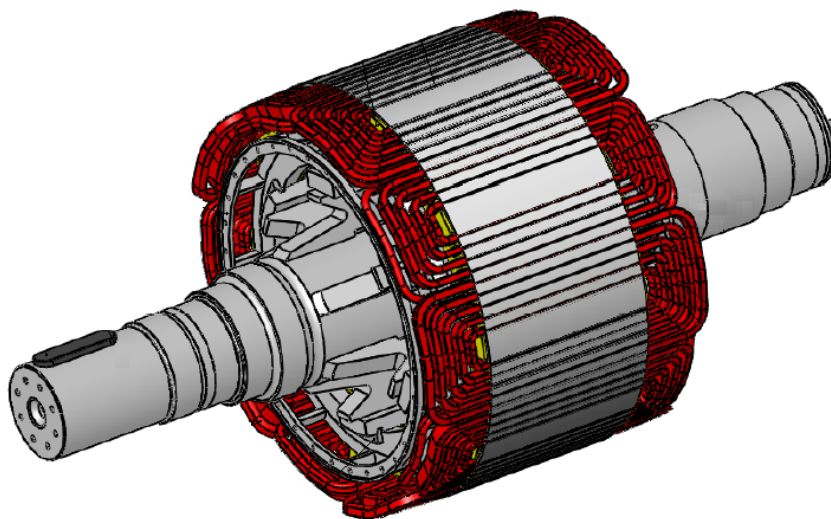


Fig. 7.4.3 – Vista do rotor bobinado da MATRBGC.

A MATRGDA apresenta no rotor uma gaiola especial. Os pólos do rotor são formados pelas barras cujo número obedece a mesma regra dada pela Eq. 7.4.1. Pelo mesmo motivo de o número de barras ser pequeno o conteúdo harmônico nas ondas de indução no entreferro produzidas por esta gaiola é elevado. Para minimizar este conteúdo harmônico são introduzidos laços entre as barras principais fazendo com que a gaiola se comporte como um enrolamento distribuído. Sendo a gaiola constituída por q_2 laços por pólo, o fator de distribuição pode ser calculado pela mesma expressão dada pela Eq. 7.4.2. A gaiola pode apresentar duas configurações básicas, conforme mostrado nas Figs. 2.8.1, 2.8.2, 2.8.3 e 2.8.4. A Fig. 7.4.4 mostra uma vista do rotor com a gaiola do protótipo MATRGDA-FAF315-15kW.

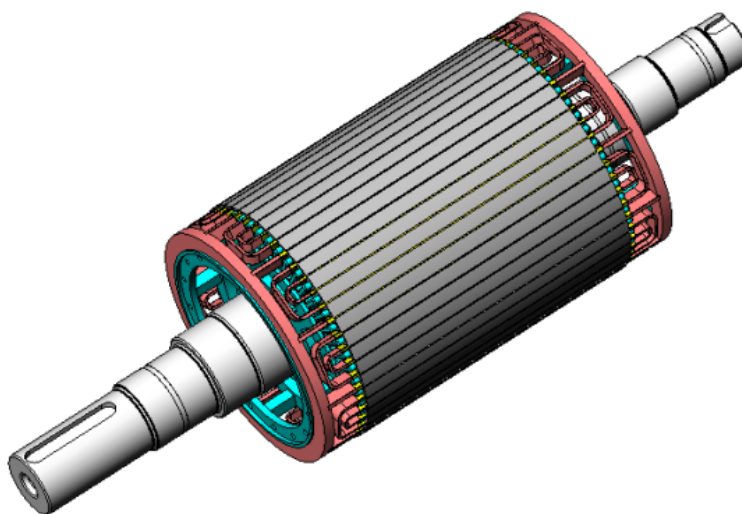


Fig. 7.4.4 – Vista do rotor com a gaiola da MATRGDA.

O número de bobinas concêntricas no rotor da MATRBGC e o número de laços no rotor de gaiola da MATRGDA deve ser o maior possível, porém o número escolhido deve permitir um bom dimensionamento do circuito magnético e da seção dos condutores do ponto de vista térmico e de perdas.

Para os três tipos da MATDASE é necessário que o circuito rotórico seja isolado para a massa e entre os condutores do circuito. Esta medida na MATRBDA é bastante óbvia por se tratar de dois enrolamentos trifásicos comuns compartilhando o mesmo núcleo magnético. Nas MATRGDA e MATRBGC apesar dos laços estarem em curto-circuito existe uma tensão induzida que se manifesta para a massa e entre os condutores. Se não for feito um bom isolamento para a massa e entre os condutores dos laços haverá uma circulação de corrente que torna inviável a operação da máquina.

7.5. Escolha do número de Ranhuras

A escolha da combinação de ranhuras do estator e do rotor é uma tarefa muito importante na fase de projeto da MATDASE. Esta combinação deve ser escolhida de tal maneira que permita por um lado a execução do enrolamento e por outro, minimizar as excitações eletromagnéticas devido as permeâncias de ranhura capazes de gerar ruído magnético.

Considerando o enrolamento principal simétrico e trifásico, $m_{p1} = 3$ e o número de ranhuras por pólo e fase, q_{p1} , inteiro, o número de ranhuras do estator N_1 é dado por:

$$N_1 = 2 p_{p1} m_{p1} q_{p1} = 6 p_{p1} q_{p1} \quad (7.5.1)$$

Para o enrolamento auxiliar, nas mesmas condições, podemos escrever:

$$N_1 = 2 p_{a1} m_{a1} q_{a1} = 6 p_{a1} q_{a1} \quad (7.5.2)$$

Como os dois enrolamentos compartilham o mesmo núcleo magnético, é necessário que o número de ranhuras N_1 escolhido seja divisível simultaneamente por $6 p_{p1}$ e por $6 p_{a1}$. Como os dois enrolamentos são trifásicos e devem apresentar q_{p1} e q_{a1} inteiros, para atender as duas condições acima o menor valor para N_1 é dado por:

$$N_1 = 6 \cdot MMC(p_{p1}, p_{a1}) \quad (7.5.3)$$

onde MMC representa o mínimo múltiplo comum dos pares de pólos dos dois enrolamentos.

Para minimizar as perdas suplementares devido as pulsações nos dentes [3], o número de ranhuras do rotor N_2 não deve estar afastado mais que 25% do número de ranhuras do estator N_1 , ou seja, deve atender a seguinte relação:

$$0.75 \cdot N_1 \leq N_2 \leq 1.25 \cdot N_1 \quad (7.5.4)$$

Conforme mostrado no Capítulo 3, o número mínimo de pólos N_{p2} do circuito rotórico deve obedecer a Eq. 3.6.1.3. Como normalmente este número de pólos é pequeno e se deseja que a dispersão devida ao conteúdo harmônico gerado pelo circuito rotórico seja minimizada, é necessário introduzir laços em cada pólo. O número de laços adequado para garantir a minimização da dispersão é aquele que se possa construir com um número de ranhuras do rotor N_2 dado pela seguinte relação:

$$N_2 \geq 10 \cdot N_{p2} \geq 10 \cdot (p_{p1} + p_{a1}) \quad (7.5.5)$$

Para minimizar o ruído magnético proveniente das excitações eletromagnéticas devido as ondas de permeância de ranhuras do estator e do rotor, os modos das ondas de forças radiais proveniente dessas excitações eletromagnéticas devem ser $r > 4$, pois para estes o pacote de chapas do estator e a carcaça são rígidas o suficiente.

As duas primeiras harmônicas de ranhura, do estator de ordem n_{pN_1} e do rotor de ordem n_{pN_2} , para a máquina principal são dadas por:

$$n_{pN_1} = p_{p1} \pm N_1 \quad (7.5.6)$$

$$n_{pN_2} = p_{p1} \pm N_2 \quad (7.5.7)$$

E para as duas primeiras harmônicas de ranhura, do estator de ordem n_{aN_1} e do rotor de ordem n_{aN_2} , para a máquina auxiliar são dadas por:

$$n_{aN_1} = p_{a1} \pm N_1 \quad (7.5.8)$$

$$n_{aN_2} = p_{a1} \pm N_2 \quad (7.5.9)$$

Como o modo de excitação r é dado pela soma e pela diferença dos pares de pólos das harmônicas de ranhura do estator e do rotor combinadas duas a duas, e levando em conta a condição de $r > 4$ comentada acima, podemos escrever:

$$|n_{pN_1} - n_{pN_2}| > 4 \quad (7.5.10)$$

$$|n_{aN_1} - n_{aN_2}| > 4 \quad (7.5.11)$$

$$|n_{pN_1} - n_{aN_2}| > 4 \quad (7.5.12)$$

$$|n_{aN_1} - n_{pN_2}| > 4 \quad (7.5.13)$$

Substituindo as Eqs. 7.5.6 a 7.5.9 nas condições dadas pelas Eqs. 7.5.10 a 7.5.13, resulta como condição para a combinação de ranhuras do estator e do rotor:

$$|N_1 - N_2| > 4 + 2 |p_{p1}| \quad (7.5.14)$$

$$|N_1 - N_2| > 4 + 2 |p_{a1}| \quad (7.5.15)$$

$$|N_1 - N_2| > 4 + |p_{p1}| + |p_{a1}| \quad (7.5.16)$$

$$|N_1 - N_2| > 4 + |p_{p1}| + |p_{a1}| \quad (7.5.17)$$

Considerando que, normalmente, a máquina principal apresenta um número de pares de pólos maior do que a máquina auxiliar, as quatro condições acima ficam satisfeitas se impusermos a seguinte condição para a combinação de ranhuras do estator e do rotor:

$$|N_1 - N_2| > 4 + 2 |p_{p1}| \quad (7.5.18)$$

7.6. Circuito Magnético da Máquina

No entreferro da MATDASE existem dois campos magnéticos fundamentais. Um, com p_{p1} pares de pólos, produzido pelo enrolamento principal e outro, com p_{a1} pares de pólos, produzido pelo enrolamento auxiliar. Estes dois campos magnéticos, compartilhando o mesmo núcleo magnético, contribuem para a saturação dos caminhos magnéticos. Para evitar que a saturação seja alta a ponto de prejudicar o desempenho da máquina, é necessário dimensionar adequadamente os dentes e as coroas do estator e do rotor. Este dimensionamento conduz a um volume ativo maior do que em uma máquina de indução convencional.

Além do aspecto eletromagnético, é muito importante considerar o aspecto mecânico no dimensionamento do circuito magnético, principalmente o da coroa do estator. Conforme mostrado no Capítulo 6, Parágrafo 6.4, os dois campos magnéticos fundamentais geram no entreferro da máquina uma onda de força radial cujo modo de excitação é dado por:

$$r = |p_{p1} \pm p_{a1}| \quad (7.6.1)$$

Dependendo da escolha dos pares de pólos dos enrolamentos principal e auxiliar, o modo de excitação pode ser baixo. Para valores de $r < 5$, a coroa do estator normalmente não apresenta rigidez mecânica suficiente para suportar adequadamente as solicitações eletromagnéticas, causando uma vibração excessiva que torna a máquina não operacional. Para evitar este tipo de problema é necessário fazer na fase do projeto uma análise detalhada da vibração do pacote de chapas, conforme mostrado no Capítulo 6, Parágrafo 6.6. Normalmente, esta análise mostra que para manter os níveis de vibração em valores adequados é necessário sobredimensionar a coroa do estator fazendo com que, na MATDASE, ela seja bem maior que uma máquina de indução comum.

7.7. Dimensionamento dos Enrolamentos Principal e Auxiliar

Uma vez definido o volume ativo e a combinação de ranhuras do estator e do rotor da máquina, é necessário dimensionar os dois enrolamentos do estator. Dimensionar os enrolamentos significa estabelecer o passo, a seção dos condutores, o número de caminhos paralelos por fase e o

número de espiras dos enrolamentos. Para dimensionar os três primeiros parâmetros, os critérios são os mesmos de uma máquina de indução comum. Porém, para dimensionar o número de espiras, devemos primeiro escolher adequadamente a tensão nominal da máquina para cada enrolamento. Conforme mostrado na Fig. 2.6.1 para a MATRBDA, na Fig. 2.7.2 para a MATRBGC e na Fig. 2.8.5 para a MATRGDA, o enrolamento do estator que corresponde à máquina principal sempre está ligado à rede diretamente ou através de um transformador, portanto a tensão nominal de fase do enrolamento principal U_{p1} fica definida pela tensão da rede ou pela tensão de saída do transformador. Uma vez definida esta tensão é possível se determinar o número de espiras do enrolamento principal do estator.

Conforme mostrado nas figuras citadas, o enrolamento auxiliar está ligado à rede através de um conversor. A tensão nominal de fase deste enrolamento é definida em função da faixa de rotação em que a máquina deve trabalhar e em função da tensão nominal de fase do conversor U_{ncon} . Na maioria dos casos de aplicação da MATDASE e, principalmente, no caso da aplicação em geração eólica, a faixa de rotação de trabalho é de $\pm 30\%$ em torno da rotação síncrona natural f_{sn}^+ da cascata “mais”.

Na MATDASE, quando funcionando em cascata “mais” e em vazio, a tensão de fase no enrolamento auxiliar do estator U_{a1} varia linearmente de acordo com o escorregamento s_{ac}^+ do enrolamento auxiliar, ou seja:

$$U_{a1} = s_{ac}^+ U_{na1} \quad (7.7.1)$$

onde U_{na1} representa a tensão nominal de fase do enrolamento auxiliar. O escorregamento da máquina auxiliar s_{ac}^+ , quando a MATDASE está funcionando em cascata “mais”, pode ser obtido usando a Eq. 3.6.1.7:

$$s_{ac}^+ = \frac{f_{sn}^+ - f_m}{f_{sn}^+} = 1 - \frac{f_m}{f_{sn}^+} = 1 - \left(p_{p1} + p_{a1} \right) \cdot \frac{f_m}{f_{pe1}} \quad (7.7.2)$$

A tensão no enrolamento auxiliar U_{a1} é nula quando a rotação mecânica f_m da MATDASE for igual à rotação síncrona natural f_{sn}^+ da máquina. A Fig. 7.7.1 mostra o comportamento do módulo da tensão de fase U_{a1} do enrolamento auxiliar em função da rotação mecânica desde 0% até 200% da rotação síncrona natural da cascata funcionando em vazio. A faixa em azul da figura representa o que, normalmente, é a região de trabalho da máquina.

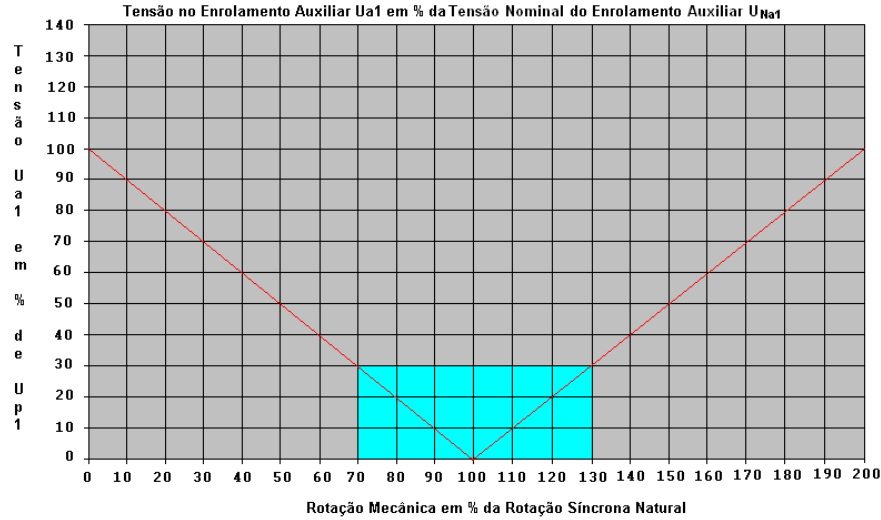


Fig. 7.7.1 – Módulo da tensão no enrolamento auxiliar em função da rotação do eixo da MATDASE.

Como os IGBT's do conversor são dimensionados para uma determinada corrente máxima, é importante definir a tensão nominal de fase U_{ncon} do conversor como sendo a maior tensão de fase U_{a1} na faixa de trabalho. Portanto, uma vez conhecida a tensão nominal de fase U_{ncon} do conversor, é possível determinar a tensão nominal de fase U_{na1} do enrolamento auxiliar como sendo:

$$U_{na1} = \frac{U_{ncon}}{|s_{amax}^+|} \quad (7.7.3)$$

A tensão U_{na1} representa a tensão medida nos terminais do enrolamento auxiliar aberto com o rotor bloqueado e aplicando nos terminais do enrolamento principal a tensão nominal U_{p1} . Em outras palavras, a tensão U_{na1} representa a tensão nominal aplicada aos terminais da máquina auxiliar quando ela está operando como motor individualmente, ou seja, é a tensão que deve ser levado em conta no dimensionamento do enrolamento auxiliar.

Na Eq. 7.7.3, s_{amax}^+ representa o maior escorregamento da máquina auxiliar na faixa de trabalho. Supondo que $s_{amax}^+ = 0,30$, o que corresponde à faixa azul mostrada na Fig. 7.7.1, e se a tensão nominal de fase do conversor for $U_{ncon} = \frac{440}{\sqrt{3}}$ (V), então a tensão nominal de fase do enrolamento auxiliar será:

$$U_{na1} = \frac{U_{ncon}}{|s_{amax}^+|} = \frac{440}{0,3\sqrt{3}} = \frac{1466,67}{\sqrt{3}} = 1037,1 \text{ (V)} \quad (7.7.4)$$

O enrolamento auxiliar deverá ser dimensionado para uma tensão dada pela Eq. (7.7.3), que normalmente é da ordem de três vezes a tensão nominal do conversor. Não só o número de espiras, mas também o nível de isolamento do enrolamento deve ser compatível para este valor de tensão.

Podem ocorrer situações em que, enquanto o estator principal está conectado à rede, o rotor da máquina pode ser travado. Nesta condição, a tensão aplicada ao conversor corresponde à tensão de rotor bloqueado U_{na1} que é da ordem de três vezes a tensão nominal, conforme mostrado no Fig. 7.7.1. Para evitar danos ao conversor nesta situação, é necessário que se instale uma proteção de sobretensão adequada ao conversor.

O módulo da potência aparente nominal S_{ncon} que o conversor deve fornecer ao enrolamento auxiliar em condições de torque nominal é dada por:

$$S_{ncon} = 3 \cdot U_{ncon} \cdot I_{ncon} = 3 \cdot |s_{a\max}^+| \cdot U_{na1} I_{na1} = |s_{a\max}^+| \cdot S_{na1} \quad (7.7.5)$$

O termo S_{na1} representa a potência aparente do enrolamento auxiliar. A potência aparente S_{na1} do enrolamento auxiliar, para fins de dimensionamento pode ser considerado aproximadamente igual à potência aparente do enrolamento principal S_{np1} , portanto podemos escrever:

$$S_{na1} = 3 \cdot U_{na1} I_{na1} \cong 3 \cdot U_{np1} I_{np1} \quad (7.7.6)$$

O termo I_{ncon} na Eq. 7.7.5 representa a corrente de fase nominal do conversor e I_{na1} representa a corrente nominal de fase no enrolamento auxiliar. O termo U_{np1} representa a tensão nominal de fase e I_{np1} a corrente nominal de fase do enrolamento principal.

Como o conversor está em série com o enrolamento auxiliar as duas corrente são iguais. Pela Eq. 7.7.5, percebe-se que a potência aparente máxima que o conversor deve fornecer ao enrolamento auxiliar depende do escorregamento máximo da faixa de trabalho, ou seja, da ordem de 30% da potência nominal da MATDASE. Esta é uma grande vantagem econômica da MATDASE quando aplicada em condições de variação de velocidades.

7.8. Análise Comparativa do Desempenho

Os dois protótipos fabricados, a MATRGDA-FAF315-15kW e a MATRBGC-HGW560-75kW, não são máquinas de grande potência como as usadas, por exemplo, em geração eólica. Mas foram capazes de mostrar que a MATDASE apresenta um bom desempenho e pode ser uma alternativa para aplicação onde se necessita variação de velocidade, tanto em aplicações industriais, como em geração de energia elétrica, principalmente na geração de energia a partir de turbinas eólicas.

O objetivo deste parágrafo é fazer uma análise comparativa de desempenho e custo da MATDASE com as máquinas elétricas mais usuais, ou seja, com a máquina assíncrona trifásica com rotor de bobinado e alimentação através de escovas [MATRBAE], com a máquina assíncrona trifásica com rotor de gaiola e alimentação única [MATRGAU] e com a máquina síncrona trifásica com rotor de pólos salientes com excitação independente [MSTPSEI].

As máquinas mostradas na Tab. 7.8.1, são máquinas autoventiladas abertas e foram desenhadas usando métodos clássicos industriais. Nesta tabela, comparamos máquinas de baixa velocidade porque nas grandes estações eólicas um componente importante é o amplificador de velocidade de vários estágios. Estes amplificadores são caros e apresentam problemas de manutenção. As máquinas de baixa velocidade, como as mostradas na Tab. 7.8.1 podem trabalhar com um planetário de um único estágio, ou no máximo de dois estágios, os quais são de menor custo e apresentam menos problemas de manutenção. Os valores mostrados na Tab. 7.8.1 correspondem aos valores nominais da máquina operando como motor, isto é, a máquina está fornecendo no eixo a potência mostrada na primeira coluna.

Na tabela, D_{e1} representa o diâmetro externo do pacote de chapas, D_1 representa o diâmetro interno do pacote de chapas do estator, L_{fe1} representa o comprimento de ferro do pacote de chapas, Rend representa o rendimento, FP o fator de potência funcionando na condição motor com 100% da carga. O termo S_{na1} representa a potência aparente que o conversor fornece ao enrolamento auxiliar na MATDASE, ao circuito rotórico através das escovas na MATRBAE e ao enrolamento do estator para a máquina de gaiola MATRGAU e para a máquina síncrona MSTPSEI, porque estão conectadas à rede pelo conversor através do enrolamento estatórico. O termo Q_{a1} representa a potência reativa necessária para corrigir o fator de potência para 100%, considerando a condição de carga nominal motor. Na penúltima coluna, C representa a constante de aproveitamento da máquina calculada de acordo com a Eq. 7.2.3. A última coluna representa os custos relativos das máquinas tomando a MATDASE como base. De todas as máquinas mostradas na Tab. 7.8.1, somente a de 15kW e a de 75kW foram fabricadas e testadas. As outras foram projetadas em condições reais, porém não foram fabricadas.

Analisando as maiores potências, isto é, a de 1000 kW e acima na penúltima coluna onde é mostrada a constante de aproveitamento das máquinas, observamos que a MATRGAU apresenta o melhor aproveitamento, o que é perfeitamente aceitável já que a máquina de rotor de gaiola é compacta e com o grande uso industrial e é uma máquina bem otimizada.

Já para a MATRBAE com escovas e a máquina síncrona MSTPSEI, as constantes de aproveitamento nas maiores potências são similares. Porém, a MATDASE apresenta um fator de aproveitamento um pouco menor quando comparado com as outras três. Este fato se deve ao

enrolamento auxiliar que ocupa uma parte da ranhura do estator, fazendo com que o núcleo magnético seja um pouco maior. Esta diferença pode ser minimizada à medida em que a máquina começar a ser usada industrialmente e, conseqüentemente, melhorias do projeto puderem ser introduzidas.

Tabela 7.8.1 - Comparação entre os diversos tipos de máquinas elétricas.

Pot kW	Tensão (Volt)	Rot (rpm)	Tipo Máquina	De1 (mm)	D1 (mm)	Lfe1 (mm)	Rend (%)	FP (%)	S _{na1} (kVA)	Q _{a1} (kVAr)	C (kJ/m ³)	Custo (%)
15	440	360	MATDASE	480	350	420	78,7	39,6	0,45	44,20	48,94	100
			MATRBAE	690	550	280	78,2	65,3	0,40	22,25	29,52	350
			MATRGAU	690	550	280	84,3	70,0	25,42	18,15	29,52	300
			MSTPSEI	620	520	140	89,1	92,0	18,30	7,17	66,04	325
75	440	360	MATDASE	1000	700	300	88,7	52,9	1,44	135,6	85,03	100
			MATRBAE	860	680	350	87,5	66,6	1,35	95,73	77,24	110
			MATRGAU	860	680	300	88,5	73,0	116,1	79,34	90,11	85
			MSTPSEI	860	740	300	91,3	92,0	89,29	34,99	76,09	120
1000	690	360	MATDASE	1420	1140	750	92,8	61,4	6,31	1385	171,0	100
			MATRBAE	1420	1140	700	94,5	74,1	6,50	959	183,21	125
			MATRGAU	1420	1140	550	95,2	82,1	1279	730	233,17	92
			MSTPSEI	1420	1140	700	96,4	92,0	1128	442	183,21	140
2000	690	360	MATDASE	1800	1400	800	93,3	59,7	5,00	2880	212,59	100
			MATRBAE	1800	1460	750	95,7	75,6	4,50	1809	226,76	120
			MATRGAU	1800	1460	600	96,3	79,1	2626	1606	260,63	90
			MSTPSEI	1610	1300	750	96,5	92,0	2253	883	262,98	135
3000	4160	360	MATDASE	2000	1640	800	93,7	72,8	13,3	3015	232,38	100
			MATRBAE	2000	1640	750	96,3	77,7	12,5	2524	247,87	125
			MATRGAU	2000	1640	750	96,6	77,8	3992	2508	247,87	90
			MSTPSEI	1800	1460	800	96,8	92,0	3369	1320	293,21	140
4000	4160	360	MATDASE	2000	1640	1000	94,3	75,5	16,5	3684	247,87	100
			MATRBAE	2000	1640	1000	96,5	76,5	16,0	3490	247,87	130
			MATRGAU	2000	1640	950	96,8	79,8	5178	3121	260,91	92
			MSTPSEI	2000	1640	1000	97,0	92,0	4482	1757	247,87	145

Quanto ao rendimento, observamos que a máquina síncrona apresenta o melhor, porque é projetada para trabalhar com um fator de potência melhor. As máquinas síncronas da Tab. 7.8.1 acima, foram projetadas para trabalhar com fator de potência 0,92. O fator de potência é regulado através da excitação da máquina. Nas três máquinas de indução observamos que o rendimento é proporcional ao fator de potência das máquinas. Os valores dos fatores de potência e rendimentos mostrados na Tab. 7.8.1 para estas três máquinas correspondem ao ponto de carga nominal, operando como motor, onde existe certo escorregamento. Na MATRBAE e na MATDASE através do conversor é possível corrigir o fator de potência tornando-o unitário, inclusive na condição de

rotação síncrona. Na operação síncrona, estas máquinas de indução se comportam de uma forma equivalente à máquina síncrona. Nesta condição, devido ao aumento do fator de potência e conseqüentemente redução da corrente, as perdas joules diminuem fazendo com que o rendimento se aproxime bastante do valor da máquina síncrona. A MATDASE apresenta a enorme vantagem de permitir este controle sem a necessidade de escovas.

A grande maioria das aplicações industriais, onde se requer regulação de velocidade em grandes potências e baixas rotações, exige variações na faixa de no máximo $\pm 30\%$ em torno da rotação síncrona. Também esta característica de aplicação é típica na conversão eletromecânica da energia eólica. No caso da Tab. 7.8.1, a potência S_{na1} mostrada corresponde à potência aparente que passa através do conversor com a máquina operando como motor na condição nominal de escorregamento. Nesta condição, comparando a potência que deve passar através do conversor S_{na1} , a da MATRBAE e a da MATDASE são as duas menores. Na MATDASE é ligeiramente maior devido ao fato do seu fator de potência nominal ser um pouco menor. O fato de a máquina de indução duplamente alimentada exigir menor potência de controle através do conversor, a torna uma alternativa muito interessante nestas aplicações, porque o custo do conjunto, máquina mais conversor apresenta-se bem menor. Mas a máquina sem escovas ainda tem a grande vantagem de não necessitar do sistema coletor e escovas que normalmente exige manutenção freqüente tornando a operação mais custosa.

Os custos mostrados na Tab. 7.8.1 são relativos e correspondem apenas aos das máquinas, não incluindo os dos conversores. Ainda em relação ao custo, o da máquina de gaiola MATRGAU é indubitavelmente o menor. Isto porque esta máquina é compacta e de processo de fabricação mais simples. Como se observa na Tab. 7.8.1 a máquina síncrona MSTPSEI apresenta o maior custo. Este fato é esperado porque a máquina síncrona além de apresentar enrolamento no estator e no rotor precisa de um sistema de excitação para poder regular o fator de potência. Além disto, o processo de fabricação é mais complexo fazendo com que seu custo seja maior. A máquina de rotor bobinado com escovas MATRBAE apresenta um custo maior que a MATDASE porque necessita do conjunto escovas e porta escovas cujo mecanismo é bastante complexo. Quanto ao custo, podemos concluir da Tab. 7.8.1 que o da máquina sem escovas MATDASE se localiza entre o custo da máquina de gaiola MATRGAU e o da MATRBAE, sendo bem menor que o da máquina síncrona MSTPSEI.

Podemos concluir dizendo que a MATDASE apresenta fator de potência e rendimento menores na condição de operação sem controle com o conversor. Porém, uma vez controlada com o conversor o seu fator de potência pode ser melhorado e, conseqüentemente, o rendimento. Portanto,

a desvantagem do FP desaparece quando ela opera com controle, tornando-a, em termos de desempenho, equivalente às demais.

Nas aplicações acima mencionadas, a MATDASE é a melhor solução se comparada com a MSTPSEI, porque, além de ser de menor custo, ela também precisa de um conversor estático ligado ao enrolamento auxiliar de custo menor. Além desta vantagem a MATDASE não polui a rede com harmônicas porque a máquina principal conectada à rede é alimentada ou gera energia na forma de onda senoidal.

8. Aplicações da Máquina Assíncrona Trifásica Duplamente Alimentada Sem Escovas

8.1. Introdução

Neste capítulo iremos analisar algumas aplicações práticas da MATDASE. No Capítulo 4 foi feita uma análise em regime permanente e uma análise comparativa com os resultados experimentais dos dois protótipos construídos com o objetivo de comprovar o seu desempenho. No Capítulo 5 foi elaborado um modelo e uma análise dinâmica da máquina, onde os resultados teóricos, principalmente a curva de torque, apresentaram boa concordância com os valores medidos. Como conclusão destas análises podemos afirmar que a MATDASE é adequada para aplicações onde se requer:

- baixas rotações nominais;
- grande torque de partida;
- aceleração de grandes inércias;
- regulação de velocidades.

Devido à característica da máquina de operar bem em baixas velocidades, ela contribui para eliminar os redutores ou ampliadores multiestágios de velocidade, contribuindo substancialmente para a redução do custo da aplicação. A vantagem principal desta máquina é de não necessitar de escovas, reduzindo os custos operacionais. A desvantagem é o fato de apresentar o rendimento um pouco menor quando comparada com as demais máquinas elétricas.

8.2. Aplicações Industriais

Na indústria existem várias aplicações que requerem da máquina acionante as características citadas acima. Principalmente nas indústrias de mineração, cimento, celulose e petroquímica, existem aplicações onde se requer acelerar grandes inércias e também regulação de velocidade. Podemos citar como exemplo, moinhos, grandes ventiladores, picadores, britadores e bombas. Todas essas cargas exigem no mínimo uma das características citadas anteriormente.

Nestas aplicações utiliza-se, atualmente, a máquina assíncrona trifásica de rotor bobinado alimentada através de escovas [MATRBAE]. Esta máquina é bastante eficiente nestas aplicações, mas apresenta a grande desvantagem do uso de escovas e porta-escovas o que provoca muitos problemas de manutenção. A Fig. 8.2.1 mostra esquematicamente este tipo de aplicação.

A máquina com escovas não pode ser aplicada em área de risco (atmosferas explosivas), devido ao fato de poder gerar centelhas. Portanto, aplicações em áreas de risco, onde é exigida uma das características citadas acima, a MATDASE é perfeitamente aplicável porque não existindo escovas não existe a possibilidade de gerar centelhas.

Existem basicamente dois tipos de aplicação da MATRBAE. A primeira, onde o sistema escovas e porta-escovas é requerido apenas durante a partida para acelerar grande inércia. Quando atingida a rotação nominal, o circuito rotórico é curto-circuitado, passando a funcionar com velocidade constante. Neste caso a máquina apresenta um sistema automático de levantamento das escovas e curto-circuito do rotor.

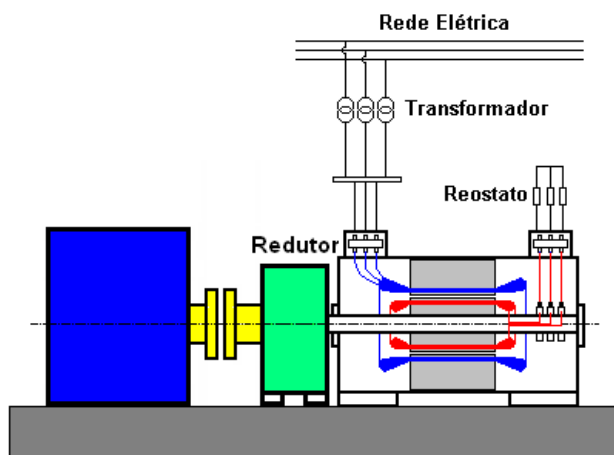


Fig. 8.2.1 – Aplicação da MATRBAE com uso de reostato.

As Figs. 8.2.2 e 8.2.3 mostram um sistema automático de levantamento de escovas e curto-circuito do rotor, aplicados em motores de anéis de marca WEG.

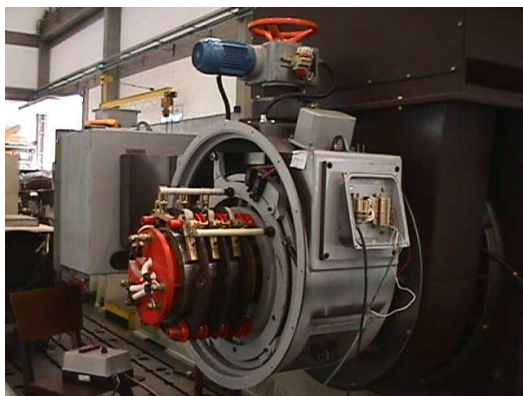


Fig. 8.2.2 – Motor com porta-escovas levantável.



Fig. 8.2.3 – Escovas levantáveis.

A segunda, onde o sistema escovas e porta escovas são requeridos durante a partida para acelerar a carga e também após ter atingido a rotação nominal para regulação de velocidade. Neste caso o sistema porta-escovas é fixo mantendo as escovas permanentemente em contato com o anel coletor. A Fig. 8.2.4 mostra um sistema de porta-escovas fixo aplicado a motores de anéis WEG.

Na aplicação com escovas permanentemente inseridas, a eficiência da máquina é menor devido as perdas no reostato.

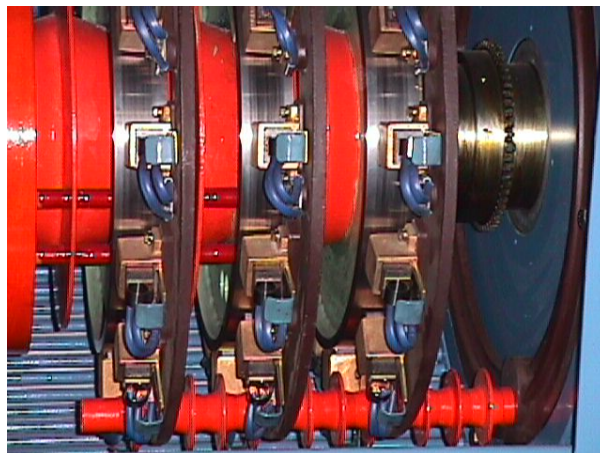


Fig. 8.2.4 – Sistema de porta-escovas fixo de um motor de anéis de marca WEG.

Nas duas aplicações, é necessário o sistema escovas e porta-escovas, tornando a operação mais custosa devido à necessidade de manutenção deste sistema. No primeiro caso, onde o porta-escovas pode ser levantável, o desgaste de escovas é mínimo, porém o mecanismo de levantamento de escovas e curto-circuito do rotor é bastante complexo exigindo cuidados de manutenção, principalmente no que se refere aos contatos, que são responsáveis pelo curto-circuito do enrolamento rotórico.

Para estas duas aplicações, a MATDASE substitui a MATRBAE com a vantagem de não precisar o sistema de escovas e porta-escovas. A Fig. 8.2.5 mostra esquematicamente esta aplicação.

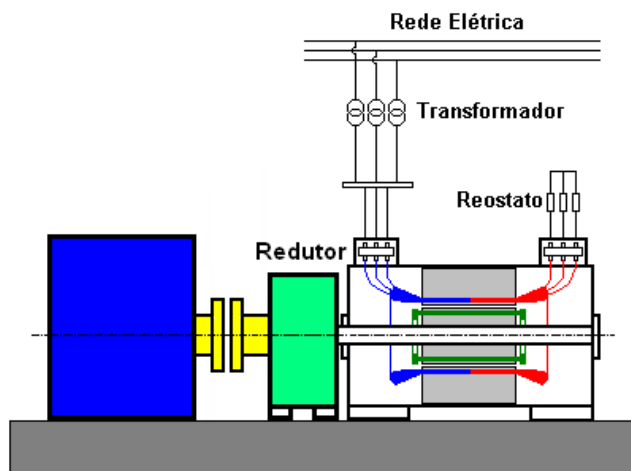


Fig. 8.2.5 – Aplicação da MATDASE com reostato conectado ao enrolamento auxiliar.

Para ilustrar, damos um exemplo de aplicação industrial onde analisamos a aplicação em um esmagador de carro (car shredder) com os seguintes dados:

- Tipo de carga.....: esmagador de carro (car shredder)
- Modelo.....: MAV800
- Carcaça IEC: 800
- Potência.....: 3150 kW
- Faixa de Rotação: 450 a 514 rpm

- Variação Momentânea da carga: 0 a 150 %
- Acoplamento: cardan universal
- Inércia: 25000 kg.m²
- Fator de Serviço: 1,15
- Grau de Proteção: IPW24
- Tensão da rede.....: 4160 V
- Frequência da rede.....: 60 Hz
- Elevação de temperatura: 80 K
- Forma construtiva: B3D

Alguns dados construtivos:

- Diâmetro externo do pacote de chapas: 1420 mm
- Diâmetro interno do pacote de chapas.....: 1120 mm
- Comprimento do pacote de chapas...: 900 mm
- Constante de aproveitamento: 330 kJ/m³
- Constante de esbeltez.....: 3,58
- Torque máximo: 2,7 pu

A função desta máquina é, primeiramente, esmagar o carro e, em seguida, triturar-lo. Uma vez triturado, os materiais ferrosos são separados dos não ferrosos e encaminhados para a reciclagem. Este modo de operação faz com que o esmagador de carro apresente uma característica de torque muito variável devido à carga ser muito irregular. Quando o torque varia rapidamente, há geração de picos de corrente que se manifestam no lado da rede de alimentação da máquina acionante. Este efeito é indesejável porque pode provocar oscilações de tensões na rede, principalmente quando se trata de máquinas de grande potência. Para evitar estes picos de corrente na rede de alimentação a solução usada atualmente como máquina acionante é MATRBAE com porta-escovas fixo, onde além da resistência de partida é deixado um tap de resistência permanentemente conectado ao circuito rotórico com o objetivo de minimizar o efeito da variação brusca do torque. Com este tap de resistência se consegue uma regulação de velocidade da ordem de 10% em torno da rotação síncrona.

A Fig. 8.2.6 mostra uma vista da aplicação em ‘car shredder’.



Fig. 8.2.6 - Vista da aplicação em ‘car shredder’.



Fig. 8.2.7 - Acoplamento do ‘car shredder’.

Este sistema é usado e funciona. Porém, apresenta muita manutenção devido ao desgaste de escovas e o rendimento do conjunto é prejudicado devido às perdas joules no tap de resistências que fica permanentemente conectado. O desgaste de escovas é acentuado devido ao fato da carga não se comportar de uma forma regular. Com esta variação de carga a pátina, que é a película condutora que deveria se formar entre as escovas e o anel coletor, não consegue se formar, aumentando consideravelmente o atrito e o desgaste devido ao mau contato elétrico.

Para este tipo de aplicação onde o porta escovas deve ser fixo, a MATDASE se apresenta como uma boa alternativa.

A máquina calculada para atender esta aplicação foi a MATRGDA da qual mostramos abaixo alguns parâmetros construtivos. Esta máquina foi projetada aberta, isto é, a refrigeração é feita pelo ar que a atravessa.

- Modelo: MATRGDA900
- Carcaça IEC: 900
- Potência.....: 3150 kW
- Tensão enrolamento principal: 4160 V – 2Y
- Tensão Enrolamento Auxiliar: 4160 V – 2Y
- Frequência: 60 Hz
- Polaridades: 10/4 pólos
- Inércia: 25000 kg.m²
- Fator de serviço: 1,15
- Grau de proteção: IPW24
- Forma construtiva: B3D
- Elevação de temperatura: 80 K
- Faixa de regulação de velocidade.....: 450 a 514 rpm

Alguns dados construtivos:

- Diâmetro externo do pacote de chapas: 1610 mm
- Diâmetro interno do pacote de chapas.....: 1180 mm
- Comprimento do pacote de chapas...: 900 mm
- Constante de aproveitamento: 294 kJ/m³
- Constante de esbeltez.....: 3,408
- Torque máximo: 2,7 pu

Como a especificação do ‘car schredder’ exige que o torque máximo motor seja no mínimo 2,5 vezes o torque nominal devemos projetar a máquina para atender a esta condição. Atendendo a faixa de rotação de trabalho, a melhor opção é a combinação de polaridade 10/4 para a máquina principal e a máquina auxiliar, respectivamente. Esta é uma das combinações possíveis mostradas na Tab. 7.3.1. A tensão nominal de linha do enrolamento auxiliar foi escolhida 2300 V para permitir que a tensão de linha máxima no conversor seja 690 V quando a máquina opera no escorregamento máximo de 30%.

Na Tab 8.2.1 são mostradas algumas características de desempenho da máquina projetada para atender a aplicação acima.

Tabela 8.2.1 – Características de performance da máquina MATRGDA.

Performance	Pontos de Carga Motor em (%) da Potência Nominal						
	Vazio	25	50	75	100	125	150
Potência no eixo (kW)	0,00	785,5	1575,0	2362,5	3150,0	3937,5	4725,0
Rotação (rpm)	514,27	513,89	513,50	513,12	512,73	512,25	511,69
Torque (Nm)	755	15448	30104	44796	59542	74211	89001
I_{p1} (A)	954,2	979,4	1027,7	1067,2	1118,7	1218,4	1343,78
I_{a1} (A)	3,98	77,04	149,9	222,9	295,8	377,1	464,26
U_{a1} (V)	0,144	2,79	5,43	8,08	10,72	13,80	17,1
Rendimento (%)	0,00	85,0	92,2	94,9	95,78	95,80	95,85
Fator de Potência (%)	2,0	13,13	23,2	32,4	40,8	46,9	50,9
kVAr para FP=100(%)	5877	7145	7337	7506	7568	7922	8537

Os dados na Tab. 8.2.1 correspondem aos valores da máquina trabalhando como motor sem controle através do conversor acoplado ao enrolamento auxiliar. Esta máquina por ter um baixo número de pólos na gaiola apresenta uma dispersão maior, fazendo com que seu fator de potência seja menor. Para esta aplicação onde existe uma grande variação de carga devido à característica do produto a ser triturado é esperado um fator de potência médio baixo. Porém, conforme já comentado no Capítulo 7, o fator de potência pode ser corrigido se a máquina for controlada por um conversor bidirecional acoplado ao enrolamento auxiliar.

Na Fig. 8.2.8 mostramos o torque de aceleração considerando que o reostato durante a partida tenha cinco tap's.

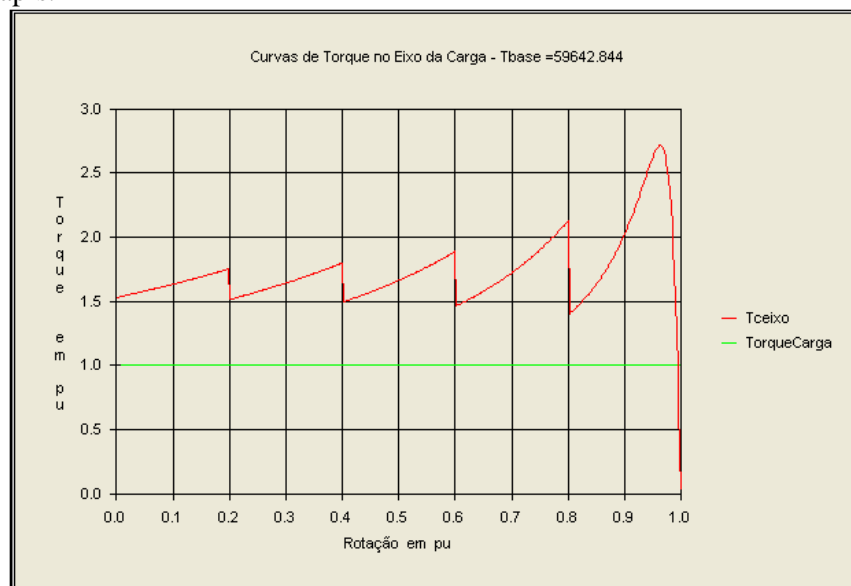


Fig. 8.2.8 – Curva do torque de aceleração na partida da carga.

Devido à inércia e a característica de operação do 'car shredder', na partida desta máquina é exigida uma alta capacidade de aceleração. Para atender a esta exigência, é necessário alto torque

com corrente de partida relativamente baixa. Na Fig. 8.2.8 é mostrada a curva do torque de aceleração na partida da carga com um reostato com 5 tap's. Esta partida pode ser feita usando-se um reostato líquido, onde a variação da resistência de partida seria contínua e não discreta. A grande vantagem é o fato de não necessitar de escovas para conectar o reostato ao circuito auxiliar.

Se a partida fosse controlada pelo conversor, teríamos a desvantagem de ter que dimensionar o conversor para a potência nominal da máquina, fazendo com que seu custo fosse maior. Mas teríamos a vantagem de poder controlar a máquina na partida e na operação nominal com o fator de potência unitário. Com o fator de potência unitário o rendimento da máquina seria maior quando comparado com a operação em condição nominal com reostato.

Outra alternativa, seria usar o reostato apenas para a partida e na condição nominal de operação usar um conversor para fazer a regulação de velocidade, conforme a carga exige. Este conversor seria então dimensionado para uma potência bem menor, da ordem de 15% da potência nominal, já que a faixa de variação de rotação é da ordem de 10%. Nesta condição o conversor pode ser dimensionado para 690V, ou seja, em baixa tensão reduzindo ainda mais o custo. Esta solução seria bastante razoável porque além de melhorar o fator de potência haveria um substancial ganho no rendimento do conjunto.

A Fig. 8.2.9 mostra as curvas de torque em função da rotação para os 5 *taps* do reostato. Se esta solução for adotada e o reostato for sólido será necessário o uso de contadores para a troca contínua dos *taps* do reostato conforme a necessidade da variação da carga. Se o reostato for líquido é necessário um sistema de bombeamento do líquido do reostato para garantir a variação da resistência conforme a necessidade. A desvantagem desta solução é o fato de não poder controlar o fator de potência e as perdas na resistência do reostato fazendo com que o rendimento do conjunto seja prejudicado.

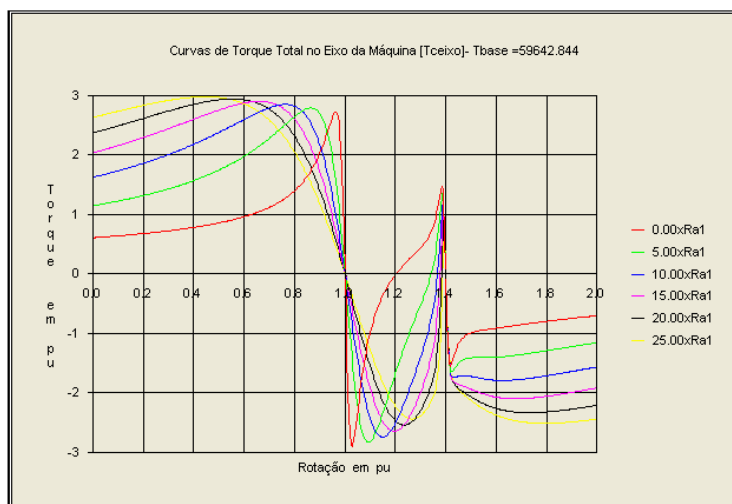


Fig. 8.2.9 – Curvas de torque para os 5 tap's do reostato.

A Fig. 8.2.10 ilustra a MATRGDA900-3150kW e a MATRBAE800-3150kW operando com conversor e com reostato respectivamente.

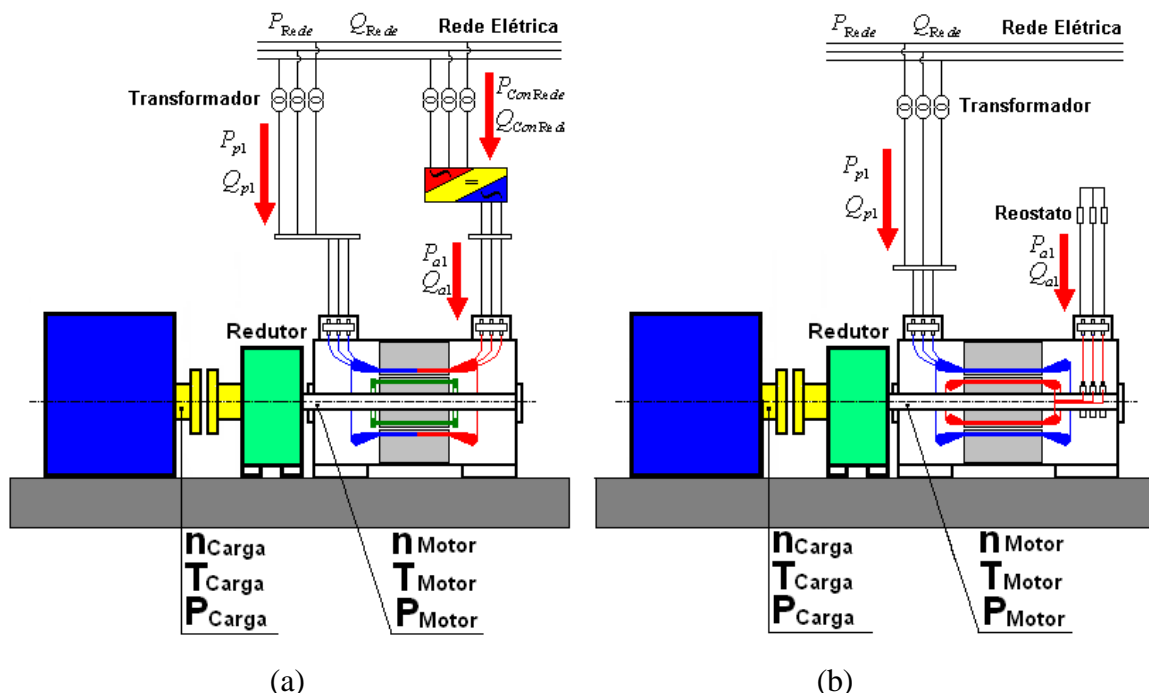


Fig. 8.2.10 – Fluxo de potências em operação – (a) MATRGDA900-3150kW – (b) MATRBAE800-3150kW.

A Fig. 8.2.10(a) mostra a MATRGDA operando com o conversor que controla a rotação no eixo da máquina. Através do conversor circula a potência P_{a1} responsável pelo torque desenvolvido no eixo pelo enrolamento auxiliar. Este torque se soma ao torque desenvolvido pelo enrolamento principal fazendo com que a máquina opere com um rendimento melhor que a MATRBAE, mostrada na Fig. 8.2.10(b), onde a potência de escorregamento P_{a1} é dissipada no reostato em forma de calor.

A tabela 8.2.2 mostra o desempenho das duas máquinas operando na faixa de rotação de 90% até 110% para MATRGDA e de 90% até 100% para a MATRBAE.

A MATRGDA sem escovas está operando com fator de potência unitário controlado pelo conversor. O conversor garante que as potências reativas Q_{p1} , $Q_{ConRede}$ e Q_{Rede} mostradas na Fig. 8.2.10(a) são nulas garantindo desta maneira o fator de potência unitário. Na condição nominal a máquina sem escovas opera com rendimento um pouco menor quando comparada com a máquina com escovas. A grande vantagem da máquina sem escovas MATRGDA é o fato de operar com rendimento maior em pontos de rotação menor que a nominal quando comparada com a máquina com escovas porque não apresenta as perdas no reostato de controle. Para estes pontos de rotação a potência ativa do enrolamento auxiliar P_{a1} é negativa significando que uma parte da potência de

escorregamento é recuperada através do enrolamento auxiliar onde o conversor está conectado. Para rotações acima da nominal não há vantagem que a máquina opere porque o rendimento é menor. Devido à característica de operação do car shredder variar muito a carga, a operação ocorre numa rotação média inferior á nominal mostrando que é vantajosa a operação da MATRGDA sem escovas.

Outro ponto favorável à máquina sem escovas é o fato de apresentar um custo de manutenção bem menor quando comparado com a máquina com escovas por não necessitar a troca das escovas devido ao desgaste e a constante limpeza no compartimento que as contem, operação necessária, para minimizar a redução do nível de isolamento da máquina. A presença de pó de escovas sempre reduz o nível de isolamento da máquina reduzindo sua vida útil.

Tabela 8.2.2 – Desempenho em operação da MATRGDA900 e da MATRBAE800.

Fluxo de Potência	MATRGDA900-3150kW-514rpm				MATRBAE800-3150kW-514rpm		
	90% da Rotação Síncrona	95% da Rotação Síncrona	100% da Rotação Síncrona	110% da Rotação Síncrona	90% da Rotação Síncrona	95% da Rotação Síncrona	100% da Rotação Síncrona
n_{Carga} (rpm)	460	490	514	565	460	490	510
$T_{EixoCarga}$ (N.m)	58522	58522	58522	58522	58522	58522	58522
$P_{EixoCarga}$ (kW)	2819,1	3002,9	3150	3462,6	2819,1	3002,9	3150
n_{Motor} (rpm)	460	490	514	565	460	490	510
$T_{EixoMotor}$ (N.m)	58522	58522	58522	58522	58522	58522	58522
$P_{EixoMotor}$ (kW)	2819,1	3002,9	3150	3462,6	2819,1	3002,9	3150
P_{pl} (kW)	3233,9	3292,1	3249,3	3351,9	3251,6	3320,4	3257,5
Q_{pl} (kV.Ar)	0,00	0,00	0,00	0,00	2369,7	2419,8	2374
P_{al} (kW)	-230,3	-84,3	49,1	324,9	-293,0	-121,0	0,000
Q_{al} (kV.Ar)	1012,2	481,4	0	-1123,2	0,000	0,000	0,000
$P_{ConRede}$ (kW)	-230,3	-84,3	49,1	324,9	-	-	-
$Q_{ConRede}$ (kV.Ar)	0,00	0,00	0,00	0,00	-	-	-
P_{Rede} (kW)	3003,6	3207,8	3298,4	3676,8	3251,6	3235,9	3257,5
Q_{Rede} (kV.Ar)	0,00	0,00	0,00	0,00	2369,7	2419,8	2374
Perdas Totais(kW)	184,5	204,9	148,4	214,2	395,4	233,0	107,5
Rend. Total (%)	93,9	93,6	95,5	94,2	87,7	92,8	96,7

8.3. Geração de Energia Elétrica através de Turbinas Eólicas

A geração de energia elétrica em grande escala, alimentando de forma suplementar o sistema elétrico através do uso de turbinas eólicas de grande porte, evoluiu muito nas últimas décadas.

Da década de 1970 até meados da década de 1980, após a primeira grande crise do petróleo, diversos países, inclusive o Brasil, se preocuparam em desenvolver pesquisas na utilização da

energia eólica como uma fonte alternativa de energia. Foi na Dinamarca e Alemanha na década de 1990 a 2000 que o aproveitamento da energia eólica como alternativa de geração de energia elétrica atingiu escala de contribuição mais significativa ao sistema elétrico, em termos de geração, eficiência e competitividade. O enorme desenvolvimento tecnológico passou a ser capitaneado pela nascente indústria do setor, em regime de competição e estimuladas por mecanismos institucionais de incentivo. Devido a este avanço tecnológico e ao crescimento da produção em escala, foi possível desenvolver novas técnicas de construção dos grupos geradores eolielétricos permitindo aumentar a capacidade unitária das turbinas, obtendo assim reduções graduais e significativas nos custos do quilowatt instalado e, conseqüentemente, uma substancial redução no custo da geração da energia elétrica.

Neste parágrafo temos como objetivo mostrar que a MATDASE pode ser uma alternativa para os grupos eolielétricos.

Uma turbina eólica capta uma parte da energia cinética do vento que passa através da área varrida pelo rotor e a transforma em energia mecânica de rotação. O eixo do rotor acionando o gerador elétrico transforma uma parte desta energia mecânica de rotação em energia elétrica. A potência elétrica gerada em watts é uma função da velocidade ao cubo do vento, dada por:

$$P = \frac{1}{2} \eta \cdot C_p \cdot \rho \cdot (\pi R^2) \cdot v^3 \quad (8.3.1)$$

onde η representa a eficiência do grupo gerador eolielétrico, isto é, o rendimento considerando as perdas no conjunto das transmissões mecânicas e as perdas no gerador, o termo C_p representa o coeficiente aerodinâmico de potência do rotor, cujo valor máximo é $C_{pm} = 0,593$ e o valor usual é $C_p = 0,45$, o termo ρ representa a massa específica do ar, que a 15°C e ao nível do mar vale $\rho = 1,225 \text{ (kg/m}^3\text{)}$, o termo R (m) representa o raio do rotor da turbina e v (m/s) representa a velocidade do vento.

Com a acentuada expansão das estações eólicas no mundo nos últimos anos, os geradores eólicos se encontram em franco desenvolvimento tecnológico, tendo como objetivo o aumento progressivo nas dimensões e capacidades de geração das turbinas. Na Fig. 8.3.1 são ilustradas as dimensões de turbinas disponíveis atualmente no mercado mundial, comparando-as com o Boeing 747. As turbinas eólicas de potência até 2 MW podem ser consideradas tecnologicamente desenvolvidas. As de potência maior que 2 MW, apesar de já disponíveis no mercado, ainda podem ser consideradas como em desenvolvimento.

Os rotores das turbinas eólicas são fabricados em materiais compostos, com tecnologias e requisitos de peso, rigidez e aerodinâmica, características de estruturas aeronáuticas.

A velocidade angular W_r (rad/s) do rotor da turbina é inversamente proporcional ao seu raio R , e pode ser calculada aproximadamente por:

$$w_r = \frac{p}{30} \left(6.90 + \frac{445}{R} \right) \quad (8.3.2)$$

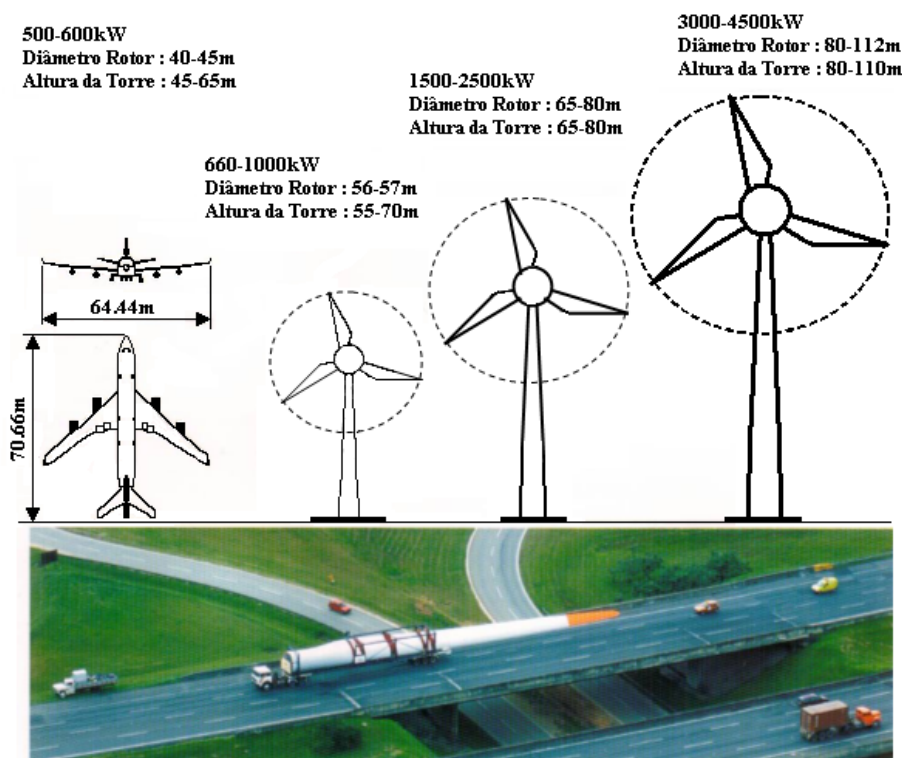


Fig. 8.3.1 - Dimensões típicas das turbinas eólicas no mercado atual comparando com as dimensões do Boeing 747.

Usualmente, a rotação é otimizada no projeto, para minimizar a emissão de ruído aerodinâmico pelas pás. À medida em que a tecnologia propicia dimensões maiores para as turbinas a rotação se reduz. As baixas rotações atuais tornam as pás visíveis e evitáveis por pássaros em voo. As turbinas eólicas construídas aerodinamicamente satisfazem as exigências de ruído, mesmo quando instaladas a distâncias da ordem de 300 m de áreas residenciais. Estes aspectos tornam a tecnologia eolielétrica ecologicamente correta, uma fonte alternativa e limpa de energia, com capacidade de geração da ordem de megawatts.

A geração de energia elétrica se inicia com velocidades de vento da ordem de $v_0 = 2,5$ (m/s). Abaixo deste valor, o conteúdo energético do vento não justifica o seu aproveitamento. Esta faixa de velocidade corresponde à região I mostrada no gráfico da Fig. 8.3.2.

Na região II, mostrada na figura 8.3.2, a velocidade do vento varia de $v_0 = 2,5$ (m/s) até $v_n = 12,0$ (m/s). Nesta região, a potência disponível no eixo do gerador varia com o cubo da velocidade do vento e corresponde à região onde ocorre o processo de conversão eletromecânica da energia do vento. Para velocidades de vento superiores a $v_n = 12,0$ (m/s) e menores que $v_m = 25,0$ (m/s), região III da Fig. 8.3.2, é ativado o sistema de limitação automático de potência da turbina, que pode ser por controle do ângulo de passo das pás ou por estol aerodinâmico, dependendo do modelo da turbina. Nesta região a potência disponível no eixo do gerador é constante e igual à potência nominal.

Para ventos muito fortes com velocidade superior a $v_m = 25,0$ (m/s), região IV no gráfico da Fig. 7.3.2, atua o sistema automático de proteção, reduzindo a rotação das pás e o gerador elétrico é desconectado da rede elétrica.

A turbina eólica, devido à característica do vento de não manter sua velocidade constante, não consegue transformar a energia do vento em energia mecânica mantendo a rotação do eixo constante. Em função desta característica, é necessário construir um grupo gerador eolielétrico que seja capaz de gerar energia elétrica e entregá-la à rede com frequência constante. Outra característica importante do grupo gerador eolielétrico é a baixa rotação desenvolvida pela turbina eólica. Estas características fazem com que a tecnologia de projeto e fabricação do grupo eolielétrico apresente particularidades diferentes dos grupos convencionais de geração de energia elétrica.

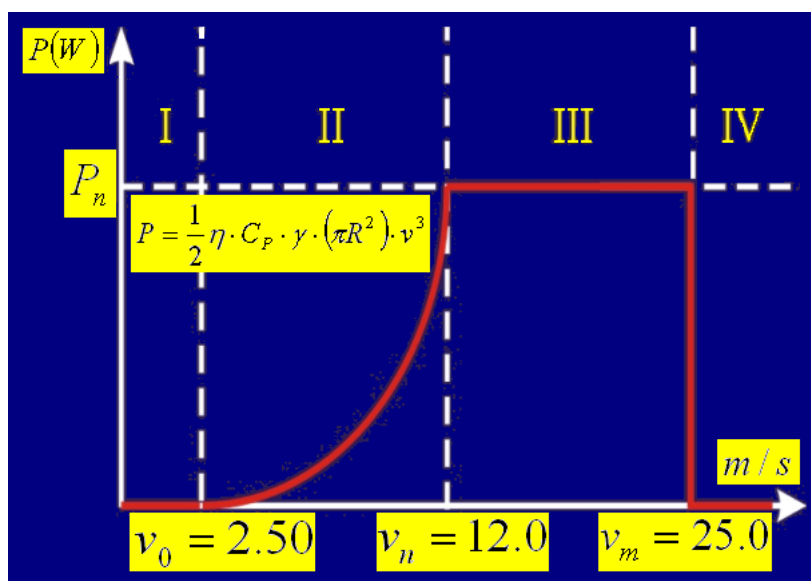


Fig. 8.3.2 - Curva de geração de energia elétrica em função da velocidade dos ventos.

A MATDASE é uma alternativa para o grupo eolielétrico porque atende as características peculiares da turbina eólica, ou seja, pode gerar energia elétrica com frequência constante mesmo variando a velocidade do eixo e também opera em baixas velocidades não necessitando o amplificador de velocidade multiestágio. A título de exemplo, vamos analisar um grupo eolielétrico de 1000 kW utilizando como gerador a MATRBGC, onde a curva de transformação de energia seja a mostrada na Fig. 8.3.2. A seguir apresentamos alguns parâmetros construtivos da máquina desenhada para atender a condição de geração. Esta máquina foi projetada aberta, isto é, a refrigeração é feita pelo ar que a atravessa.

- Modelo : MATRGDA800
- Carcaça IEC : 800
- Potência do Grupo : 1000kW
- Tensão Enrolamento Principal : 690 Volt – 6Y
- Tensão Enrolamento Auxiliar : 1500 Volt – 1Y
- Frequência : 60Hz
- Polaridades : 12/8 Pólos
- Fator de Serviço : 1.15
- Potência Aparente do Conversor : 400kVA
- Tensão nominal do Conversor : 440 Volt

Alguns dados construtivos:

- Diâmetro externo do pacote de chapas : 1420mm
- Diâmetro interno do pacote de chapas : 1140mm
- Comprimento do pacote de chapas : 750mm
- Constante de aproveitamento : 171,0 kJ/m³
- Constante de esbeltez : 3,408
- Torque máximo : 2,1 pu

Na Tab. 8.3.1 são mostradas algumas características de desempenho da máquina desenhada para atender a aplicação acima. Os valores mostrados na tabela são para a condição motor.

Tabela 8.3.1 – Características de desempenho da MATRGDA.

Desempenho	Pontos de Carga motor em (%) da Potência Nominal						
	Vazio	25	50	75	100	125	150
Potência na MP (kW)	0,000	250,0	500,0	750,0	1000,0	1250,0	1500,0
Rotação (rpm)	359,96	359,09	358,17	357,19	356,09	354,84	353,43
Torque no eixo (N.m)	359,97	7000	13689	20408	27175	33997	40890
Ip ₁ (A)	985,1	1030,8	1130,1	1280,3	1479,1	1720,1	1990,3
Ia ₁ (A)	2,823	64,178	127,13	192,18	260,58	333,60	411,46
Ua ₁ (V)	0,15	3,419	6,783	10,280	13,993	18,014	22,355
Rendimento (%)	0,00	85,8	91,3	92,7	93,0	92,9	92,8
Fator de Potência (%)	4,3	25,0	43,2	55,4	63,5	67,8	68,9
kVAr para FP=100(%)	23234	3873	2088	1503	1217	1084	1052

Observa-se claramente na Tab. 8.3.1 que o fator de potência desta máquina, quando não controlada, é baixo. As curvas que serão mostradas a seguir ilustram a operação da MATRGDA controlada pelo conversor. A simulação foi feita considerando o fator de potência na máquina principal unitário e a máquina operando como gerador acionado pela turbina eólica.

A Fig. 8.3.3 mostra a curva do torque desenvolvido no eixo da MATRGDA, na faixa de rotação de 70% a 130% da rotação síncrona natural.



Fig. 8.3.3 – Curva de torque desenvolvida no eixo da MATRGDA.

Na Fig. 8.3.3 o torque varia com o quadrado da rotação de 0,7 até 1,0 pu da rotação síncrona natural da máquina, esta faixa corresponde à região II da Fig. 8.3.2. De 1,0 até 1,3 pu o torque varia inversamente proporcional à rotação porque nesta faixa a turbina mantém a potência no eixo constante. Esta condição de rotação corresponde à região III da Fig. 8.3.2.

Consideramos, na nossa simulação que o conversor controla o fator de potência da máquina principal e o mantém constante e igual a 1.0 pu em toda a faixa de rotação da máquina.

As curvas da Fig. 8.3.4 mostram as potências ativas geradas pela máquina principal (linha de cor verde) e pela máquina auxiliar (linha de cor azul) e a potência ativa total entregue à rede (linha de cor vermelha). Na faixa de rotação de 0,7 a 1,0 pu a potência ativa líquida entregue à rede é menor que a gerada pela máquina principal. Isto ocorre porque a máquina auxiliar nesta faixa opera como motor, consumindo, desta forma, uma parcela da potência entregue pela turbina eólica. A partir de 1,0 pu a potência entregue à rede é constante, correspondendo à região III do gráfico

mostrado na Fig. 8.3.2. Nesta região a potência entregue à rede é maior que a gerada na máquina principal, porque nesta faixa a máquina auxiliar se comporta como gerador, gerando potência ativa e devolvendo à rede. Nesta condição, o conversor deve permitir o fluxo de potência ativa em sentido inverso, exigindo que o mesmo seja bidirecional. Outro detalhe importante é observar que na rotação síncrona natural (1 pu) a potência ativa da máquina auxiliar é positiva, permitindo desta forma a excitação da máquina para manter o fator de potência na máquina principal unitário.

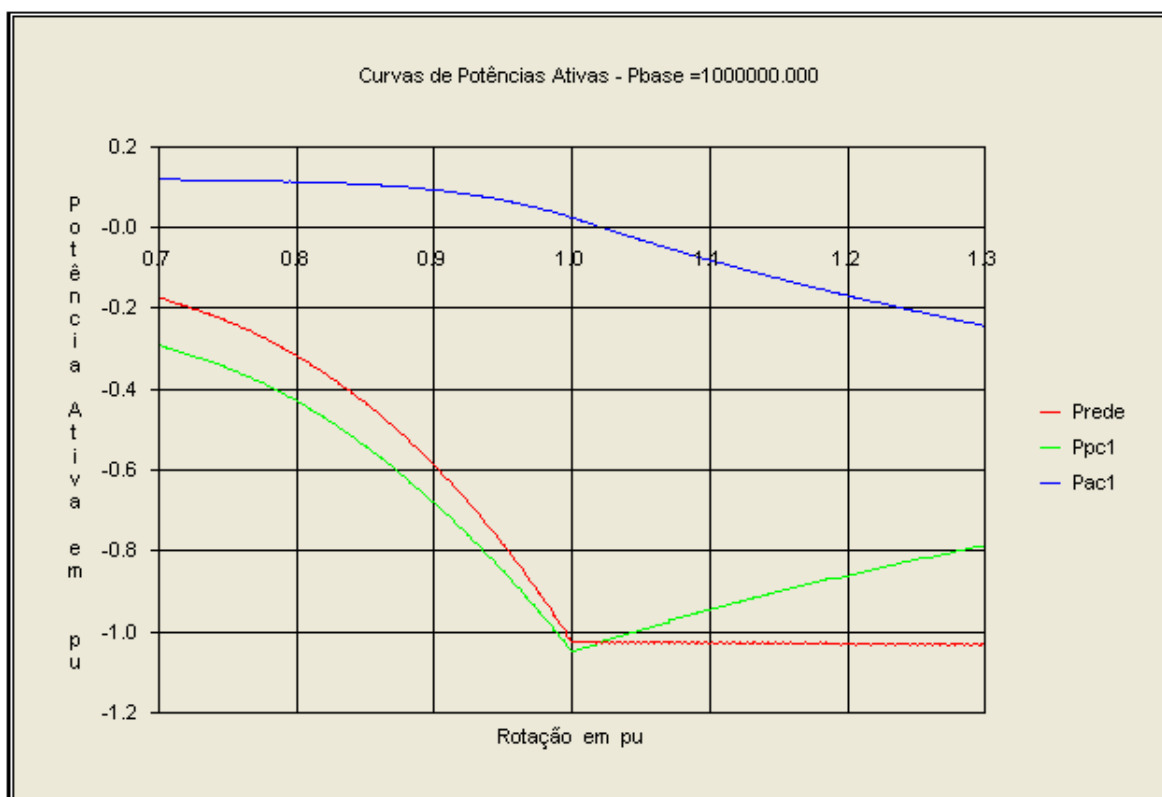


Fig. 8.3.4 – Curvas de potências ativa geradas pela MATRGDA.

A Fig. 8.3.5 mostra as potências reativas geradas pela máquina principal (linha de cor verde) e pela máquina auxiliar (linha de cor azul) e a potência reativa total entregue à rede (linha de cor vermelha). Neste caso, como a máquina está sendo controlada pelo conversor, mantendo o fator de potência unitário na máquina principal a potência reativa desta (linha de cor verde), é nula. A potência reativa da rede (linha de cor vermelha) então se torna igual à potência reativa da máquina auxiliar (linha de cor azul).

Na Fig. 8.3.5 na faixa de 0,7 a 1,0 pu da rotação a potência reativa gerada pela máquina principal é positiva, mostrando que o fluxo ocorre da rede para a máquina através do conversor. Na faixa de 1,0 a 1,3 pu a potência reativa é negativa, isto é, o fluxo ocorre no sentido da máquina para a rede através do conversor. Na rotação síncrona natural da cascata (1,0 pu) a potência reativa

gerada é nula, mostrando que nesta condição a MATDASE só necessita potência ativa para manter sua excitação, conforme mostrado no gráfico da Fig. 8.3.4. Neste ponto fica bem clara a semelhança da MATDASE com máquina síncrona.

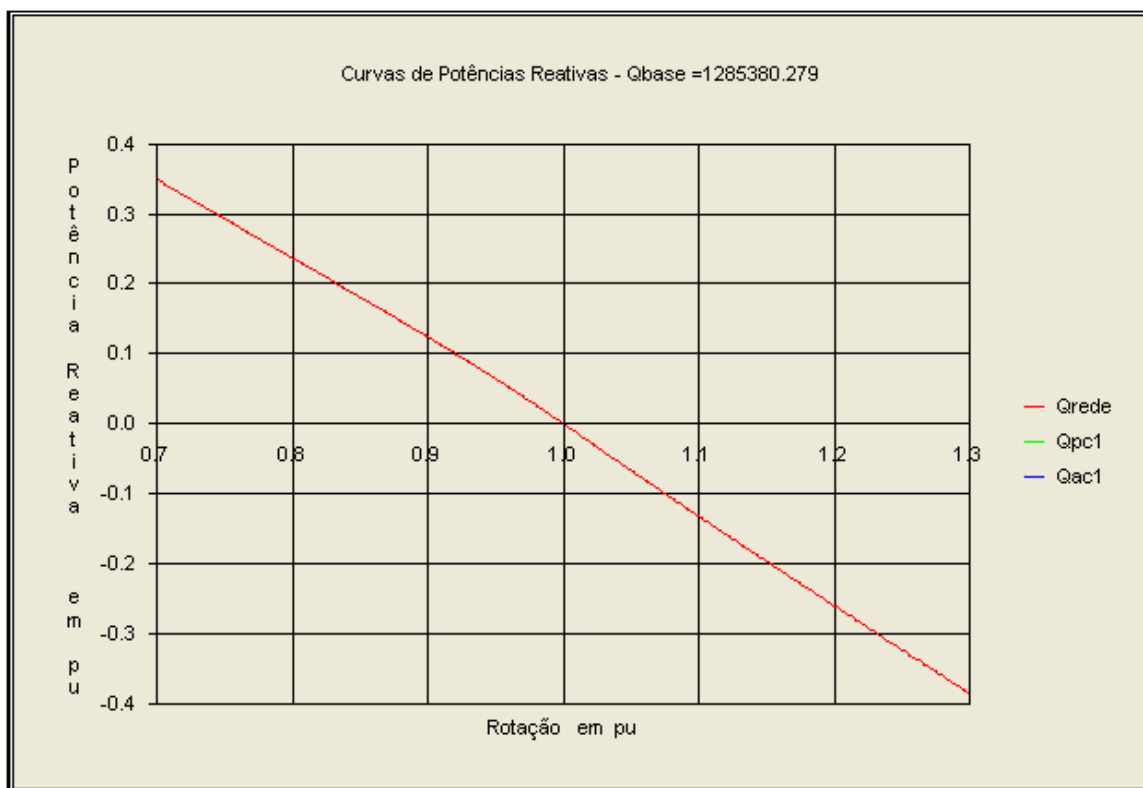


Fig. 8.3.5 – Potências reativas geradas pela MATRGDA

Na Fig. 8.3.6 temos os três fatores de potência: o da máquina principal (linha de cor verde), o da máquina auxiliar (linha de cor azul) e o da rede (linha de cor vermelha). O fator de potência da máquina principal é mantido constante em toda a faixa de rotação por ação do conversor. O fator de potência da máquina auxiliar é variável, porém, na rotação síncrona, se torna unitário, mostrando que neste ponto a potência reativa da máquina auxiliar é nula. Para a rede, o fator de potência na faixa de 0,9 a 1,3 pu, onde ocorre a maior parte da geração de energia elétrica, ele é praticamente unitário.

Uma das vantagens da MATDASE é de trabalhar em baixa velocidade simplificando o amplificador de velocidades. Neste exemplo, a rotação síncrona natural do gerador é 360rpm. A faixa de rotação de trabalho da turbina é de 16 a 30 rpm necessitando uma amplificação da ordem de 20 vezes. A Fig. 8.3.7 mostra esquematicamente o gerador acoplado à turbina através de um planetário de dois estágios, lubrificado com uma graxa especial, não necessitando de óleo lubrificante nem sistema de refrigeração do óleo.

Conforme têm sido afirmadas várias vezes no presente trabalho, a MATDASE se torna uma solução viável quando devidamente controlada através de um conversor bidirecional.

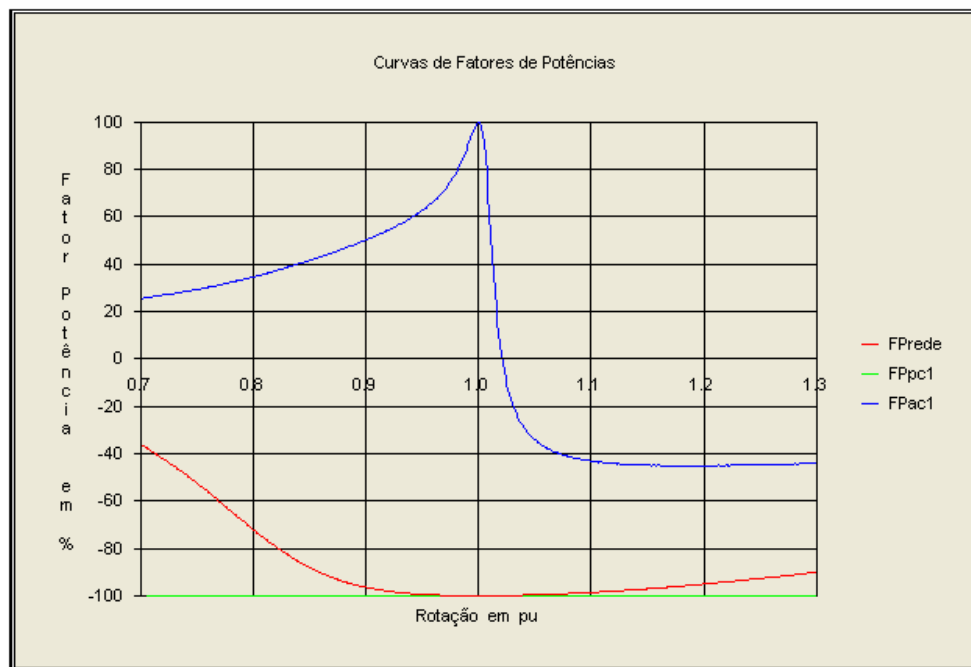


Fig. 8.3.6 – Fatores de potência da MATRGDA.

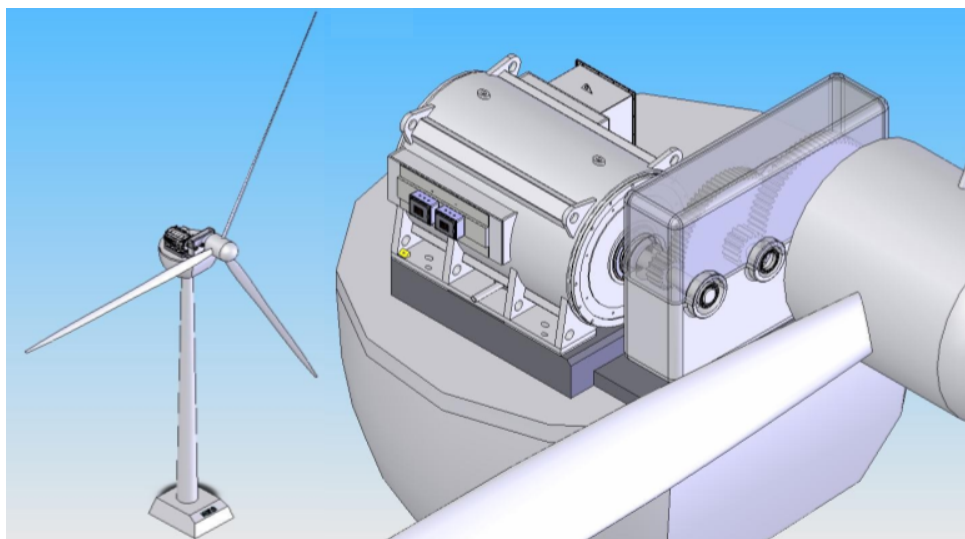


Fig. 8.3.7 – Gerador acoplado à turbina através de um planetário de dois estágios.

Com o objetivo de verificar esta afirmação, desenvolveu-se um modelo dinâmico, no Matlab/Simulink/SimPowerSystem, com uma estratégia de controle possibilitando fazer simulações com torques variáveis para determinadas condições de fator de potência, para a MATDASE e também para a MATRBAE que é duplamente alimentada com escovas. A simulação do fluxo de potência foi realizada com o protótipo MATRBGC-75kW-360rpm cujos parâmetros do circuito equivalente estão mostrados no parágrafo 3.6.3.

Uma segunda máquina assíncrona trifásica duplamente alimentada através de escovas [MATRBAE] de 75 kW e 360rpm, foi projetada de acordo com os critérios atualmente utilizados nos modernos geradores eolielétricos. O volume ativo e as características de desempenho são semelhantes à do protótipo MATRBGC-75kW-360rpm fabricado.

Com os dois modelos dinâmicos desenvolvidos no Matlab/Simulink/SimPowerSystem foram feitas simulações das duas máquinas considerando uma turbina eólica como máquina primária. A Fig. 8.3.8 mostra as duas máquinas consideradas nas simulações. As setas vermelhas indicam o sentido positivo do fluxo de potência no sistema. O significado das diversas potências está mostrado na Fig. 8.3.8, onde o sub índice “p” corresponde à máquina principal e o sub índice “a” corresponde à máquina auxiliar.

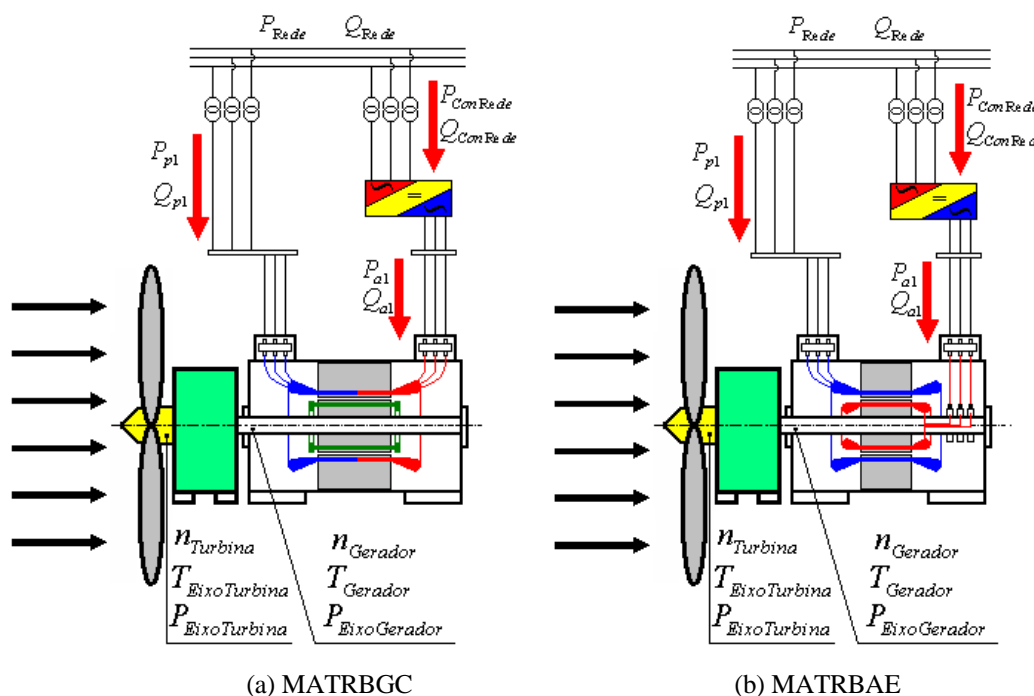


Fig. 8.3.8 – Fluxo de potência na simulação dinâmica.

Os resultados das simulações estão mostrados na Tab. 8.3.2. Foram feitas três simulações para cada máquina em condições de velocidade dos ventos de 5,0 m/s, 12 m/s e 18 m/s. O ponto nominal de operação do grupo turbina/gerador foi considerado na velocidade dos ventos de 12 m/s. Para velocidades do vento menores que 12 m/s a potência disponível no eixo da turbina varia com o cubo da velocidade conforme mostrado na Fig. 8.3.2. Para velocidades do vento acima de 12 m/s a potência disponível no eixo da turbina é constante e igual à potência nominal do gerador. Neste intervalo de velocidade o torque disponível no eixo da turbina decresce com a velocidade dos ventos. O comportamento do torque no eixo da turbina é mostrado na Fig. 8.3.3.

A rotação nominal de 50 rpm da turbina eólica corresponde à velocidade dos ventos de 12 m/s mostrada na Tab. 8.3.2 e foi estimada baseada nas Eqs. 8.3.1 e 8.3.2. Na rotação nominal da turbina o gerador se encontra na rotação síncrona de 360 rpm, devido ao amplificador de velocidade acoplado entre a turbina e o gerador. Na Tab. 8.3.2 também é mostrada a simulação para 70% e 130% da rotação nominal do conjunto turbina/gerador. A menor rotação corresponde à velocidade dos ventos de 5,0 m/s e a maior rotação a 18 m/s. Para as simulações, o conversor foi programado para manter o fator de potência da rede e da máquina principal unitário, o que corresponde a fazer com que as potências reativas na máquina principal Q_{p1} , da rede Q_{Rede} e do conversor do lado da rede $Q_{ConRede}$ sejam nulas. A correção do fator de potência é feito através do conversor do lado do enrolamento da máquina auxiliar a través do qual circula a potência reativa Q_{a1} . Quando a máquina opera na rotação síncrona, esta potência também é nula.

Tabela 8.3.2 – Fluxo de potências das máquinas MATRBGC e da MATRBAE controladas pelo conversor e acionadas pela turbina eólica.

Fluxo de Potência	MATRBGC-75kW-360rpm			MATRBAE-75kW-360rpm		
	Velocidade do Vento 5,0 m/s	Velocidade do Vento 12,0 m/s	Velocidade do Vento 18,0 m/s	Velocidade do Vento 5,0 m/s	Velocidade do Vento 12,0 m/s	Velocidade do Vento 18,0 m/s
$n_{Turbina}$ (rpm)	35	50	65	35	50	65
$T_{EixoTurbina}$ (N.m)	1746	16730	12870	1746	16730	12870
$P_{EixoTurbina}$ (kW)	6,40	87,60	87,60	6,40	87,60	87,60
$n_{Gerador}$ (rpm)	252	360	468	252	360	468
$T_{EixoGerador}$ (N.m)	236	2265	1743	236	2265	1743
$P_{EixoGerador}$ (kW)	6,24	85,40	85,40	6,24	85,40	85,40
P_{p1} (kW)	-7,8	-82,7	-63,2	-7,7	-82,3	-63,6
Q_{p1} (kV.Ar)	0	0	0	0	0	0
P_{a1} (kW)	4,8	4,1	-16,8	3,8	4,1	-16,6
Q_{a1} (kV.Ar)	30,6	0	-35,8	19,2	0	-24,0
$P_{ConRede}$ (kW)	5,4	6,0	-16,1	4,0	4,3	-16,4
$Q_{ConRede}$ (kV.Ar)	0	0	0	0	0	0
P_{Rede} (kW)	-2,4	-76,7	-79,3	-3,7	-78,0	-80,0
Q_{Rede} (kV.Ar)	0	0	0	0	0	0
Rend. Total (%)	37,50	87,56	90,53	57,80	89,04	91,32

Na Tab. 8.3.2 se observa que para rotações acima da rotação síncrona o rendimento das duas máquinas é melhor. Este fato ocorre porque a máquina auxiliar nesta faixa de rotação se comporta como gerador, fornecendo para a rede potência ativa e reativa, com isto melhorando a conversão eletromecânica da energia do sistema. A potência ativa da máquina auxiliar P_{a1} é positiva para rotações igual ou menor que a rotação síncrona indicando que nesta faixa de rotação ela se

comporta como motor, isto é, retira potência da rede através do conversor. Para rotações acima da síncrona a potência ativa da máquina auxiliar P_{a1} é negativa, significando que ela se comporta como gerador entregando energia para a rede através do conversor.

Se compararmos o desempenho como gerador da MATRBGC sem escovas com a MATRBAE com escovas podemos concluir que são bastante semelhantes, porém na MATRBGC o rendimento é bem melhor para rotações acima da rotação síncrona. Em rotações menores que a síncrona o rendimento é pior quando comparado com a máquina com escovas. Portanto a máquina sem escovas opera melhor em rotações acima da síncrona, apresentando a vantagem de não necessitar de escovas.

8.4. Geração de energia elétrica através de turbinas hidráulicas

Vimos que a MATDASE acionada por uma turbina eólica permite a maximização da transformação da energia do vento, devido sua flexibilidade na geração de energia mesmo quando existe variação de velocidade.

No Brasil, a maior parte da energia elétrica gerada é obtida por geradores síncronos acionados por turbinas hidráulicas. A turbina hidráulica é uma máquina primária que normalmente mantém a velocidade constante quando o nível do reservatório for constante. No entanto, existem muitos aproveitamentos hidroelétricos na faixa de até 5 MW onde o nível do reservatório nem sempre é constante fazendo com que a altura manométrica varie. Na turbina hidráulica é possível ajustar a operação do gerador em função da altura monométrica da água disponível no reservatório trabalhando no ponto de rotação onde o rendimento da turbina é máximo e evitando a cavitação que pode danificar a turbina.

Esta variação de rotação não é tão acentuada como na turbina eólica facilitando ainda mais o uso de geradores assíncronos. A MATDASE se constitui numa opção aplicável, porque além de satisfazer a condição de variação de velocidade não necessita de escovas fazendo com que seu custo operacional seja reduzido.

Outra característica importante das turbinas hidráulicas é o fato de serem máquinas primárias de baixa rotação, da ordem de poucas centenas de rotações por minuto, permitindo que a MATDASE seja acoplada diretamente à turbina não necessitando de ampliadores de velocidade que normalmente apresentam grandes problemas de manutenção.

8.5. Laboratório para ensaios de máquinas elétricas

Um laboratório de testes de máquinas elétricas exige que se tenha uma fonte de frequência variável e um dinamômetro que sirva de carga à máquina em teste e que seja capaz de gerar energia elétrica. As três máquinas, o gerador de frequência variável, o dinamômetro e a máquina em teste,

devem estar conectadas em uma malha fechada, fazendo com que se possa recuperar a maior parte da energia envolvida no processo de teste. A perda proveniente das máquinas envolvidas no processo é suprida pela rede elétrica. Com este sistema de testes com recuperação de energia, o custo da energia gasta é reduzido drasticamente. Na Fig. 8.5.1 mostramos um diagrama esquemático do princípio de recuperação de energia de um laboratório de capacidade de teste de rotor bloqueado de 5000 kV.A e capacidade de teste a plena carga de 2500 kW.

Na Fig. 8.5.1 a máquina 1 é um motor síncrono que está ligado a rede elétrica e aciona o gerador CC que é a máquina 2. Através destas duas máquinas circulam todas as perdas do sistema, inclusive as da máquina em teste 5. A máquina 3 é um motor CC que é alimentado pelas máquina 2 e o dinamômetro 6 e sua função é acionar o gerador de frequência variável 4. A máquina 3 é controlada podendo variar a sua velocidade e com isto variar a frequência gerada no gerador síncrono 4. Na saída do gerador síncrono 4 de frequência variável existe um transformador com a finalidade de suprir os diversos níveis de tensão necessários para alimentar as máquinas em teste 5. Quando a máquina em teste 5 for um motor, esta aciona o dinamômetro CC 6 que é capaz de gerar energia na forma CC realimentando o motor CC 3. Neste caso o fluxo de potência ocorre no sentido horário conforme mostrado na Fig. 8.5.1.

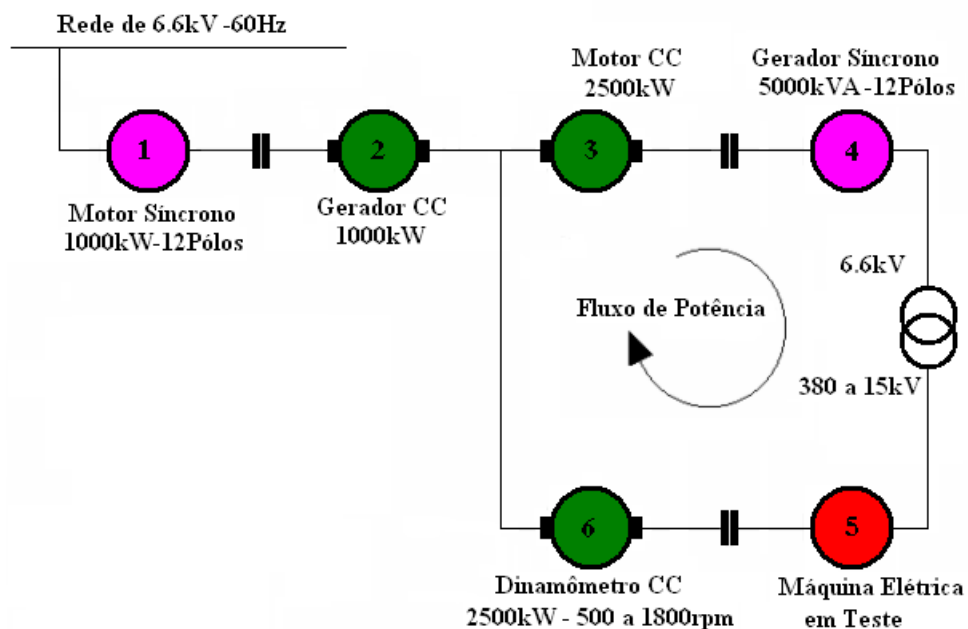


Fig. 8.5.1 – Laboratório de teste com recuperação de energia usando dinamômetro CC com gerador síncrono

Quando a máquina em teste 5 for um gerador, este é acionado pelo dinamômetro CC 6 que funciona como um motor. A máquina em teste então funciona como um gerador CA alimentando o

gerador síncrono 4 que agora funciona como motor. Para isto esta máquina deve ser projetada para trabalhar tanto como motor e como gerador síncrono. Nesta condição de ensaios o fluxo de potência circula no sentido anti-horário.

Este sistema de ensaios de máquinas elétricas funciona bem, porém, apresenta um custo de manutenção alto devido ao uso de três máquinas CC.

Uma alternativa para este laboratório pode ser construída a partir da MATDASE, conforme mostrado esquematicamente na Fig. 8.5.2.

A máquina 1 é uma MATDASE que ligada diretamente à rede aciona o gerador síncrono 2 que é a fonte de frequência variável. É através da máquina 1 que a potência é retirada da rede. Como a velocidade da máquina 1 pode ser variada a frequência gerada pela máquina 2 é variável. A frequência pode ser facilmente variada na faixa de 42 a 78 Hz, o que atende perfeitamente a necessidade do laboratório. O gerador de frequência variável 2 alimenta a máquina em teste através de um transformador que pode adequar o nível de tensão desejada no teste. A máquina em teste 3 aciona a MATDASE 4 que funciona como gerador devolvendo uma parte da energia à rede.

Os dois enrolamentos principal e auxiliar da máquina 4 devem ser projetados para atender a necessidade da potência de teste nas três situações mostradas na tabela da Fig. 8.5.2.

A primeira situação corresponde à faixa de maior velocidade de teste de 1200 a 1800 rpm. Nesta situação a MATDASE 4 é ligada à rede através do conversor somente pelo enrolamento auxiliar de 4 pólos. O enrolamento principal de 10 pólos fica aberto. Assim a máquina opera como uma MATRGAU onde a regulação de velocidade é feita pelo conversor que desacopla a máquina da rede através do link CC. Para poder atender a potência máxima de ensaios, que é de 2500 kW, o conversor deve estar dimensionado para a potência nominal da MATDASE.

A segunda situação corresponde à faixa de média velocidade de teste de 600 até 1000 rpm. Nesta condição, o enrolamento principal de 10 pólos é conectado à rede através do conversor, ficando o enrolamento auxiliar de 4 pólos em aberto. Nesta condição a máquina opera como uma MATRGAU e a regulação de velocidade é feita pelo conversor.

A terceira é a faixa de menor velocidade de teste de 360 a 514 rpm. O limite inferior desta faixa pode ser reduzido ainda mais porque, como o conversor tem a mesma potência da MATDASE, é possível controlar esta máquina em rotações até próxima de zero. Para atender esta faixa de trabalho a máquina 4 é conectada à rede em cascata, conforme mostrado na Fig. 8.5.2.

Quando a máquina em teste 3 é um gerador o processo inverso deverá ser seguido. A máquina 4 funciona como motor e a máquina 1 como gerador sendo acionada pela máquina 2 que então opera como motor. O fator de potência do sistema é corrigido através do controle vetorial dos

dois conversores, o conectado à máquina 1 e o conectado à máquina 4. Ainda na situação da máquina em teste ser um gerador síncrono, o teste em carga pode ser feito conectando-a diretamente à rede e acionando-a através da máquina 4. Esta condição além de reduzir as perdas no processo de ensaios, porque somente uma máquina do sistema é utilizada, dobra a capacidade de ensaios haja, visto que a máquina 1 também pode ser usada simultaneamente para acionar outra máquina de teste como gerador.

Comparando o sistema mostrado na Fig. 8.5.1 com o mostrado na Fig. 8.5.2, percebe-se pelo menos três vantagens do segundo sobre o primeiro:

- § Menor custo inicial;
- § Menores custos de manutenção e operacional das máquinas;
- § Maior flexibilidade na realização de ensaios.

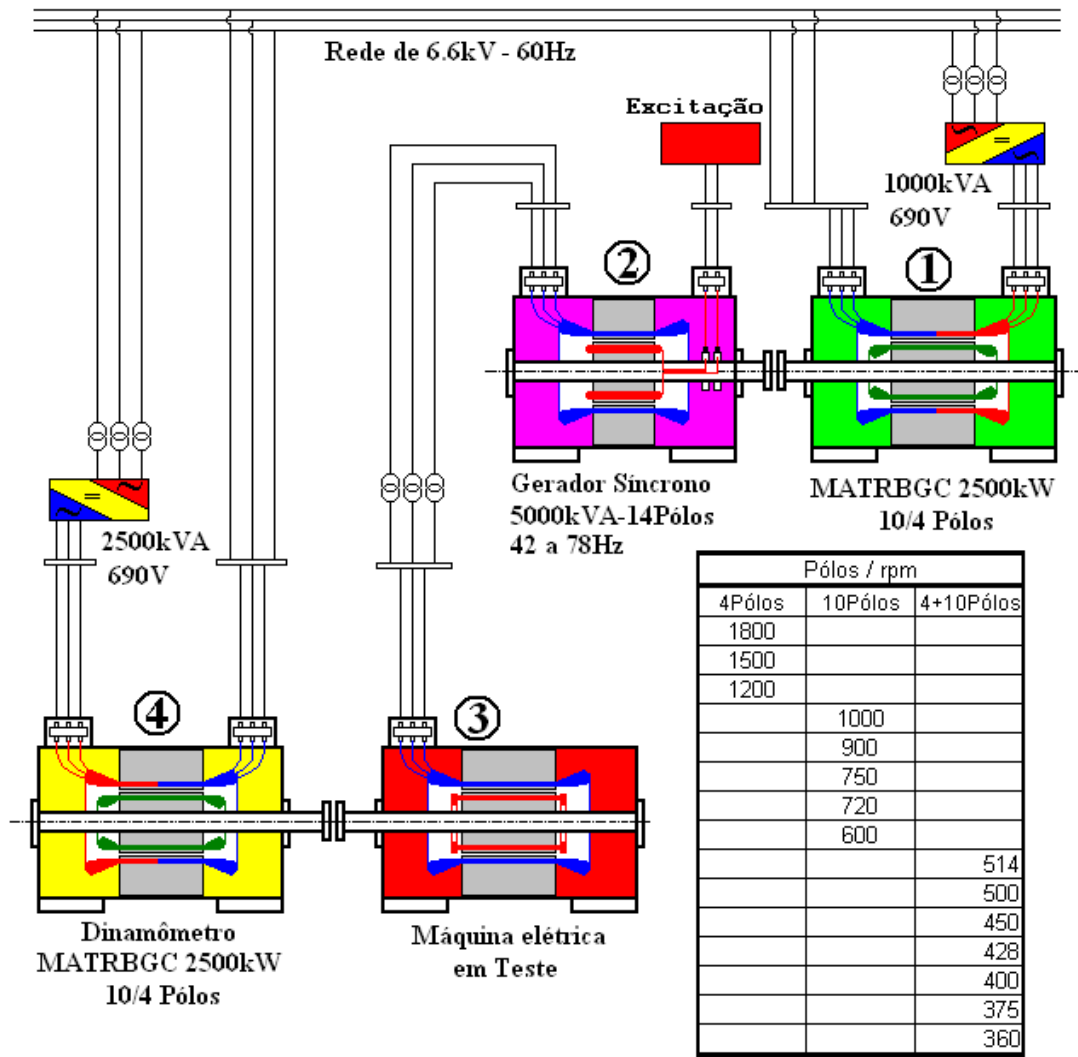


Fig. 8.5.2 – laboratório de teste com recuperação de energia usando dinamômetro como MATDASE e com gerador síncrono

9. Conclusão

Este trabalho teve como objetivo responder aos três questionamentos feito na conclusão do Capítulo 2, Parágrafo 2.9. Para poder responder a estes questionamentos com uma boa base teórica e experimental foi, primeiramente, estudado detalhadamente o princípio de funcionamento da MATDASE no capítulo 3. Em seguida foi desenvolvido um modelo em regime permanente e em regime dinâmico para os três tipos de MATDASE, ou seja, para a MATRBDA, para a MATRBGC e para MATRGDA. O primeiro foi desenvolvido no capítulo 4 e o segundo no capítulo 5. Com estes modelos foi possível analisar detalhadamente o comportamento da MATDASE em regime permanente e em regime dinâmico. Como o núcleo magnético desta máquina compartilha os dois enrolamentos principal e auxiliar, pode estar sujeita a excitações eletromagnéticas fortes impondo níveis de vibrações não aceitáveis. Para analisar o comportamento quanto à vibração, foi desenvolvido no capítulo 6 uma análise detalhada destas excitações, bem como suas respostas, utilizando o método de análise modal.

Um modelo em elementos finitos também foi elaborado para uma análise teórica comparativa entre os métodos analíticos aqui desenvolvidos.

Para validar todas estas bases teóricas foram construídos dois protótipos, o primeiro MATRGDA-315 de 15 kW de 12/8 pólos e um segundo MATRBGC-560 de 75 kW de 12/8 pólos.

Uma boa acurácia entre os valores teóricos e práticos foi verificada, conforme mostrados nos capítulos 4, 5 e 6.

No capítulo 7 foram analisados os critérios básicos do projeto da MATDASE e a comparação com as máquinas assíncronas usuais demonstrou que a densidade volumétrica de energia da MATDASE é um pouco menor. Mostrou também que a maior dificuldade durante a fase de projeto está relacionado com seu baixo fator de potência. O fator de potência baixo desta máquina é decorrente da característica construtiva, devido ao fato de, no entreferro da máquina, coexistirem os dois campos magnéticos fundamentais, o principal e o auxiliar, saturando mais rapidamente o circuito magnético. Este problema pode ser minimizado através do uso de capacitores ou quando conectada a um conversor de frequência pelo controle vetorial do conversor.

Em resposta a primeira pergunta feita no parágrafo 2.9 que se refere ao comportamento da MATDASE quanto à vibração, foi mostrado no capítulo 6 que a máquina é mais sensível às excitações eletromagnéticas. Porém uma análise detalhada e seguindo critérios adequados conforme os mostrados no capítulo 7, na fase de projeto, pode-se garantir o bom desempenho quanto à vibração.

Para responder o segundo questionamento, com relação à velocidade de operação da MATDASE, vamos definir primeiro o que significa alta e baixa velocidade. Consideramos alta

velocidade as aplicações que requerem velocidade acima de 1000rpm, média velocidade de 500 a 1000rpm, baixa velocidade aquelas que requerem velocidade menor que 500rpm.

Conforme mostrado no capítulo 3, na aplicação da MATDASE só interessa a conexão em cascata “mais”. Nesta conexão a máquina se comporta como uma máquina de indução com número de pares de pólos que é dado pela soma dos pares de pólos da máquina principal e auxiliar, tendo como consequência a velocidade síncrona natural mais baixa. Portanto, a resposta para a segunda pergunta é de que a MATDASE é uma solução adequada para as aplicações onde se requer velocidade média ou baixa, não sendo adequada para altas velocidades.

Quanto ao terceiro questionamento a resposta praticamente já foi dada no capítulo 8, nos parágrafos 8.2 a 8.5, onde analisamos algumas aplicações da MATDASE. Apesar da necessidade de correção do fator de potência a MATDASE pode ser aplicada com vantagem nas cargas que requerem regulação de velocidade, ou nas que exigem partidas pesadas, pois não necessita do sistema escovas e porta escovas reduzindo, desta forma, os custos operacionais e de manutenção. Conforme o exemplo analisado no parágrafo 8.2 a MATDASE apresenta rendimento superior quando comparada com a solução convencional, devido à característica de regulação de velocidade feita pelo conversor evitando as perdas adicionais no reostato externo.

Para aplicação em geração de energia onde a máquina primária tem como característica a variação de velocidade, que é o caso da geração eólica, mostramos no capítulo 8 parágrafo 8.3 que a MATDASE é perfeitamente aplicável com a grande vantagem de não necessitar de escovas, e o conversor ser de potência nominal menor, reduzindo bastante os custos iniciais.

Como conclusão de todo o trabalho podemos afirmar que a MATDASE é adequada para aplicações, tanto como motor ou como gerador, onde se requer:

- Médias e baixas rotações nominais;
- Grande torque de partida;
- Aceleração de grandes inércias;
- Regulação de velocidades.

A vantagem principal desta máquina é de não necessitar de escovas, reduzindo os custos operacionais. A desvantagem é o fato de apresentar o rendimento um pouco menor quando comparada com as demais máquinas elétricas.

Referências Bibliográficas

- [1] L.J. Hunt. “A new type of Induction” - Journal Institution of Electrical Engineers, Vol. 38, pp. 648-667, 1907.
- [2] A. R. W. Broadway and L. Burbridge. “Self Cascade machine: a low-speed motor or high-frequency brushless alternator” Proceedings Institution of Electrical Engineers, Vol. 117, pp. 1277-1290, 1970.
- [3] Fräger, Carsten. “Neuartige Kaskadenmaschine für Bürstenlose Drehzahlstell-Antriebe mit geringen Strom-richter Aufwand” –VDI-Verlag GmbH. Dusseldorf – 1995 Printed in Germany.
- [4] Y. Liao. (1996, August) “Design of a Brushless Doubly-Fed Induction Motor for Adjustable Speed Drive Applications”. Conference Record of the Thirty-First IEEE/IAS Annual Meeting, Volume 2, pp. 850–855.
- [5] S. Williamson, A.C. Ferreira and A.K. Wallace. (1997, March). “Generalized Theory of Brushless Doubly-Fed Machine. Part 1: Analysis”. *IEE Proc. Elect. Power Appl.*, Vol 144, No 2, pp. 111-122.
- [6] S. Williamson, A.C. Ferreira, A.K. Wallace. (1997, March). “Generalised Theory of Brushless Doubly-Fed Machine . Part 2: Model verification and Performance”. *IEE Proc. Elect. Power Appl.*, v. 144, n. 2, pp. 123-129.
- [7] Ruqui Li, Alan Wallace, Rene Spée . “ Dynamic Simulation of Brushless Doubly-Fed Machines” – Departement of Electrical & Computer Engineering – Oregon State University –Corvallis, OR 97331 –Páginas 59 a 66.
- [8] Ruqui Li, Alan Wallace, Rene Spée . “Two Axis Model of Brushless Doubly-Fed Machines” – Departement of Electrical & Computer Engineering – Oregon State University –Corvallis, OR 97331 –Páginas 49 a 56.
- [9] Hian K. Lauw, Alan Wallace, Rene Spée . “Performance Simulation of Brushless Doubly-Fed Machines” – Departement of Electrical & Computer Engineering – Oregon State University –Corvallis, OR 97331 –Páginas 41 a 45.
- [10] Hian K. Lauw, Alan Wallace, Rene Spée . “Dynamic Modeling of Brushless Doubly-Fed Machines” – Departement of Electrical & Computer Engineering – Oregon State University –Corvallis, OR 97331 –Páginas 33 a 38.
- [11] R. Li, R. Spée, A. K. Wallace and G. C. Alexander. (1994, July/August). ”Synchronous Drive Performance of Brushless Doubly-Fed Motors”. *IEEE Trans. on Ind. Appl.*, v. 30, n. 4, pp. 963-970.
- [12] B. Hopfensperger, D. J. Atkinson, R. A. Lakin – Cascaded Brushless Doubly-Fed Machines for Variable Speed Wind Power Generation: na Overview – Department of Electrical and Electronic Engineering University of Newcastle. Newcastle upon Tyne, NE1 7RU, Great Britain.

- [13] Patrick Rochelle, R. Spée , A. K. Wallace. “The effect of Stator Winding Configuration on the Performance of Brushless Doubly-Fed Machines in Adjustable Speed Drive” – Departement of Electrical & Computer Engineering – Oregon State University –Corvallis, OR 97331 –Páginas 87 a 93.
- [14] Rene Spée, William R. Brasfield, Thomas G. Habetler . “Direct Torque Control for Brushless Doubly-Fed Machines” –1992 IEEE – Industry Application Society – Annual meeting, Houston, TX.
- [15] Ruqui Li, Alan Wallace, Rene Spée and G. C. Alexander . “ Synchronous Drive Performance of Brushless Doubly-Fed Motors” –1992 IAS annual meeting.
- [16] S. Williamson, A.C. Ferreira . “Iron Losses and Saturation in Brushless Doubly-Fed Machines”.
- [17] S. Williamson, A.C. Ferreira . “Time Steping Finite-Element Analysis of Brushless Doubly-Fed Machines Taking Iron Losses and Saturation in to Account”.
- [18] Alsom Kemp, Michael Boger, Ernesto Widenbrüg, Alan Wallace. “Invetigation of Rotor Current Distributions in Brushless Doubly-Fed Machines” – Departement of Electrical & Computer Engineering –Oregon State University
- [19] Michael Von Dolivo-Dobrowolsky. “Leben und Bedeutung” – Gerhard Hosemann – ETZ 91. Jargang 16. Januar 1970, Heft 1.
- [20] Edgar Vorndran. “Entwicklungsgeschite der elektrischen Maschinen” – EMA no.s 8 e 9 , agosto/setembro 1982.
- [21] Rüncos, Fredemar. “Máquina Assíncrona Trifásica Brushless em Cascata Duplamente Alimentada”. Dissertação de Mestrado, UFSC – Florianópolis –SC - 2001.
- [22] A. M. Oliveira, P. Kuo-Peng, N. Sadowski, F. Rüncos, R. Carlson, P. Dular. (2003, July). “Finite Element Analysis of a Double Winding Induction Motor with a Special Rotor Bars Topology”. *Proc. of COMPUMAG'2003*, Saratoga Springs, NY USA.
- [23] Krause Paul C. & Wasynczuk. Oleg & Sudhoff Scott D. –“Analysis of Electric Machinery” Institute of Electrical na Electronic Enginners, Inc. 375 – East 47 th Streets New York, NY 10017 – 2394 – 1995.
- [24] F. Rüncos , R. Carlson, A.M.Oliveira , P. Kuo-Peng , N. Sadowski, “Performance Analysis of a brushless Double Fed Cage Induction Generator ”. Nord Wind Power Conference, 1-2 March, 2004, Chalmers University of Technology .
- [25] Sebastião Lauro Nau. “Desenvolvimento de um método de cálculo para determinação do ruído acústico de origem magnética gerado por motores de indução trifásicos”. Dissertação de Mestrado, UFSC – Florianópolis –SC - 2000.
- [26] JORDAN, H. “Gerauscharme Elektromotoren”. Verlag W. Girardet, Essen, Alemanha, 1950.

- [27] FROHNE, H. “Über die primäre Bestimmungsgrößen der Lautstärke bei Assynchronmaschinen”. Alemanha, 1959. Doktor-Ingenieur Dissertation – Institut für elektrische Maschinen – Technische Hochschule Hannover.
- [28] Neves, C. G. C. “Uma Metodologia de Modelagem e Análise das Vibrações de Origem Magnética nas Máquinas Elétricas Rotativas por Elementos finitos e Procedimentos Experimentais”. Tese de Doutorado, UFSC – Florianópolis –SC – 1999.
- [29] F. Rincos, R. Carlson, A.M.Oliveira, P. Kuo-Peng, N. Sadowski, C.G.C. Neves. “Vibration Analysis of a Doubly-Feed Twin Stator Cage Induction Generator”. Speedam, Italy, June 2004.
- [30] F. Rincos, A. M. Oliveira, P. Kuo-Peng, N. Sadowski, R. Carlson. “Performance Analysis of a Double Fed Twin Stator Cage Induction Generator”, 6th International Conference on Electrical Machines [ICEM], Institute of Mechatronics and Information Systems, Technical University of Lodz, Poland – 5-8, September 2004, Cracow, Poland.
- [31] F. Rincos, R. Carlson. (2002, September). “Dynamic and Steady State Behavior of Cascaded Brushless Doubly-Feed Induction Machines”. *ICEM'2002*, Brugge, Belgic.
- [32] Neves, C. G. C., Carlson, R., Sadowski, N., Bastos, J. P. A., Soeiro, N. S., Gerges, S. N. Y.. “Experimental and Numerical Analysis of Induction Motor Vibrations”. *IEEE Transactions on Magnetism*, 1999, v35, n3, 1314-1317.
- [33] Antonio Carlos Ferreira. “Analysis of Brushless Doubly-Fed Induction Machines” St Edmund’s College- Cambridge University – September 1996
- [34] Seinsch Hans Otto. “Oberfelderscheinungen in Drehfeldmaschinen” “Grundlagen zur Analytischen Berechnung” –B.G. Teubner Stuttgart – 1992 – Printed in Germany.
- [35] Alger Philip L. “Induction Machines – Their Behavior and Uses” – Gordon and Breach Science Publishers AS – Postfach – 4004 Barel – Switzerland – 1995.
- [36] Richter, Rudolf – “Elektrische Maschinen – Die Induktionsmaschinen” Verlag Birkhäuser AG, Barel, 1954 – Página 315 – 358.
- [37] M. Kostenko & L. Piotrovski – “Máquinas Elétricas” – Vol. II – Edições Lopes da Silva, Porto, 979, traduzido por Antônio Fernando Magalhães – Página 612 – 621, 694 – 704.
- [38] A.M. Oliveira – “Modelagem de Máquinas Elétricas e Seus Circuitos Associados Utilizando o método de Elementos Finitos 2D” – Tese de Doutorado, UFSC - Florianópolis –SC -2004.

APÊNDICE

A

Ensaio da Performance do Protótipo

MATRGDA-FAF315-15kW

**LABORATÓRIO DE ENSAIOS ELÉTRICOS - BAIXA TENSÃO
WEG MÁQUINAS**

RELATÓRIO DE ENSAIO DE PROTÓTIPO MATRGDA 315

POTÊNCIA: 15KW / 5KW
TENSÃO: 440 / 1200 V
POLARIDADE: 12 / 8 Pólos
FREQUÊNCIA: 60 Hz

Jaraguá do Sul
Abril, 2005

SUMÁRIO

1- INTRODUÇÃO	272
2- EQUIPAMENTOS DE MEDIÇÃO	272
3- MEDIÇÃO DA RESISTÊNCIA A FRIO	272
3.1- Procedimentos	272
3.2- Resultados	272
3.2.1- Acessórios	272
3.2.2- Bobinado Principal (12 pólos)	272
3.2.3- Bobinado Auxiliar (8 pólos)	273
4- ENSAIOS DA MÁQUINA PRINCIPAL	273
4.1- Ensaios em Carga	273
4.2- Curva de Partida	273
5- ENSAIOS DA MÁQUINA AUXILIAR	274
5.1- Ensaios em Carga	274
5.2- Curvas de Partida	274
6- ENSAIOS ALIMENTANDO PRINCIPAL (12 PÓLOS) COM AUXILIAR (8 PÓLOS) EM CURTO	275
6.1- Ensaios em Carga	275
6.2- Curvas de Partida	276
7- ENSAIOS ALIMENTANDO PRINCIPAL (12 PÓLOS) COM AUXILIAR (8 PÓLOS) CONECTADO A RESISTÊNCIAS	278
7.1- Ensaios em Carga	278
7.2- Curvas de Partida	278
8- ENSAIOS DE VIBRAÇÃO	280
9- ACOPLAMENTO MAGNÉTICO ENTRE O BOBINADO PRINCIPAL E AUXILIAR	282
9.1- Alimentando Bobinado Principal	282
9.2- Alimentando Bobinado Auxiliar	284

LISTA DE TABELAS

Tabela 3.2.21- Ensaio de Resistência a Frio no Bobinado Principal (12P)	273
Tabela 3.2.3.1- Ensaio de Resistência a Frio no Bobinado Auxiliar (8P)	273
Tabela 4.1.1- Ensaio em Carga como Motor da Máquina Principal (12P)	273
Tabela 5.1.1- Ensaio em Carga como Motor da Máquina Auxiliar (8P)	274
Tabela 6.1.1- Ensaio em Carga como Motor – Alimentado Principal (12P) com Auxiliar (8P) em Curto	275
Tabela 6.1.2- Ensaio em Carga como Gerador – Alimentado Principal (12P) com Auxiliar (8P) em Curto	276
Tabela 7.1.1- Ensaio em Carga como Motor – Alimentando Principal (12P) com Auxiliar (8P) conectado a 1,89 Resistência de Fase do Enrolamento Auxiliar	278
Tabela 7.1.2- Ensaio em Carga como Gerador – Alimentando Principal (12P) com Auxiliar (8P) conectado a 1,89 Resistência de Fase do Enrolamento Auxiliar	278

LISTA DE FIGURAS

Figura 4.2.1- Curva de Torque x Rotação da Máquina Principal – Ensaída	274
Figura 5.2.1- Curva de Torque x Rotação da Máquina Auxiliar – Ensaída	275
Figura 6.2.1- Curva de Torque x Rotação – Alimentando Principal (12P) com Auxiliar (8P) em Curto	276
Figura 6.2.2- Curva de Potência x Rotação Alimentando Principal (12P) com Auxiliar (8P) em Curto	277
Figura 6.2.3- Curva de Potência x Rotação Alimentando Principal (12P) com Auxiliar (8P) em Curto	277
Figura 7.2.1- Curva de Torque x Rotação – Alimentando Principal (12P) com Auxiliar (8P) Conectado a 1,89 Resistência de Fase do Enrolamento Auxiliar	279
Figura 7.2.2- Curva de Potência x Rotação – Alimentando Principal (12P) com Auxiliar (8P) Conectado a 1,89 Resistência de Fase do Enrolamento Auxiliar	279
Figura 7.2.3- Curva de Corrente x Rotação – Alimentando Principal (12P) com Auxiliar (8P) Conectado a 1,89 Resistência de Fase do Enrolamento Auxiliar	280
Figura 8.1- Diagrama dos Pontos de medição de Vibração	280
Figura 8.2- Espectro de Vibração em Carga – Domínio da Frequência (140Hz) – Stacked – 352 rpm / 397,2 Nm	281
Figura 8.3- Espectro de Vibração em Carga – Domínio da Frequência (140Hz) – Waterfall – 352 rpm / 397,2 Nm	281
Figura 8.4- Espectro de Vibração em Carga – Domínio da Frequência (1000Hz) – Stacked – 352 rpm / 397,2 Nm	281
Figura 8.5- Espectro de Vibração em Carga – Domínio da Frequência (1000Hz) – Waterfall – 352 rpm / 397,2 Nm	282
Figura 8.6- Espectro de Vibração em Carga – Domínio do Tempo	282
Figura 9.1.1- Alimentando Principal (12P) com Auxiliar (8P) em Aberto / Forma de Onda da Tensão Induzida no Bobinado Auxiliar / Ligação: Principal Y e Auxiliar Y / em Vazio	283
Figura 9.1.2- Alimentando Principal (12P) com Auxiliar (8P) em Aberto / Espectro de Tensão Induzida no Bobinado Auxiliar / Ligação: Principal Y e Auxiliar Y / em Vazio	283
Figura 9.1.3- Alimentando Principal (12P) com Auxiliar (8P) em Curto / Forma de Onda da Corrente Induzida no Bobinado Auxiliar / Ligação: Principal Y e Auxiliar Y / em Vazio	284
Figura 9.1.4- Alimentando Principal (12P) com Auxiliar (8P) em Curto / Espectro da Corrente Induzida no Bobinado Auxiliar / Ligação: Principal Y e Auxiliar Y / em Vazio	284

- Figura 9.2.1-** Alimentando Auxiliar (8P) com Principal (12P) em Aberto / Forma de Onda da Tensão Induzida no Bobinado Principal / Ligação: Principal Y e Auxiliar D / em Vazio 285
- Figura 9.2.2-** Alimentando Auxiliar (8P) com Principal (12P) em Aberto / Espectro da Tensão Induzida no Bobinado Principal / Ligação: Principal Y e Auxiliar D / em Vazio 285
- Figura 9.2.3-** Alimentando Auxiliar (8P) com Principal (12P) em Curto / Forma de Onda da Corrente Induzida no Bobinado Principal / Ligação: Principal Y e Auxiliar D / em Vazio 286
- Figura 9.2.4-** Alimentando Auxiliar (8P) com Principal (12P) em Curto / Espectro da Corrente Induzida no Bobinado Principal / Ligação: Principal Y e Auxiliar D / em Vazio 286

1- INTRODUÇÃO

Este relatório tem por objetivo apresentar os resultados dos ensaios realizados no protótipo MATRGDA 315 – 15kW.

O protótipo testado foi montado em uma carcaça aletada 315 com potência nominal de 15kW(12 pólos),e 5KW(8 pólos) frequência de alimentação de 60Hz. No estator o enrolamento auxiliar é de 8 pólos 1200 V / 690V e o enrolamento principal de 12 pólos 440 V / 254 V, ambos com 6 cabos de saída.

No início do relatório serão apresentados os equipamentos utilizados nos ensaios, com uma breve descrição de sua função.

Os procedimentos utilizados serão apresentados ao longo do relatório preferencialmente no início dos capítulos.

2- EQUIPAMENTOS DE MEDIÇÃO

Neste capítulo serão apresentados os equipamentos de medição utilizados nos ensaios, sua função e uma breve apresentação de suas características.

- § Fonte DC HP6684A - Aplicação da Corrente DC para medição da resistência dos enrolamentos.
- § Milivoltímetro Fluke 45 - Medição da Queda de Tensão nos Enrolamentos para determinação da resistência.
- § Multímetro Fluke 11 - Multímetro utilizado para medição da resistência dos Pt100.
- § Registrador Yokogawa LR8100 - Registrador Gráfico Multipenas utilizado para obtenção das Curvas de Partida.
- § Wattímetro Yokogawa WT130 - Analisador de Potência Trifásico utilizado para as medições de potência de entrada da máquina.
- § Transdutor de Torque HBM T10F - Medidor de Torque acoplado a ponta do eixo da Máquina utilizado nos ensaios em carga e Curvas de Partida.
- § Transdutores de Corrente, Tensão e Potência - Utilizados para converter valores CA em CC, para realização dos ensaios de Curvas de Partida.
- § Analisador de Vibração VBSéries - Utilizado nas análise de vibração.
- § HPXXX - Osciloscópio utilizado para obtenção dos espectros de tensão e corrente.

3- MEDIÇÃO DA RESISTÊNCIA A FRIO

3.1 Procedimentos

Foi aplicada nos enrolamentos uma corrente de DC correspondente a 10% da corrente calculada para 100% de carga e registrou-se a queda de tensão obtida. A temperatura do bobinado foi medida utilizando os RTDs (tipo Pt100) instalados na máquina.

Nas tabelas de resultados são apresentados os valores medidos e sua correção para uma temperatura de 20°C.

3.2 Resultados

3.2.1 Acessórios

Pt100 (2 por fase) = 110.9 Ohms (28.34°C)

3.2.2 Bobinado Principal (12 pólos)

Temperatura do ensaio = 28.34°C

Esquema de Ligação = 1Y (440V)

Cabos Medidos	Corrente (A)	Tensão (V)	Resistência por Fase (31.7°C)	Resistência por Fase (20°C)
1-2	4.89	1.2693	0.129785	0.125590
1-3	4.89	1.2689	0.129744	0.125551
2-3	4.89	1.2693	0.129785	0.125590

Tabela –3.2.2.1 - Ensaio de Resistência a Frio no Bobinado Principal (12 Pólos)

3.2.3 Bobinado Auxiliar (8 pólos)

Temperatura do ensaio = 28.34°C

Esquema de Ligação = 1Y (1200V)

Cabos Medidos	Corrente (A)	Tensão (V)	Resistência por Fase (31.7°C)	Resistência por Fase (20°C)
1-2	4.89	22.34	2.284254	2.210427
1-3	4.89	22.33	2.283231	2.209437
2-3	4.89	22.33	2.284049	2.210228

Tabela – 3.2.3.1 - Ensaio de Resistência a Frio no Bobinado Auxiliar (8 Pólos)

4- ENSAIOS DA MÁQUINA PRINCIPAL

Neste ensaio buscou-se levantar as características da máquina principal operando com os terminais do enrolamento auxiliar em aberto. Os terminais do enrolamento principal foram conectados em Y e aplicado 440V. Nesta condição a máquina opera como uma máquina de 12 pólos e o enrolamento auxiliar não tem influência na performance da máquina.

4.1 Ensaios em Carga

O ensaio foi realizado com o protótipo acoplado a um dinamômetro e o estator da máquina principal foi alimentado com tensão e frequência nominais. Através do dinamômetro são aplicadas diversas condições de torque/carga para obtenção de uma curva, conforme tabela 4.1.1.

Neste ensaio foi considerada 15kW a potência nominal do protótipo, porém, acima dos 40% de carga o protótipo entrou em conjugado máximo.

Carga (%)	Pot. Útil (W)	Corrente (A)	Tensão (V)	Pot. Abs. (W)	Torque (Nm)	Rotação (rpm)	FP	Rendimento (%)
10	1500	43.9	440	3920	23.9	598.5	0.117	38.29
20	3000	44.7	440	5380	47.9	597.1	0.158	55.67
25	3750	45.4	440	6290	59.8	596.4	0.182	59.45
30	4500	46.1	440	7080	71.8	596.0	0.202	63.34
40	6000	48.9	440	8870	95.7	594.2	0.237	67.21

Tabela – 4.1.1- Ensaio em Carga como Motor da Máquina Principal (12P)

4.2 Curva de Partida

O objetivo deste ensaio é determinar o comportamento do protótipo em diversas condições de rotação, buscando determinar a curva de torque em função da rotação da máquina principal conforme Figuras 4.2.1.

O ensaio foi realizado acoplado a um dinamômetro que serviu de inércia para a aumentar o tempo de ensaio e facilitar as medições. Os valores de torque e rotação foram gravados utilizando um registrador gráfico em conjunto com transdutores.

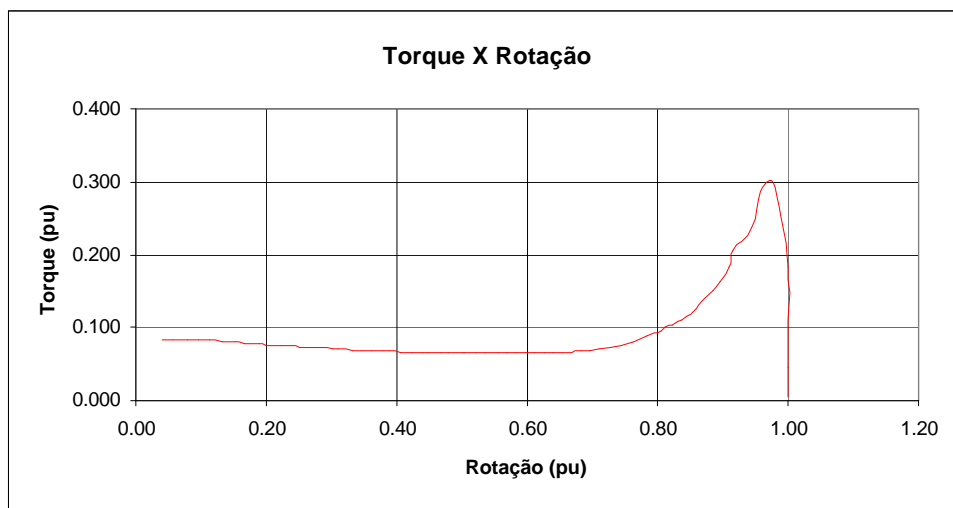


Figura – 4.2.1 – Curva de Torque x Rotação da Máquina Principal – Ensaída

Comparando os dados obtidos diretamente na medição apresentados na tabela 4.1.1 e os dados apresentados na curva de torque x rotação conforme figura 4.2.1 verificou-se um valor menor para o torque máximo levantado na curva. Na tabela chegou-se a um valor de 40%, enquanto que na curva a um valor um pouco maior de 30%. Esta diferença se explica pelo fato da variação do torque em função da rotação em torno do conjugado máximo ser muito grande, a inércia das penas faz com que o valor registrado seja menor. Os valores mostrados na tabela 4.1.1 são medidos diretamente no transdutor de torque não apresentando o problema da inércia.

5- ENSAIOS DA MÁQUINA AUXILIAR

Neste ensaio buscou-se levantar as características da máquina auxiliar operando com os terminais do enrolamento principal em aberto. Nos terminais do enrolamento auxiliar foram conectados em delta e aplicado 690V.

5.1 Ensaio em Carga

Com o protótipo novamente acoplado ao dinamômetro e alimentado o enrolamento auxiliar com 690V. Através do dinamômetro são aplicadas diversas condições de torque/carga para obtenção de uma curva, conforme Tabela 5.1.1.

Neste ensaio foi considerado 5kW como potência nominal, porém, acima dos 75% de carga o protótipo entrou em conjugado máximo.

Carga (%)	Pot. Útil (W)	Corrente (A)	Tensão (V)	Pot. Abs. (W)	Torque (Nm)	Rotação (rpm)	FP	Rendimento (%)
25	1250	8.5	690	2610	13.2	895.2	0.255	47.6
50	2500	9.4	690	4020	26.5	891.6	0.359	61.5
75	3750	10.7	690	5270	39.7	886.0	0.414	69.0

Tabela – 5.1.1 - Ensaio em Carga como Motor da Máquina Auxiliar (8P).

5.2 Curvas de Partida

Este ensaio também tem como objetivo determinar a curva de torque em função da rotação da máquina auxiliar, conforme Figura 5.2.1.

O ensaio foi realizado acoplado ao dinamômetro que serviu de inércia para a aumentar o tempo de ensaio e facilitar as medições. Os valores de Torque e Rotação foram gravados utilizando um registrador gráfico em conjunto com transdutores.

Comparando os dados obtidos diretamente na medição apresentados na tabela 5.1.1 e o valor do conjugado máximo na curva de torque x rotação, conforme figura 5.1.1, percebe-se que o valor da curva é menor que o mostrado na tabela. A razão desta diferença é a mesma já comentada no caso da máquina principal.

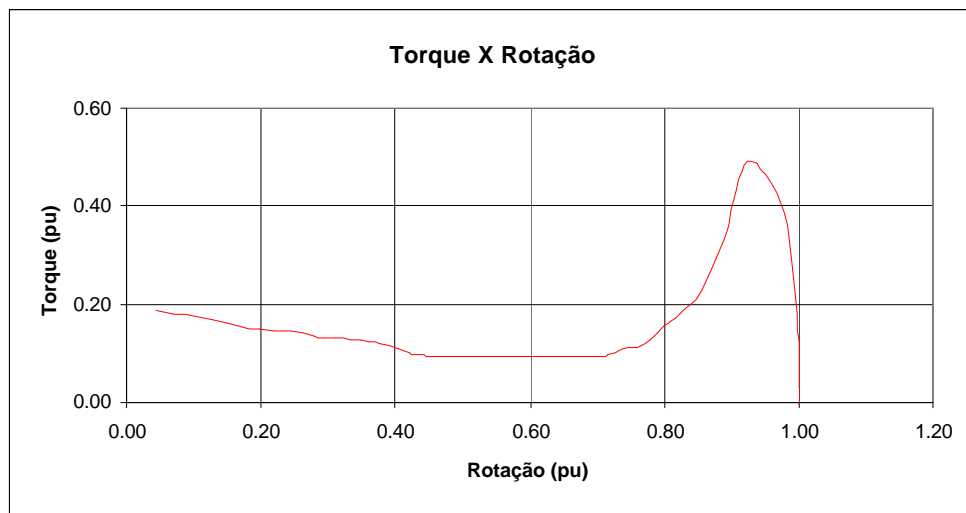


Figura –5.2.1 – Curva de Torque x Rotação da Máquina Auxiliar - Ensaio

6- ENSAIOS ALIMENTANDO PRINCIPAL (12 PÓLOS) COM AUXILIAR (8 PÓLOS) EM CURTO

Nestes ensaios buscou-se verificar o funcionamento do protótipo quando operando em cascata mais, isto é, alimentando o enrolamento principal e mantendo os terminais do enrolamento auxiliar em curto circuito. Além dos ensaios em carga como motor e gerador, foram levantadas as curvas de partida.

6.1 Ensaios em Carga

A máquina é acoplada ao dinamômetro e alimentada com tensão e frequência nominais através do dinamômetro são aplicadas diversas condições de torque/carga para obtenção das curvas características.

Os ensaios foram realizados com a máquina operando como motor e como gerador, conforme é possível verificar nas tabelas 6.1.1 e 6.1.2.

Nestes ensaios foi considerada 15kW a potência nominal do protótipo.

Carga (%)	Pot. Útil (W)	Corrente (A)	Tensão (V)	Pot. Abs. (W)	Torque (Nm)	Rotação (rpm)	FP	Rendimento (%)
25	3750	68.5	440	8170	99.1	358.0	0.156	45.5
50	7500	68.9	440	11950	198.2	356.5	0.228	61.9
75	11250	70.6	440	15830	298.2	354.4	0.294	69.9
100	15000	73.6	440	20010	397.3	352.0	0.357	73.2
125	18750	77.8	440	24030	496.4	349.8	0.405	75.7

Tabela – 6.1.1 - Ensaio em Carga como Motor –Alimentando Principal (12P)
Com Auxiliar (8P) em Curto

No ensaio em carga como gerador, devido a potência do dinamômetro não ser o suficiente para impor a condição de 125% da potência nominal ao eixo da máquina, não foi possível realizar a

medição no ponto de 125%. A possibilidade de utilizar um dinamômetro maior foi descartada por resultar em erros de medição não aceitáveis devido a sensibilidade do dinamômetro.

Carga (%)	Pot. Útil (W)	Corrente (A)	Tensão (V)	Pot. Eixo (W)	Torque (Nm)	Rotação (rpm)	FP	Rendimento (%)
25	3750	73.8	440	9482.3	248.2	364.6	0.068	40.2
50	7500	78.1	440	13959.5	363.0	367.0	0.127	54.2
75	11250	84.3	440	18991.1	490.5	369.5	0.176	59.6
100	15000	94.3	440	24326.2	622.9	372.7	0.215	63.3

Tabela – 6.1.2 - Ensaio em Carga como Gerador – Alimentando Principal (12P) Com auxiliar (8P) em Curto.

6.2 Curvas de Partida

O objetivo deste ensaio é determinar o comportamento do protótipo em diversas condições de rotação, buscando determinar em toda sua faixa de operação, suas características de performance, tais como torque, potência e corrente estatórica mostradas nas Figuras 6.2.1, 6.2.2. e 6.2.3, respectivamente.

O ensaio foi realizado com a máquina acoplada ao dinamômetro, que foi utilizado como máquina primária. No mesmo instante em que o protótipo foi alimentado o dinamômetro foi acionado para acelerar de 0 a 1200 rpm forçando o protótipo a percorrer toda sua curva de torque. Os valores de tensão, corrente, potência, torque e rotação foram gravados utilizando um registrador gráfico em conjunto com transdutores.

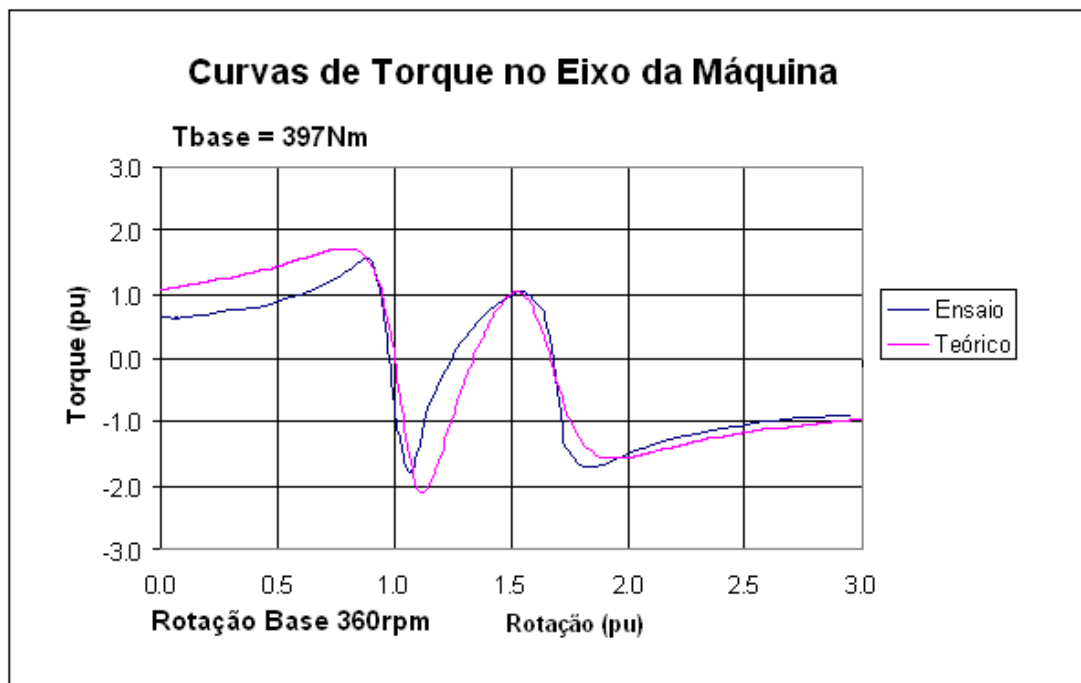


Figura – 6.2.1 – Curva de Torque x Rotação.
Alimentando Principal (12P) com Auxiliar (8P) em Curto.

Nas figuras 6.2.1, 6.2.2 e 6.2.3 são mostradas as curvas ensaiadas e teóricas de performance da máquina, determinadas durante a fase de projeto do protótipo. O objetivo desta superposição é verificar a acuracidade do modelo teórico proposto.

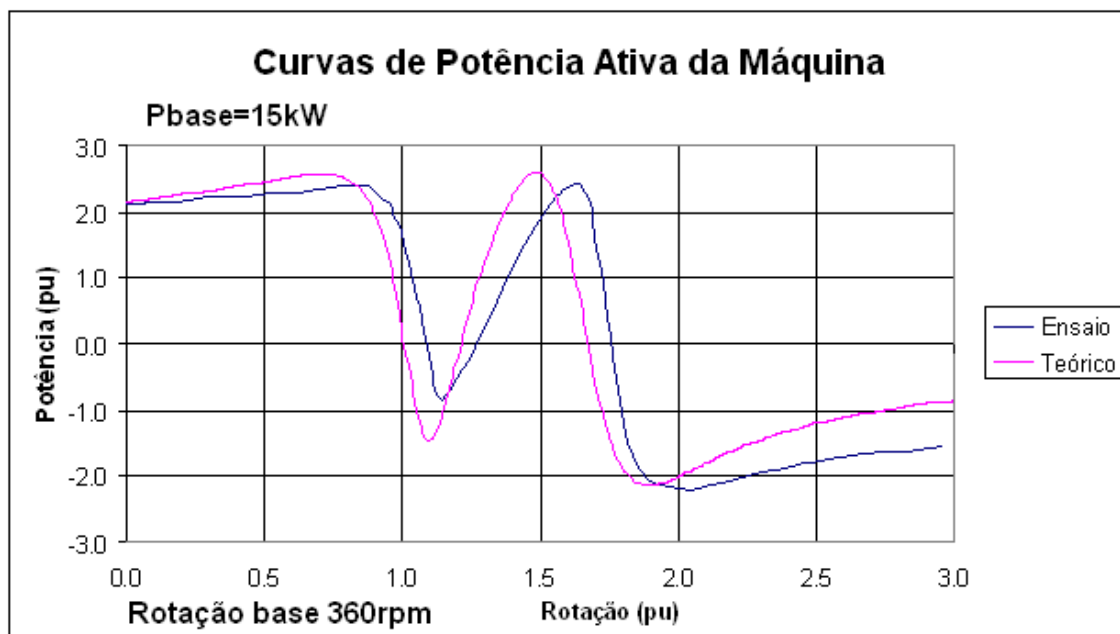


Figura – 6.2.2 – Curva de Potência x Rotação.
Alimentando Principal (12P) com Auxiliar (8P) em Curto.

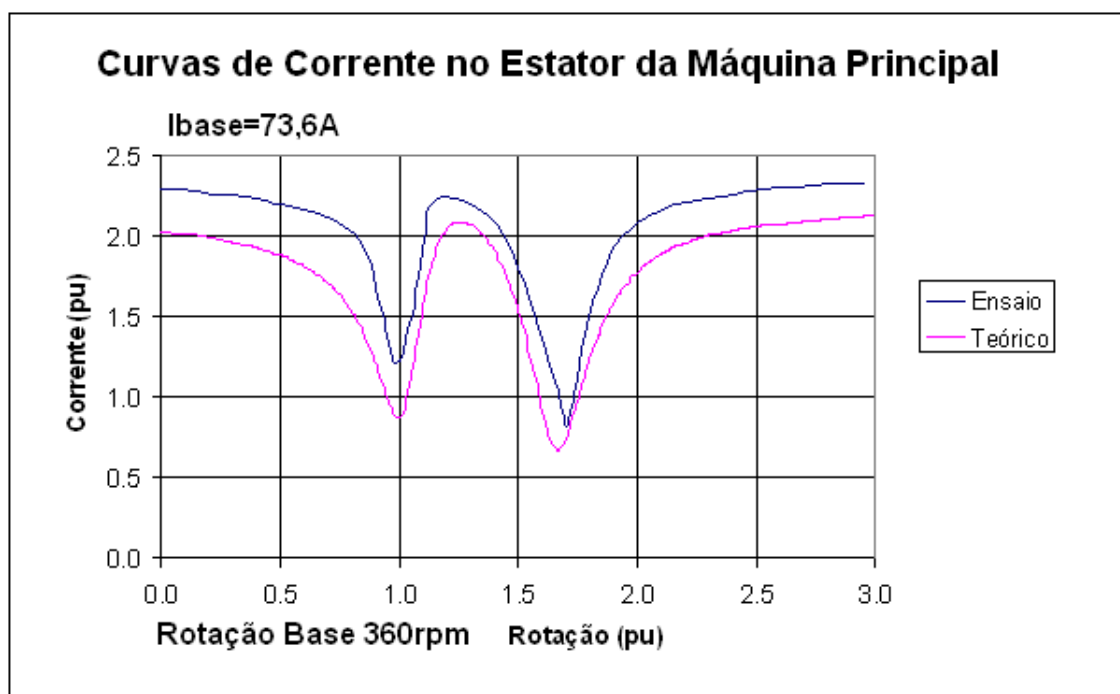


Figura – 6.2.3 - Curva de corrente estator máquina principal x Rotação.
Alimentando Principal (12P) com Auxiliar (8P) em Curto

7- ENSAIOS ALIMENTANDO PRINCIPAL (12 PÓLOS) COM AUXILIAR (8 PÓLOS) CONECTADO A RESISTÊNCIAS

A MATRGDA apresenta um comportamento bastante similar ao da máquina com rotor bobinado. Este ensaio tem como objetivo verificar o comportamento quando operando em cascata mais. Porém no enrolamento auxiliar foi conectado um resistor de 1.89 vezes a resistência de fase do enrolamento auxiliar.

7.1 Ensaios em Carga

Aqui são medidos os diversos pontos da máquina operando como motor e como gerador. A máquina é acoplada ao dinamômetro e alimentada com tensão e frequência nominais. Através do dinamômetro são aplicadas diversas condições de torque/carga. Nestes ensaios foi considerada 15kW a potência nominal do protótipo.

Carga (%)	Pot. Útil (W)	Corrente (A)	Tensão (V)	Pot. Abs. (W)	Torque (Nm)	Rotação (rpm)	FP	Rendimento (%)
25	3750	69.1	440	8384.3	99.3	348.1	0.159	43.2
50	7500	70.1	440	13216.0	199.3	346.8	0.247	54.8
75	11250	72.2	440	18091.4	297.8	343.8	0.329	59.3
100	15000	73.7	440	20918.6	398.1	341.0	0.372	68.0
125	18750	78.3	440	24137.8	495.8	340.1	0.405	73.2

Tabela – 7.1.1- Ensaio em Carga como Motor - Alimentando Principal (12P) Com Auxiliar (8P) Conectado a 1.89 Resistência de Fase do enrolamento auxiliar.

Carga (%)	Pot. Útil (W)	Corrente (A)	Tensão (V)	Pot. Eixo (W)	Torque (Nm)	Rotação (rpm)	FP	Rendimento (%)
25	3770	74.3	440	9877.3	251.1	375.4	0.066	38.20
50	7510	78.9	440	14945.7	372.8	382.6	0.125	50.20
75	11490	86.5	440	21075.8	513.1	392.0	0.174	54.50
100	15770	92.7	440	25607.3	613.1	398.6	0.195	65.01

Tabela – 7.1.2 - Ensaio em Carga como Gerador - Alimentando Principal (12P) Com Auxiliar (8P) Conectado a 1.89 Resistência de Fase do Enrolamento Auxiliar.

7.2 Curvas de Partida

O objetivo deste ensaio é determinar o comportamento da MATRGDA na faixa de rotação de 0pu a 3pu da rotação síncrona. As características de performance da máquina medidas, tais como torque, potência e corrente estatórica, estão mostradas nas figuras 7.2.1, 7.2.2 e 7.2.3.

O ensaio foi realizado com a máquina acoplada ao dinamômetro, que foi utilizado como máquina primária. No mesmo instante em que o protótipo foi alimentado o dinamômetro foi acionado para acelerar de 0 a 1200 rpm forçando o protótipo a percorrer toda sua curva de torque. Os valores de tensão, corrente, potência, torque e rotação foram gravados utilizando um registrador gráfico em conjunto com transdutores.

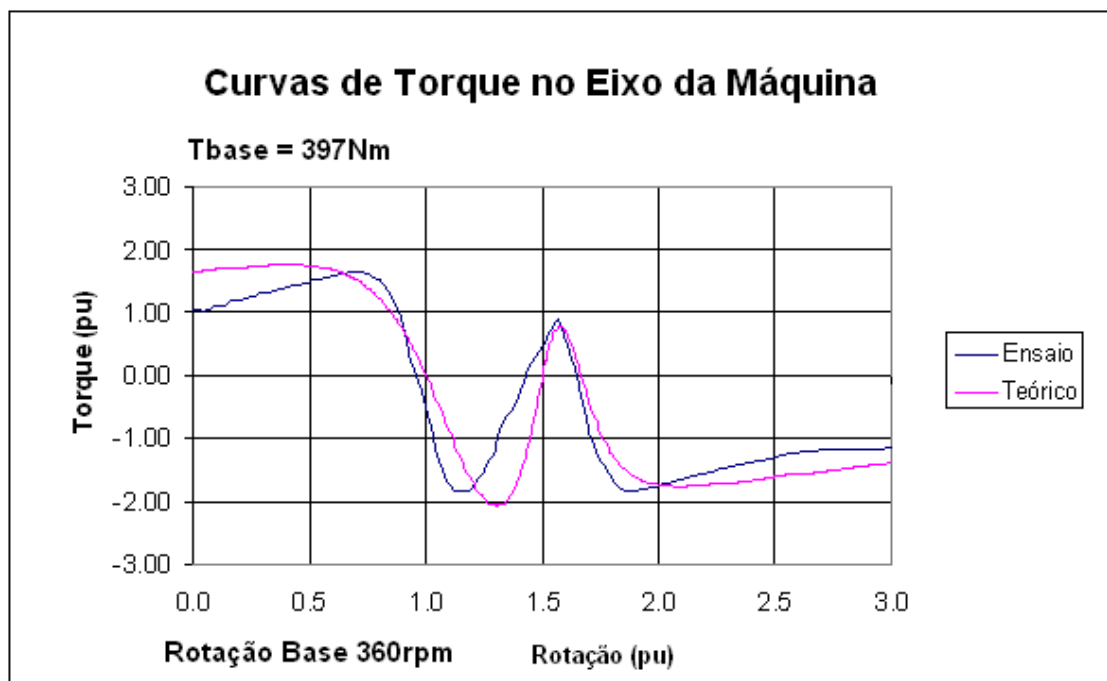


Figura – 7.2.1- Curva de Torque x Rotação. Alimentando Principal (12P) com Auxiliar (8P) Conectado a 1.89 Resistência de Fase do enrolamento auxiliar.

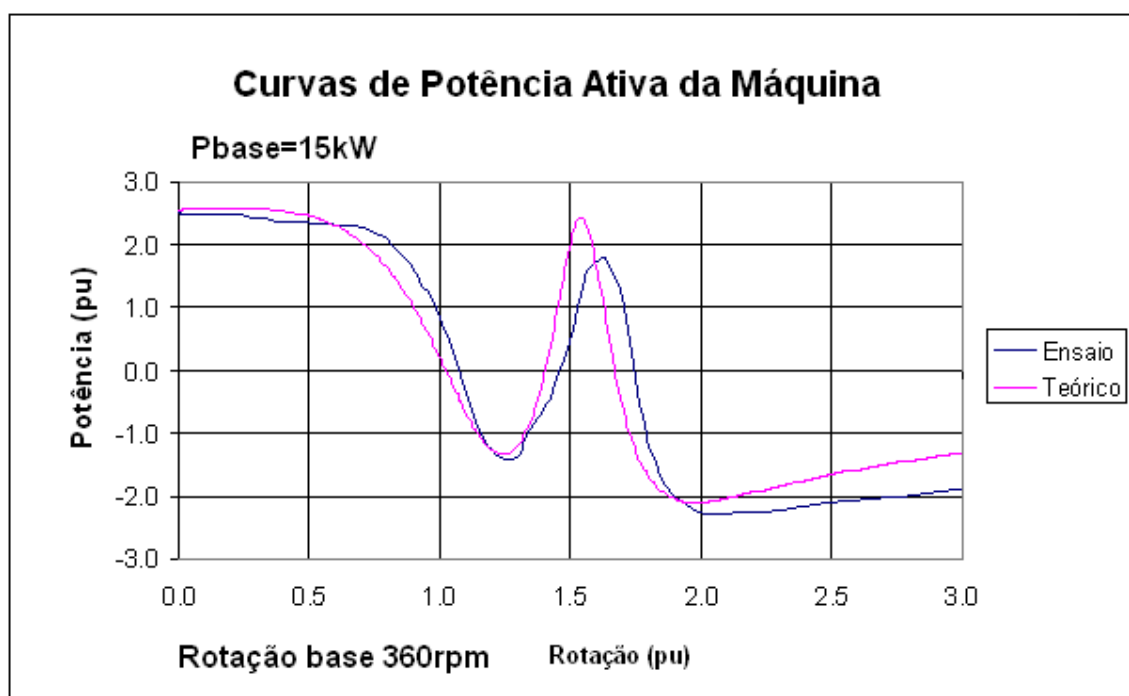


Figura – 7.2.2 - Curva de Potência x Rotação. Alimentando Principal (12P) com Auxiliar (8P) Conectado a 1.89 Resistência de Fase do enrolamento auxiliar.

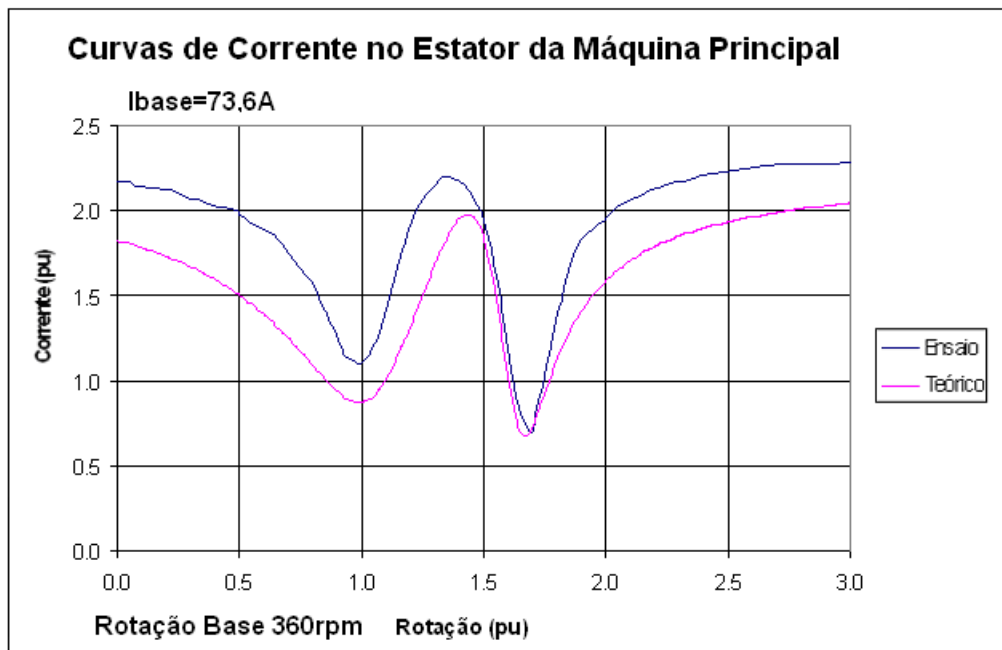


Figura – 7.2.3 - Curva de Corrente x Rotação. Alimentando Principal (12P) com Auxiliar (8P) Conectado a 1.89 Resistência de Fase do enrolamento auxiliar

8- ENSAIOS DE VIBRAÇÃO

Um dos objetivos do trabalho é estudar o comportamento da máquina quanto à vibração proveniente das excitações eletromagnéticas. Este ensaio tem por objetivo verificar, através de uma análise do espectro de vibração este comportamento.

Foram realizadas medições em carga nominal, ou seja 397Nm –351rpm. O enrolamento principal 12 pólos foi alimentado com Y-440V-60Hz. Os terminais do enrolamento auxiliar foram curto circuitados. Nestas condições foram realizadas medições no domínio da frequência e do tempo com o protótipo fixo em base rígida e acoplado ao dinamômetro por intermédio de um eixo cardan. As medições foram feitas nos pontos indicados na figura 8.1. Os valores medidos no domínio da frequência estão mostrados nas figuras 8.2 a 8.5. No domínio do tempo está mostrado na figura 8.6.

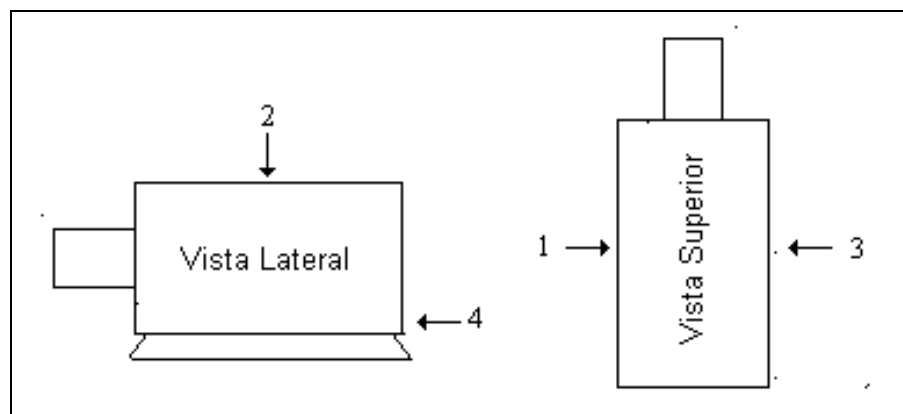


Figura – 8.1 - Diagrama dos Pontos de Medição de Vibração

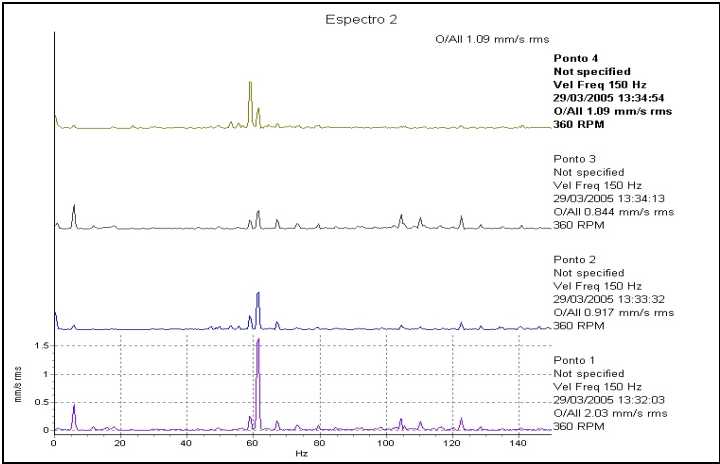


Figura – 8.2 - Espectro de Vibração em Carga - Domínio da Frequência (140Hz) Stacked

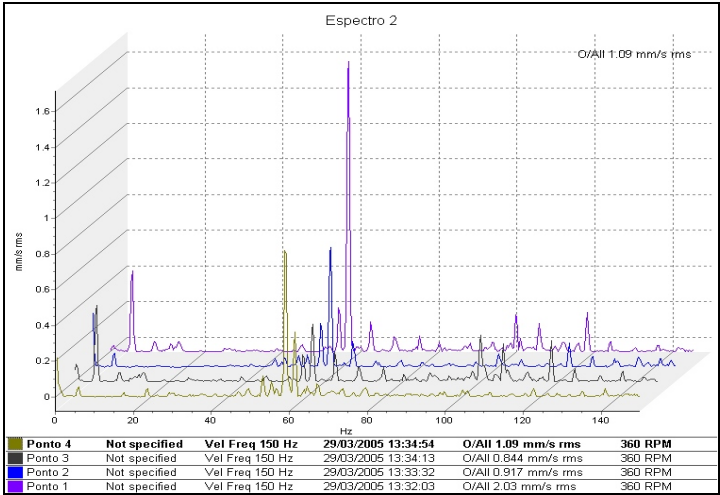


Figura – 8.3 - Espectro de Vibração em Carga - Domínio da Frequência (140Hz)

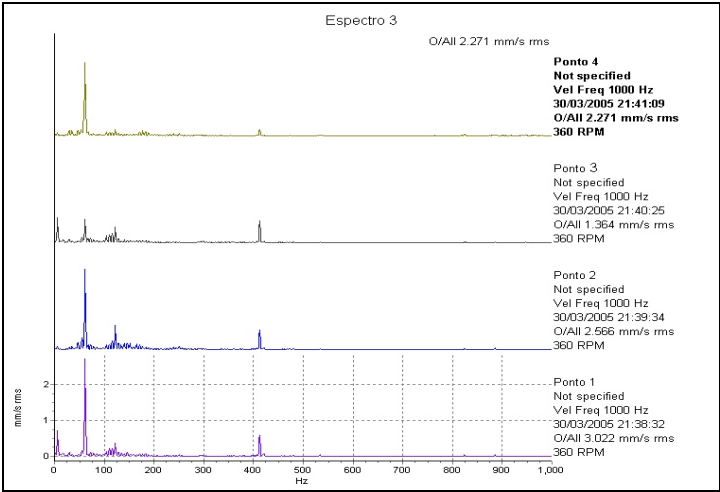


Figura – 8.4 - Espectro de Vibração em Carga - Domínio da Frequência (1000Hz)

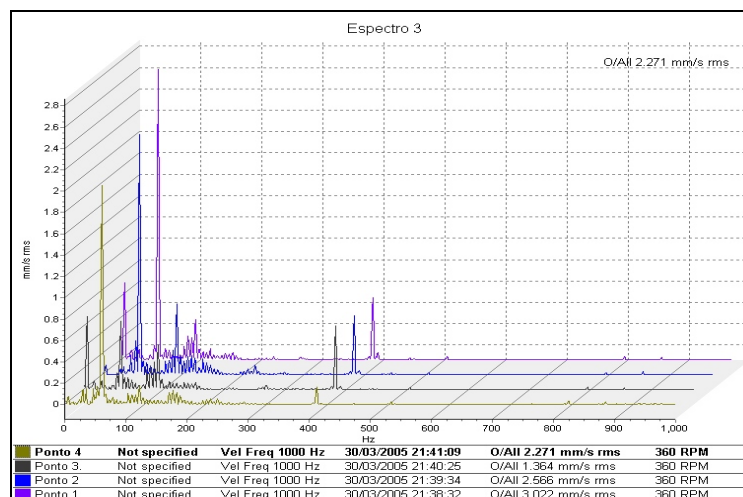


Figura – 8.5- Espectro de Vibração em Carga - Domínio da Frequência (1000Hz)

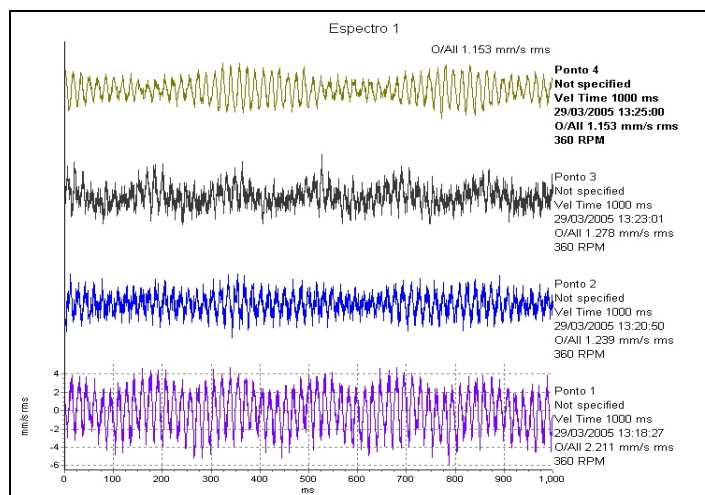


Figura – 8.6 - Espectro de Vibração em Carga - Domínio do Tempo.

9- ACOPLAMENTO MAGNÉTICO ENTRE O BOBINADO PRINCIPAL E AUXILIAR

Como o núcleo magnético do estator compartilha os dois enrolamentos é necessário verificar a existência ou não do acoplamento eletromagnético entre os enrolamentos. Para verificar este acoplamento é aplicada primeiramente a tensão nominal ao enrolamento principal e a tensão e corrente induzidas são medidas nos terminais do enrolamento auxiliar. Em seguida é aplicada a tensão nominal ao enrolamento auxiliar e a tensão e corrente induzidas são medidas nos terminais do enrolamento principal.

9.1 Alimentando Bobinado Principal

Este ensaio verifica a influência do enrolamento principal sobre o enrolamento auxiliar. Com a máquina desacoplada e podendo rodar em vazio, o enrolamento principal é conectado em Y e aplicado a tensão nominal de 440V. Nesta condição, deixando os terminais da máquina auxiliar abertos, a máquina roda em vazio numa rotação bem próxima da síncrona de 12 pólos, ou seja,

próximo de 600 rpm. A tensão induzida no enrolamento auxiliar é medida entre fases nos terminais do enrolamento auxiliar, cujos valores no tempo são mostrados na figura 9.1.1. Os valores no domínio da frequência são mostrados na figura 9.1.2.

Em seguida os terminais do enrolamento auxiliar são conectados em curto circuito. A máquina agora roda em vazio, bem próximo da rotação síncrona da cascata, ou seja, 360rpm, quando a tensão nominal for aplicada ao enrolamento principal. Nesta condição a corrente induzida no enrolamento auxiliar é medida. Os valores no tempo são mostrados na figura 9.1.3 e no domínio da frequência estão na figura 9.1.4.

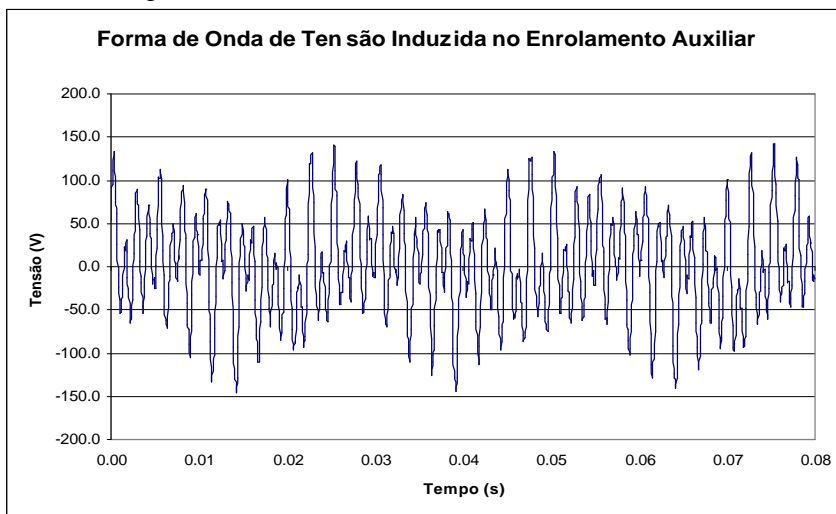


Figura – 9.1.1- Alimentando Principal (12P) com Auxiliar (8P) em Aberto / Forma de Onda da Tensão Induzida no Bobinado Auxiliar / Ligação: Principal Y e Auxiliar Y / Em Vazio.

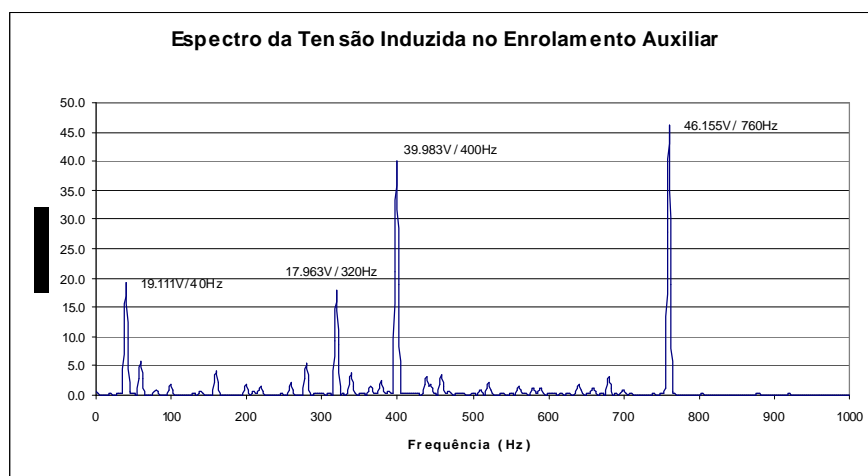


Figura – 9.1.2 - Alimentando Principal (12P) com Auxiliar (8P) em Aberto / Espectro da Tensão Induzida no Bobinado Auxiliar / Ligação: Principal Y e Auxiliar Y / Em Vazio

A tensão nominal do enrolamento auxiliar quando conectado em Y é 1200V. A tensão induzida na frequência nominal de 60Hz é muito baixa da ordem de 5V, mostrando que o acoplamento entre os dois enrolamentos é muito baixo podendo ser desprezado.

No espectro de corrente também os valores são muito pequenos, principalmente em 60Hz, mostrando que o acoplamento eletromagnético é desprezível.

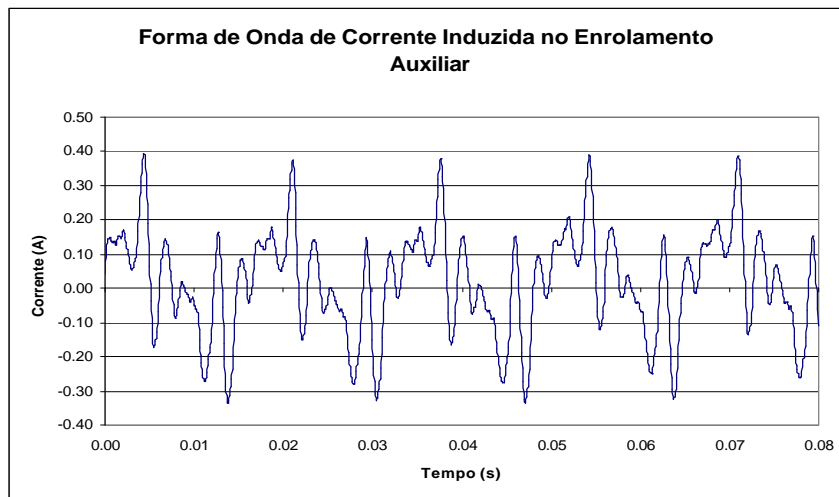


Figura – 9.1.3 - Alimentando Principal (12P) com Auxiliar (8P) em Curto / Forma de Onda da Corrente Induzida no Bobinado Auxiliar / Ligação: Principal Y e Auxiliar Y / Em Vazio.

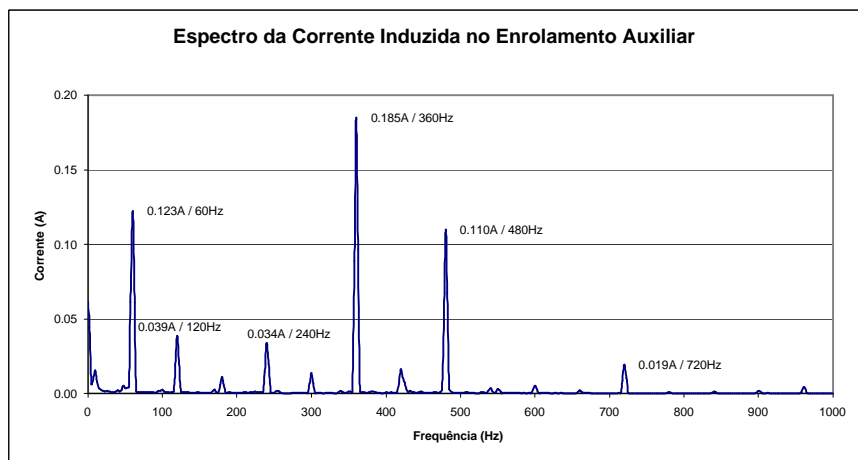


Figura – 9.1.4 - Alimentando Principal (12P) com Auxiliar (8P) em Curto / Espectro da Corrente Induzida no Bobinado Auxiliar / Ligação: Principal Y e Auxiliar Y / Em Vazio

9.2 Alimentando Bobinado Auxiliar

Neste ensaio iremos verificar a influência do enrolamento auxiliar sobre o principal. Os terminais do enrolamento principal são conectados em Y e são mantidos abertos. Nos terminais do enrolamento auxiliar conectado em delta é aplicada a tensão nominal de 690V. Nesta condição a máquina roda em vazio numa rotação bem próxima da síncrona de 8 pólos, que é 900rpm. A tensão induzida no enrolamento principal é medida entre fases e no domínio do tempo estão mostradas na figura 9.2.1 e no domínio da frequência na figura 9.2.2.

Em seguida os terminais do enrolamento principal são conectados em curto circuito. Aplicando a mesma tensão nominal de 690V nos terminais da máquina auxiliar, a máquina continua funcionando em cascata mais, rodando em vazio numa rotação bem próxima da síncrona da cascata que é 360 rpm. A corrente induzida no enrolamento principal é medida e no domínio do tempo é mostrada na figura 9.2.3 e no domínio da frequência mostrado na figura 9.2.4.

Tanto os valores de tensão quanto de corrente induzida são baixos mostrando também que o acoplamento eletromagnético entre os dois enrolamentos é desprezível.

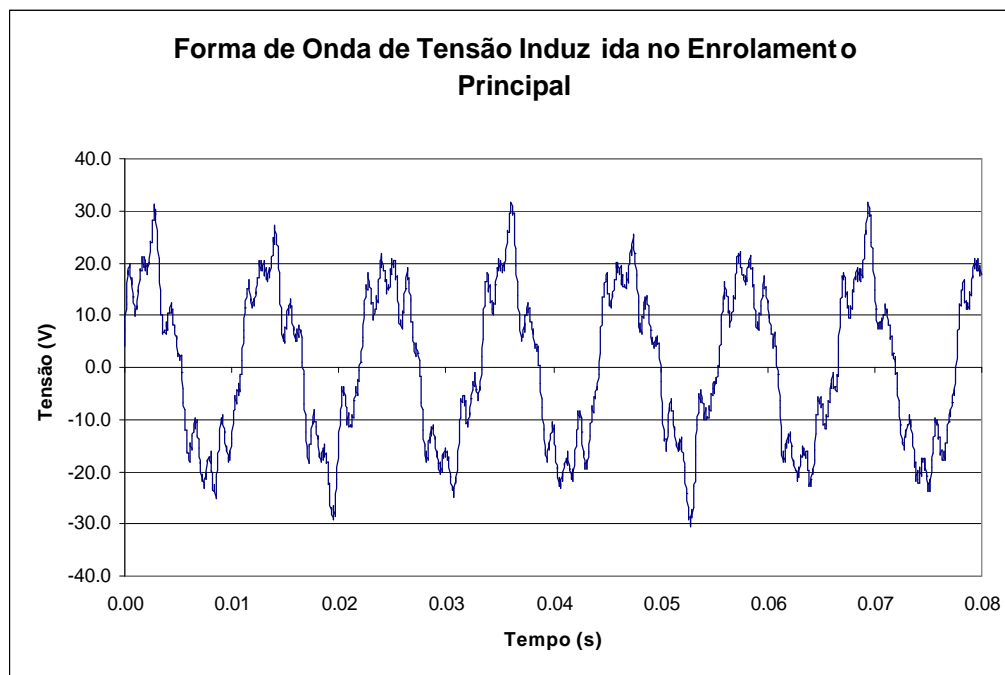


Figura – 9.2.1 - Alimentando Auxiliar (8P) com Principal (12P) em Aberto / Forma de Onda da Tensão Induzida no Bobinado Principal/ Ligação: Principal Y e Auxiliar D/ Em Vazio

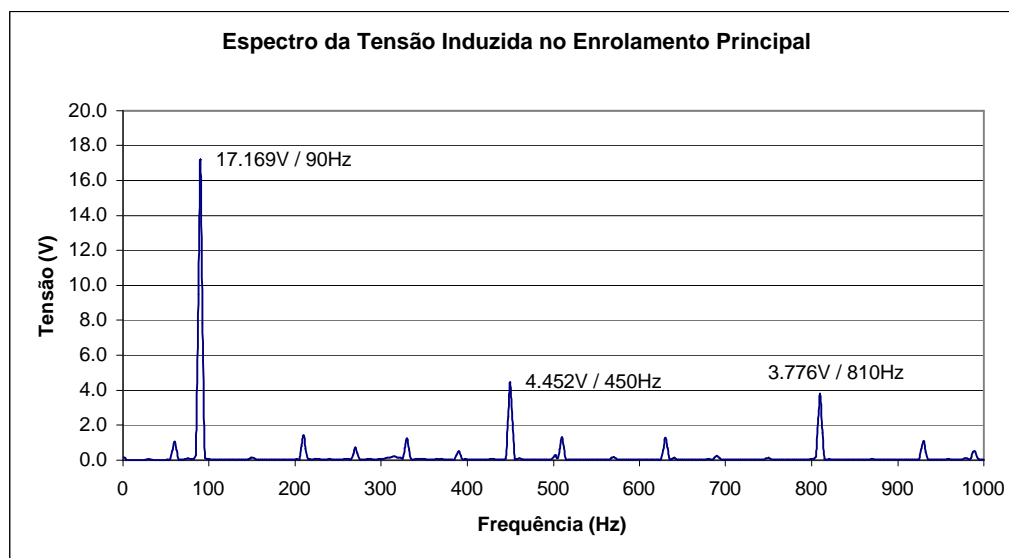


Figura – 9.2.2 - Alimentando Auxiliar (8P) com Principal (12P) em Aberto / Espectro da Tensão Induzida no Bobinado Principal/ Ligação: Principal Y e Auxiliar D/ Em Vazio

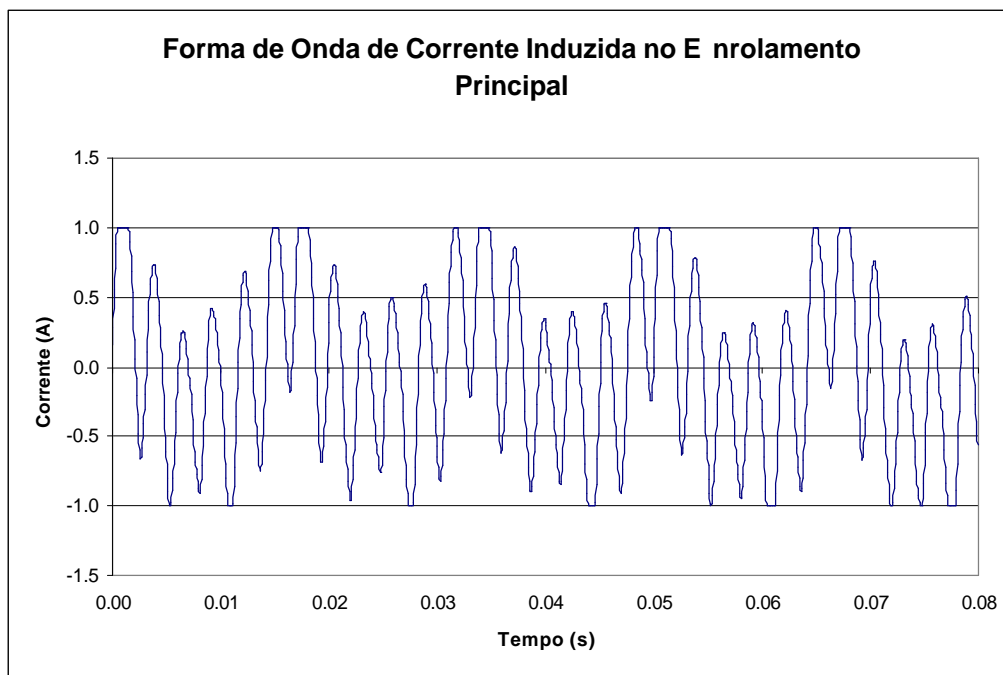


Figura – 9.2.3 - Alimentando Auxiliar (8P) com Principal (12P) em Curto / Forma de Onda da Corrente Induzida no Bobinado Principal/ Ligação: Principal Y e Auxiliar D/ Em Vazio

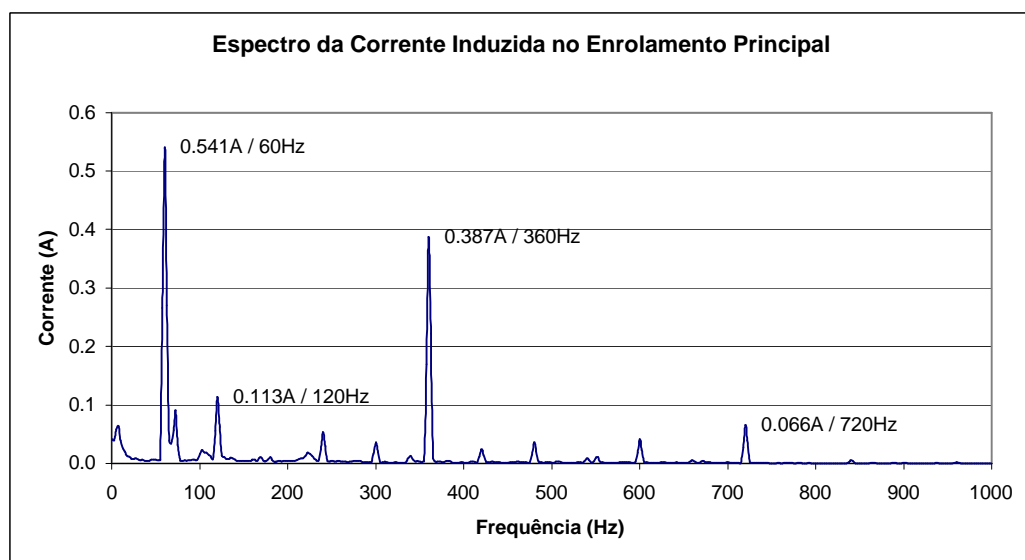


Figura – 9.2.4 - Alimentando Auxiliar (8P) com Principal (12P) em Curto / Espectro da Corrente Induzida no Bobinado Principal/ Ligação: Principal Y e Auxiliar D/ Em Vazio

APÊNDICE B

Ensaio da Performance do Protótipo

MATRBDA-HAW560-75kW

**LABORATÓRIO DE ENSAIOS ELÉTRICOS - BAIXA TENSÃO
WEG MÁQUINAS**

RELATÓRIO DE ENSAIO DE PROTÓTIPO MATRBDA 560

POTÊNCIA: 75KW / 25KW
TENSÃO ESTATOR: 440 / 1200V
TENSÃO ROTOR: 1200V / 1200V
POLARIDADE: 12 / 8 Pólos
FREQUÊNCIA: 60 Hz

Jaraguá do Sul
Setembro, 2005

SUMÁRIO

1- INTRODUÇÃO	291
2- EQUIPAMENTOS DE MEDIÇÃO	291
3- MEDIÇÃO DA RESISTÊNCIA A FRIO	291
3.1- Procedimentos	291
3.2- Resultados	291
3.2.1- Acessórios	292
3.2.2- Bobinado do Estator da Máquina Principal (12 pólos)	292
3.2.3- Bobinado do Rotor da Máquina Principal (12 pólos)	292
3.2.4- Bobinado do Estator da Máquina Auxiliar (8 pólos)	292
3.2.5- Bobinado do Rotor da Máquina Auxiliar (8 pólos)	292
4- ENSAIOS DA MÁQUINA PRINCIPAL	293
4.1- Ensaios em Carga	293
4.2- Características de Torque	293
5- ENSAIOS DA MÁQUINA AUXILIAR	293
5.1- Ensaios em Carga	293
5.2- Características de Torque	294
6- ENSAIOS ALIMENTANDO PRINCIPAL (12 PÓLOS) COM AUXILIAR (8 PÓLOS) EM CURTO E ROTOR LIGADO EM CASCATA	294
6.1- Esquema de Ligação do Rotor	294
6.2- Ensaio em Vazio	295
6.3- Ensaio em Carga como Motor	295
6.4- Ensaio em Carga como Gerador	295
6.5- Características de Torque	296
6.6- Curvas Características	296
7- ENSAIOS DE VIBRAÇÃO	298
8- ACOPLAMENTO ELETROMAGNÉTICO ENTRE ENROLAMENTO PRINCIPAL E AUXILIAR	300

LISTA DE TABELAS

Tabela 3.2.2.1- Ensaio de Resistência a Frio no Bobinado Principal (12P)	292
Tabela 3.2.3.1- Ensaio de Resistência a Frio no Bobinado do Rotor da Máquina Principal (12P).....	292
Tabela 3.2.4.1- Ensaio de Resistência a Frio no Bobinado Auxiliar (8P)	292
Tabela 3.2.5.1- Ensaio de Resistência a Frio no Bobinado do Rotor da Auxiliar (8P)	292
Tabela 4.1.1- Ensaio em Carga como Motor da Máquina Principal (12P)	293
Tabela 5.1.1- Ensaio em Carga como Motor da Máquina Auxiliar (8P)	294
Tabela 6.2.1- Ensaio em Vazio na Ligação Cascata Mais	295
Tabela 6.3.1- Ensaio em Carga como Motor na Ligação Cascata Mais	295
Tabela 6.4.1- Ensaio em Carga como Gerador na Ligação Cascata Mais	296

LISTA DE FIGURAS

Figura 6.1.1- Esquema de Ligação do Rotor em Cascata Mais	295
Figura 6.6.1- Curva de Corrente x Rotação. Alimentando Principal (12P) com Auxiliar (8P) em Curto	297
Figura 6.6.2- Curva de Potência x Rotação. Alimentando Principal (12P) com Auxiliar (8P) em Curto	297
Figura 6.6.3- Curva de Torque x Rotação. Alimentando Principal (12P) com Auxiliar (8P) em Curto	298
Figura 7.1- Diagrama dos Pontos de Medição de Vibração	298
Figura 7.2- Espectro de Vibração em Carga – Domínio da Frequência (1000Hz) – Waterfall – rpm / 397.2 Nm	299
Figura 7.3- Espectro de Vibração em Carga – Domínio da Frequência (900Hz) – Stacked – rpm / 397.2 Nm	299
Figura 7.4- Espectro de Vibração em Carga – Domínio do Tempo	300
Figura 8.1- Forma de onda da corrente induzida no auxiliar	301
Figura 8.2- Espectro da corrente induzida no auxiliar	301
Figura 8.3- Zoom do espectro da corrente induzida no auxiliar	302

1- INTRODUÇÃO

Este relatório tem por objetivo apresentar os resultados dos ensaios realizados no protótipo MATRBDA HAW 560 – 75kW.

O protótipo testado foi montado em uma carcaça 560 com potência nominal de 75kW no enrolamento principal de 12 pólos, e 25KW no enrolamento auxiliar de 8 pólos na frequência de alimentação de 60Hz. O estator é composto por dois bobinados, sendo o principal de 12 pólos com tensão 440 V / 254 V e o auxiliar de 8 pólos com tensão de 1200 V / 690 V. Ambos com 6 cabos de saída. O rotor é bobinado com dois enrolamentos trifásicos com as mesmas polaridades do estator.

No início do relatório serão apresentados os equipamentos utilizados nos ensaios, com uma breve descrição de sua função.

Os procedimentos utilizados serão apresentados ao longo do relatório, preferencialmente no início dos capítulos.

2- EQUIPAMENTOS DE MEDIÇÃO

Neste capítulo serão apresentados os equipamentos de medição utilizados nos ensaios, sua função e uma breve apresentação de suas características.

- § Fonte DC HP6684A - Aplicação da Corrente DC para medição da resistência dos enrolamentos.
- § Milivoltímetro Fluke 45 - Medição da Queda de Tensão nos Enrolamentos para determinação da resistência.
- § Multímetro Fluke 11 - Multímetro utilizado para medição da resistência dos Pt100.
- § Registrador Yokogawa LR8100 - Registrador Gráfico Multipenas utilizado para obtenção das Curvas de Partida.
- § Wattímetro Yokogawa WT130 - Analisador de Potência Trifásico utilizado para as medições de potência de entrada da máquina.
- § Transdutor de Torque HBM T10F - Medidor de Torque acoplado a ponta do eixo da Máquina utilizado nos ensaios em carga e Curvas de Partida.
- § Transdutores de Corrente, Tensão e Potência - Utilizados para converter valores CA em CC, para realização dos ensaios de Curvas de Partida.
- § Analisador de Vibração VBSéries - Utilizado nas análise de vibração.
- § HPXXX - Osciloscópio utilizado para obtenção dos espectros de tensão e corrente.

3- MEDIÇÃO DA RESISTÊNCIA A FRIO

3.1 Procedimentos

Foi aplicada nos enrolamentos uma corrente DC correspondente a 10% da corrente nominal e registrou-se a queda de tensão obtida. A temperatura do bobinado foi medida utilizando os RTDs (tipo Pt100) instalados na máquina.

Nas tabelas 3.2.2.1 e 3.2.3.1 de resultados são apresentados os valores medidos e sua correção para uma temperatura de 20°C.

3.2 Resultados

3.2.1 Acessórios

Pt100 (2 por fase) = 107.7 Ohms (20.02°C)

Pt100 (1 por mancal) = 107.9 Ohms (20.54°C)

3.2.2 Bobinado do Estator da Máquina Principal (12 pólos)

Temperatura do ensaio = 20.02°C

Esquema de Ligação = 1Y (440V)

Cabos Medidos	Corrente (A)	Tensão (V)	Resistência por Fase (20°C)
1-2	15.78	0.5691	0.018032
1-3	15.78	0.5689	0.018026
2-3	15.78	0.5690	0.018029

Tabela –3.2.2.1 - Ensaio de resistência a frio no bobinado principal (12 Pólos)

3.2.3 Bobinado do Rotor da Máquina Principal (12 pólos)

Temperatura do ensaio = 20.02°C

Cabos Medidos	Corrente (A)	Tensão (V)	Resistência por Fase (20°C)
1-2	3.4	1.8582	0.273265
1-3	3.4	1.8594	0.273441
2-3	3.4	1.8578	0.273206

Tabela –3.2.3.1 - Ensaio de resistência a frio no bobinado do rotor da máquina principal (12 Pólos)

3.2.4 Bobinado do Estator da Máquina Auxiliar (8 pólos)

Temperatura do ensaio = 20.02°C

Esquema de Ligação = 1Y (1200V)

Cabos Medidos	Corrente (A)	Tensão (V)	Resistência por Fase (20°C)
1-2	1.92	1.6254	0.423281
1-3	1.92	1.6259	0.423411
2-3	1.92	1.6257	0.423359

Tabela – 3.2.4.1 - Ensaio de resistência a frio no bobinado auxiliar (8 Pólos)

3.2.5 Bobinado do Rotor da Máquina Auxiliar (8 pólos)

Temperatura do ensaio = 20.02°C

Esquema de Ligação = 1Y (1200V)

Cabos Medidos	Corrente (A)	Tensão (V)	Resistência por Fase (20°C)
1-2	1.28	1.0325	0.404332
1-3	1.28	1.0332	0.403594
2-3	1.28	1.0327	0.403398

Tabela – 3.2.5.1 - Ensaio de resistência a frio no bobinado do rotor da máquina auxiliar (8 Pólos)

4- ENSAIOS DA MÁQUINA PRINCIPAL

Neste ensaio buscou-se levantar as características da máquina principal operando com os terminais do bobinado auxiliar em aberto, utilizando ligação Y – 440V no bobina principal.

4.1 Ensaios em Carga

O ensaio foi realizado com o protótipo acoplado a um dinamômetro e alimentado o enrolamento principal com tensão e frequência nominais. Através do dinamômetro são aplicadas diversas condições de torque/carga para obtenção do desempenho para diversos pontos de carga conforme tabela 4-1.1. Nestes ensaios foi considerada 75kW a potência nominal do protótipo.

Carga (%)	Pot. Útil (W)	Corrente (A)	Tensão (V)	Pot. Abs. (W)	Torque (Nm)	Rotação (rpm)	FP	Rendimento (%)
25	18750	118.4	440	22689	299.9	597	0.251	82.64
50	37500	122.9	440	41843	601.8	595	0.447	89.62
75	56250	138.7	440	61361	906.0	592.9	0.581	91.67
100	75000	157.7	440	81248	1214.1	589.9	0.676	92.31
125	93750	180.1	440	101329	1523.0	587.8	0.738	92.52
150	112500	206.1	440	121714	1832.6	586.2	0.775	92.43

Tabela – 4.1.1 - Ensaio em carga como motor da máquina principal (12P)

4.2 Características de Torque

O objetivo destes ensaios foi determinar o comportamento do protótipo no momento da partida e no ponto de conjugado máximo.

O ensaio foi realizado acoplado a um dinamômetro o qual foi usado inicialmente para bloquear o eixo da máquina e posteriormente para aplicar o conjugado necessário para que o motor entrasse em conjugado máximo. Aplicando a tensão nominal ao enrolamento principal e mantendo o enrolamento auxiliar abertos, os valores de tensão, corrente, torque e potência foram medidos e registrados.

$$I_p/I_n = 8.66 \text{ pu}$$

$$I_p = 1365.7 \text{ A}$$

$$C_p/C_n = 1.39 \text{ pu}$$

$$C_p = 1682.6 \text{ Nm}$$

$$C_m/C_n = 4.27 \text{ pu}$$

$$C_m = 5184.8 \text{ Nm}$$

5- ENSAIOS DA MÁQUINA AUXILIAR

Neste ensaio buscou-se levantar as características da máquina auxiliar operando com os terminais do bobinado principal conectados em Y, porém, abertos. No enrolamento auxiliar conectado em Y é aplicada a tensão nominal de 1200V. Nesta condição a máquina se comporta como uma máquina de 8 pólos.

5.1 Ensaios em Carga

O ensaio foi realizado com o protótipo acoplado ao dinamômetro e alimentando o enrolamento auxiliar com tensão e frequência nominais. Através do dinamômetro são aplicadas diversas condições de torque/carga para obtenção da performance em diversos pontos de carga, conforme tabela 5.1.1. Nestes ensaios foi considerado 25kW como potência nominal.

Carga (%)	Pot. Útil (W)	Corrente (A)	Tensão (V)	Pot. Abs. (W)	Torque (Nm)	Rotação (rpm)	FP	Rendimento (%)
25	6250	11.3	1200	10830.0	66.61	896	0.461	57.71
50	12500	13.2	1200	17255.7	133.5	894	0.629	72.44
75	18750	15.8	1200	23764.3	200.7	892	0.724	78.90
100	25000	18.7	1200	30306.7	267.9	891	0.78	82.49
125	31250	21.5	1200	36929.8	335.7	889	0.826	84.62
150	37500	24.9	1200	43614.8	403.3	888	0.843	85.98

Tabela – 5.1.1 - Ensaio em carga como motor da máquina auxiliar (8P).

5.2 Características de Torque

O objetivo destes ensaios foi determinar o comportamento do protótipo no momento da partida e no ponto de conjugado máximo.

O ensaio foi realizado acoplado a um dinamômetro o qual foi usado inicialmente para bloquear o eixo da máquina e posteriormente para aplicar o conjugado necessário para que o motor entrasse em conjugado máximo. Os valores de tensão, corrente, torque e potência foram registrados. Não foi registrada a curva de torque.

$$I_p/I_n = 8.08 \text{ pu}$$

$$I_p = 151.1 \text{ A}$$

$$C_p/C_n = 0.373 \text{ pu}$$

$$C_p = 99.9 \text{ Nm}$$

$$C_m/C_n = 5.13 \text{ pu}$$

$$C_m = 1374.6 \text{ Nm}$$

6- ENSAIOS ALIMENTANDO PRINCIPAL (12POLOS) COM AUXILIAR (8 POLOS) EM CURTO E ROTOR LIGADO EM CASCATA.

Nestes ensaios buscou-se verificar o funcionamento do protótipo quando acionado pelo bobinado principal e tendo os terminais do bobinado auxiliar conectado em curto, colocando ao bobinados do rotor na ligação em cascata mais.

6.1 Esquema de ligação do Rotor

O rotor desta máquina é constituída por dois enrolamento trifásicos e que, para garantir o funcionamento em cascata mais, a conexão dos terminais dos dois enrolamentos deve obedecer ao esquema mostrado na figura 6.1.1.

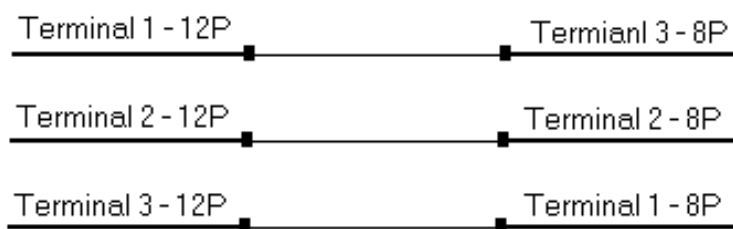


Figura –6.1.1 – Esquema de ligação do rotor em cascata mais

6.2 Ensaio em Vazio

O ensaio foi realizado com o protótipo desacoplado rodando em vazio. No enrolamento principal é aplicada a tensão nominal de 440V. O enrolamento auxiliar é conectado em curto circuito. Os parâmetros medidos estão mostrados na tabela 6.2.1.

Tensão (V)	Corrente (A)	Potencia. (W)	Rotação (rpm)	FP
440	142.7	2700	360	0.025

Tabela – 6.2.1 - Ensaio em vazio na ligação cascata mais.

6.3 Ensaio em Carga como Motor

O ensaio foi realizado com o protótipo acoplado ao dinamômetro e alimentando o enrolamento principal com tensão e frequência nominais. Através do dinamômetro são aplicadas diversas condições de torque/carga para obtenção da performance da máquina como motor em diversos pontos de carga, conforme tabela 6.3.1. Nestes ensaios foi considerado 75kW como potência nominal.

Carga (%)	Pot. Útil (W)	Corrente (A)	Tensão (V)	Pot. Abs. (W)	Torque (Nm)	Rotação (rpm)	FP	Rendimento (%)
25	18750	145.4	440	21780	501.0	357.4	0.197	86.09
50	37500	159.6	440	41720	1011.0	354.2	0.343	89.88
75	56250	183.7	440	62400	1534.3	350.1	0.446	90.14
100	75000	217.4	440	81800	2074.1	345.3	0.494	91.69

Tabela – 6.3.1 - Ensaio em carga como motor na ligação cascata mais.

6.4 Ensaio em Carga como Gerador

O ensaio foi realizado com o protótipo acoplado ao dinamômetro e alimentando o enrolamento principal com tensão e frequência nominais. Através do dinamômetro são aplicadas diversas condições de torque/carga para obtenção da performance da máquina como gerador em

diversos pontos de carga,, conforme Tabela 6.4.1. Neste ensaio foi considerado 75kW como potência nominal.

Carga (%)	Pot. Útil (W)	Corrente (A)	Tensão (V)	Pot. Eixo (W)	Torque (Nm)	Rotação (rpm)	FP	Rendimento (%)
25	18750	152.3	440	22053.6	581,8	362	0.190	85.02
50	37500	163.9	440	42219.7	1104	365.2	0.338	88.82
75	56250	190.4	440	63558.7	1648	368.3	0.438	88.50
100	75000	232.9	440	85227.3	2185	372.5	0.497	88.00

Tabela – 6.4.1 - Ensaio em carga como gerador na ligação cascata mais.

6.5 Características de Torque

O objetivo destes ensaios foi determinar o comportamento do protótipo no momento da partida e no ponto de conjugado máximo.

O ensaio foi realizado acoplado a um dinamômetro o qual foi usado inicialmente para bloquear o eixo da máquina e posteriormente para aplicar o conjugado necessário para que o motor entrasse em conjugado máximo. Os valores de tensão, corrente, torque e potência foram registrados.

$$I_p/I_n = 1.81 \text{ pu}$$

$$I_p = 393.4 \text{ A}$$

$$C_p/C_n = 0.378 \text{ pu}$$

$$C_p = 784.0 \text{ Nm}$$

$$C_m/C_n = 1.15 \text{ pu}$$

$$C_m = 2385.2 \text{ Nm}$$

6.6 Características de Torque

O objetivo deste ensaio é determinar o comportamento do protótipo em diversas condições de rotação, buscando determinar em toda sua faixa de operação suas características de performance, tais como corrente estatórica, potência e torque, mostradas nas Figuras 6.6.1, 6.6.2. e 6.6.3, respectivamente.

O ensaio foi realizado com a máquina acoplada ao dinamômetro, que foi utilizado como máquina primária. No mesmo instante em que o protótipo foi alimentado o dinamômetro foi acionado para acelerar de 0 a 1200 rpm forçando o protótipo a percorrer toda sua curva de torque. Os valores de tensão, corrente, potência, torque e rotação foram gravados utilizando um registrador gráfico em conjunto com transdutores.

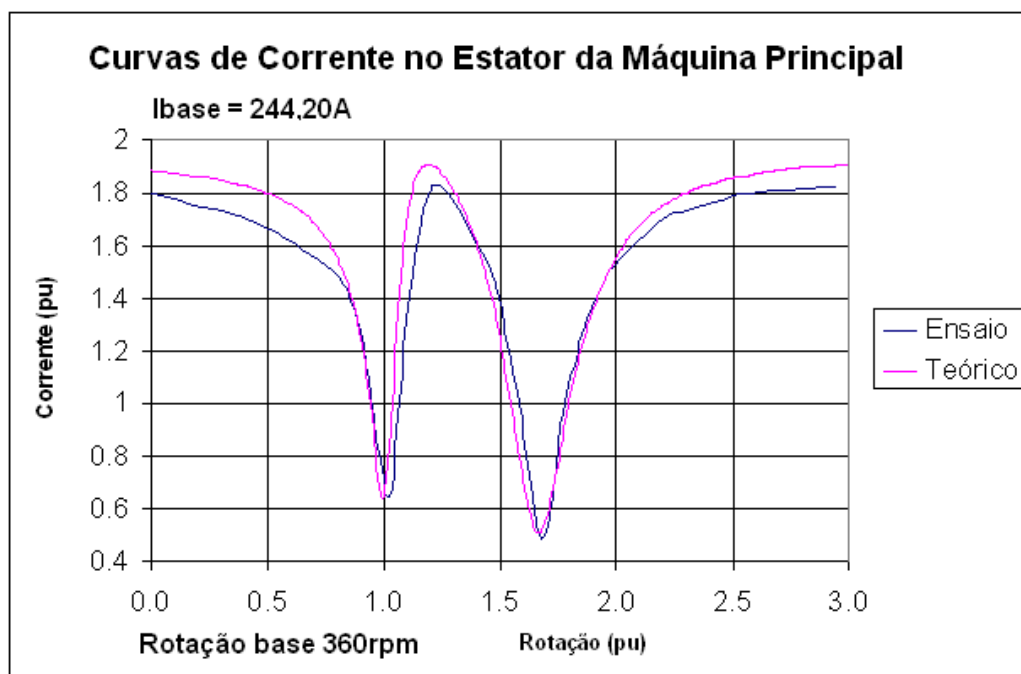


Figura.6.6.1 – Curva de Corrente x Rotação. Alimentando Principal (12P) com Auxiliar (8P) em Curto.

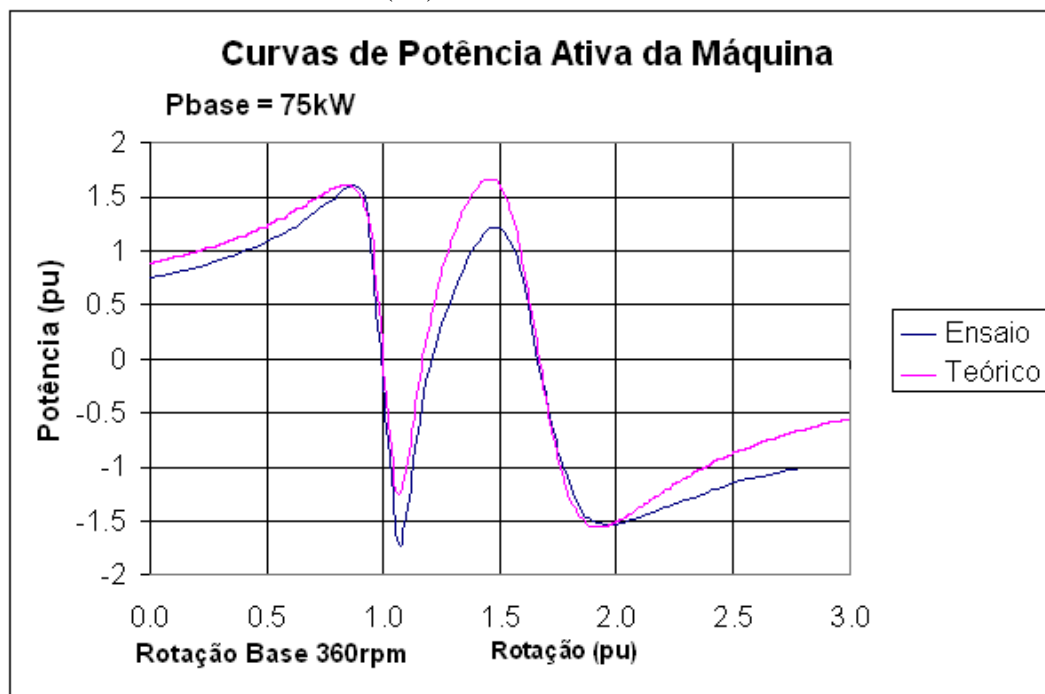


Figura.6.6.2 – Curva de Potência x Rotação. Alimentando Principal (12P) com Auxiliar (8P) em Curto.

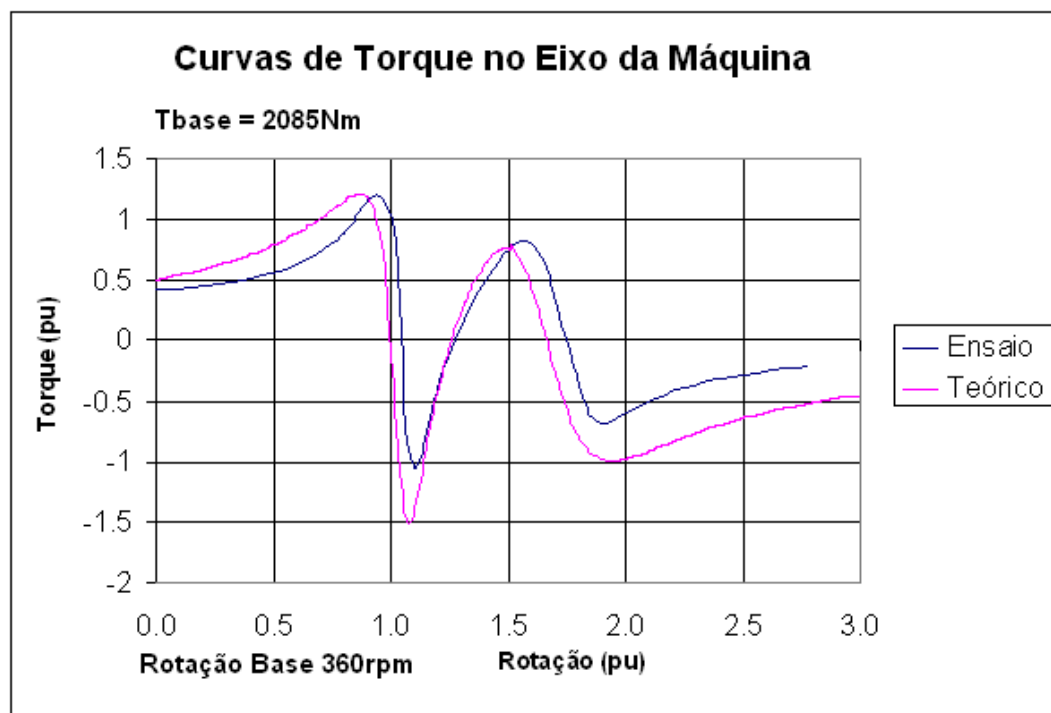


Figura.6.6.3 – Curva de Torque x Rotação. Alimentando Principal (12P) com Auxiliar (8P) em Curto.

7- ENSAIOS DE VIBRAÇÃO

Um dos objetivos do trabalho é estudar o comportamento da máquina quanto à vibração proveniente das excitações eletromagnéticas. Este ensaio tem por objetivo verificar, através de uma análise do espectro de vibração, este comportamento.

Foram realizadas medições em carga nominal, ou seja, 2074Nm –345rpm. O enrolamento principal 12 pólos foi alimentado com Y-440V-60Hz. Os terminais do enrolamento auxiliar foram curto-circuitados. Nestas condições foram realizadas medições no domínio da frequência e do tempo com o protótipo fixo em base rígida e acoplado ao dinamômetro por intermédio de um eixo cardan. As medições foram feitas nos pontos indicados na figura 7.1 Os valores medidos no domínio da frequência estão mostrados nas figuras 7.2 e 7.3. No domínio do tempo está mostrado na figura 7.4.

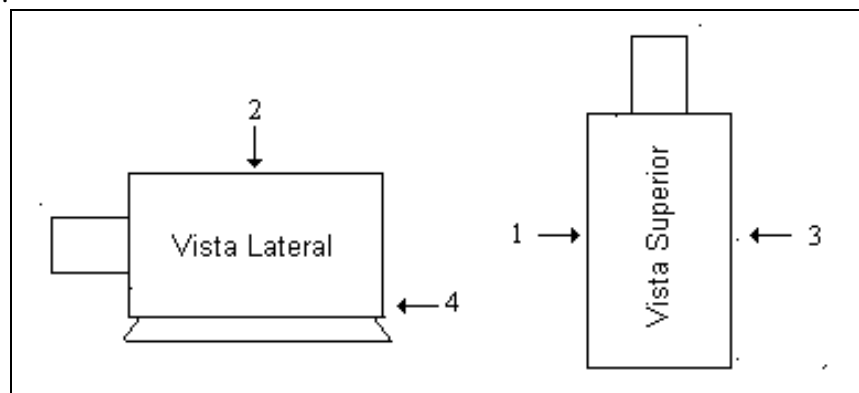


Figura – 7.1 - Diagrama dos pontos de medição de vibração

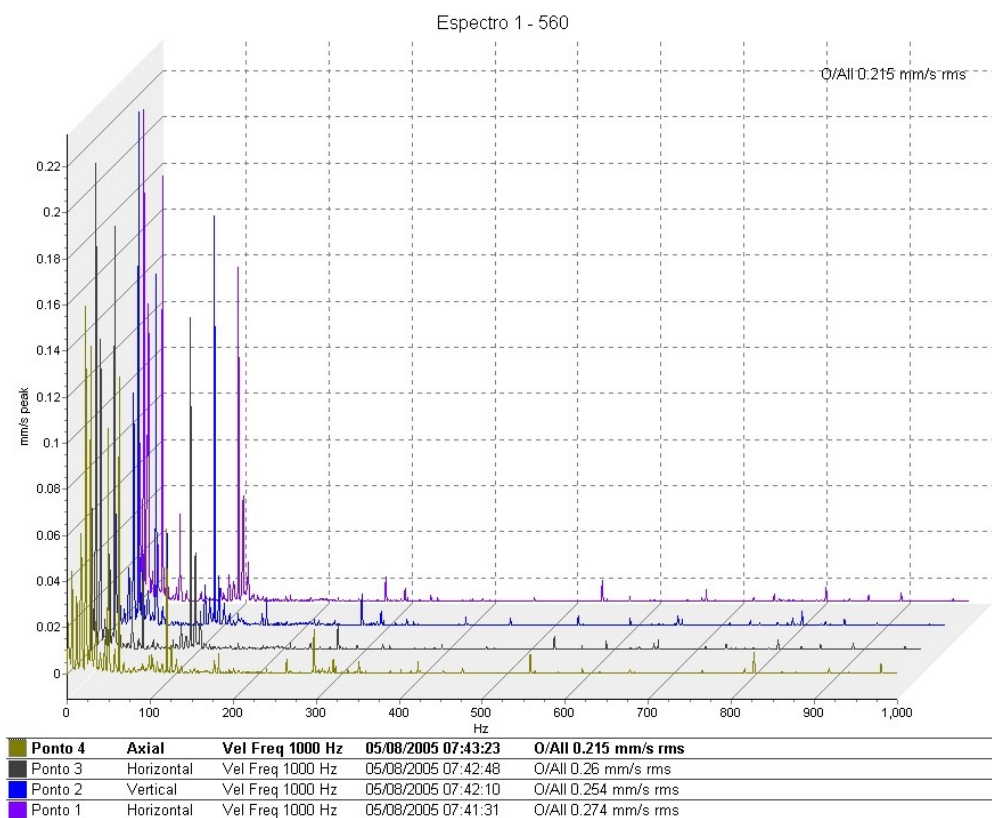


Figura – 7.2 - Espectro de Vibração em Carga - Domínio da Frequência (1000Hz) –

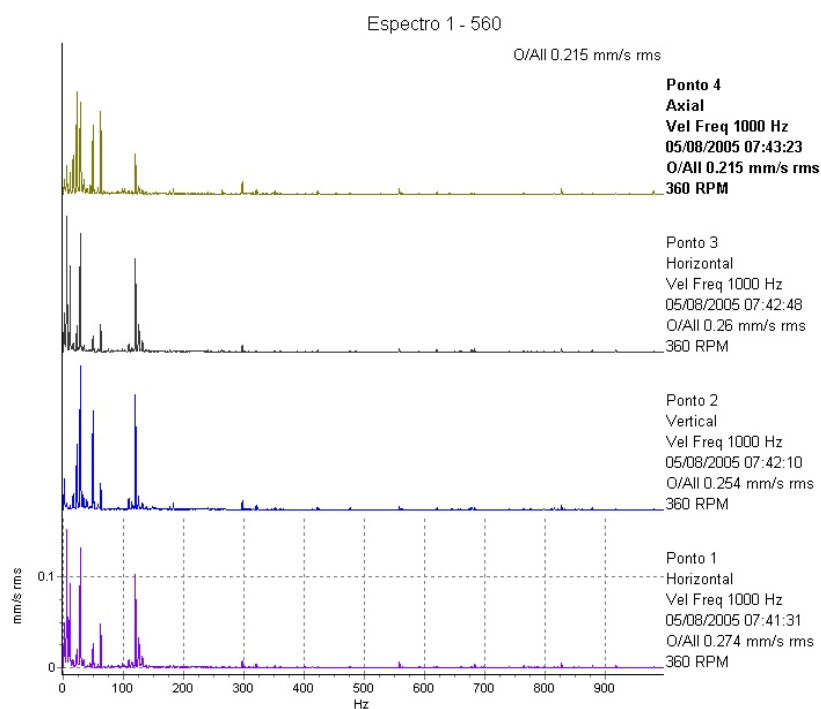


Figura – 7.3 - Espectro de Vibração em Carga - Domínio da Frequência (900Hz)-

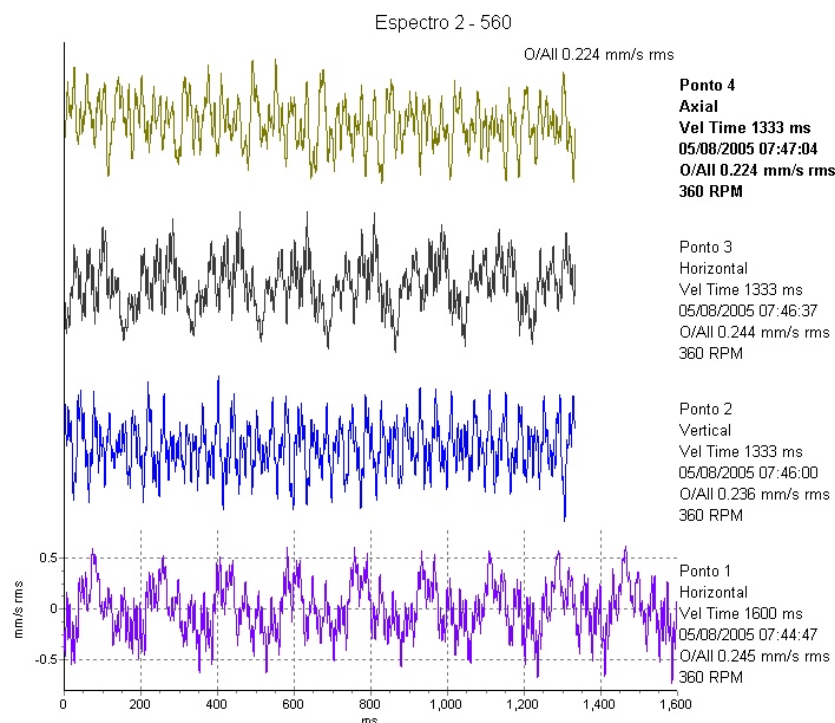


Figura – 7.4 - Espectro de vibração em carga - Domínio do tempo.

8- ACOPLAMENTO ELETROMAGNÉTICO ENTRE ENROLAMENTO PRINCIPAL E AUXILIAR

Como o núcleo magnético do estator compartilha os dois enrolamentos é necessário verificar a existência ou não do acoplamento eletromagnético entre os enrolamentos. Para este protótipo, verificamos apenas a influência do enrolamento principal sobre o auxiliar.

Para verificar este acoplamento é aplicada a tensão nominal ao enrolamento principal e a corrente induzida é medida nos terminais do enrolamento auxiliar.

Aplicando ao enrolamento principal a tensão nominal, mantendo o enrolamento auxiliar em curto, a máquina roda em vazio bem próximo da rotação síncrona da cascata de 360 rpm. Nesta condição a corrente induzida no auxiliar foi medida. Na figura 8.1 é mostrada a forma de onda da corrente induzida. Nas figuras 8.2. e 8.3 é mostrado o espectro de corrente no domínio da frequência.

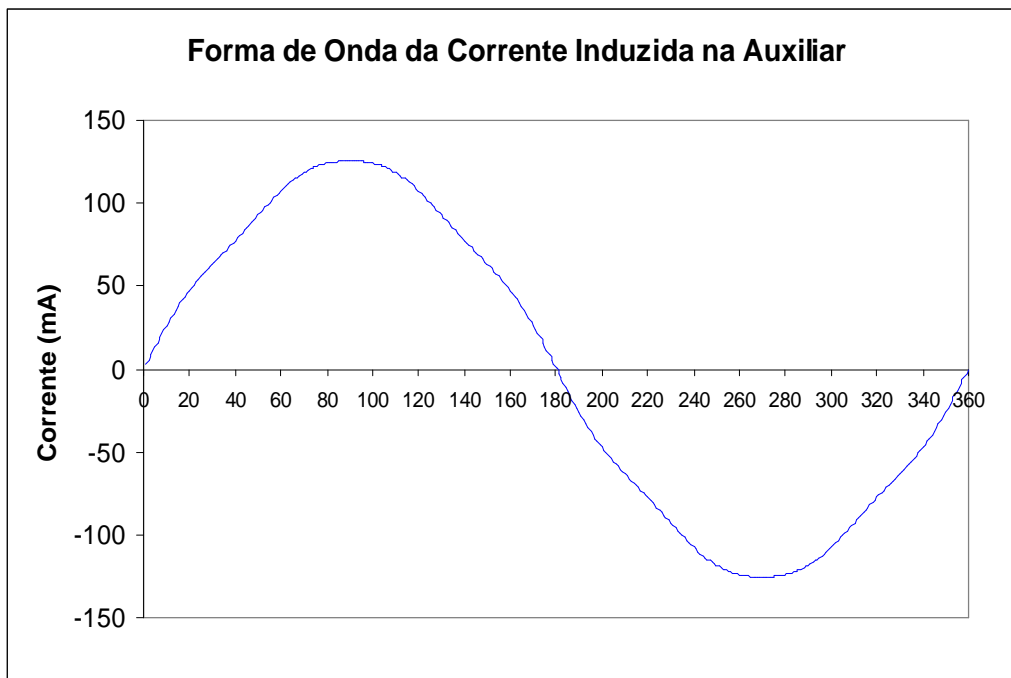


Figura – 8.1 – Forma de Onda da Corrente Induzida na Auxiliar

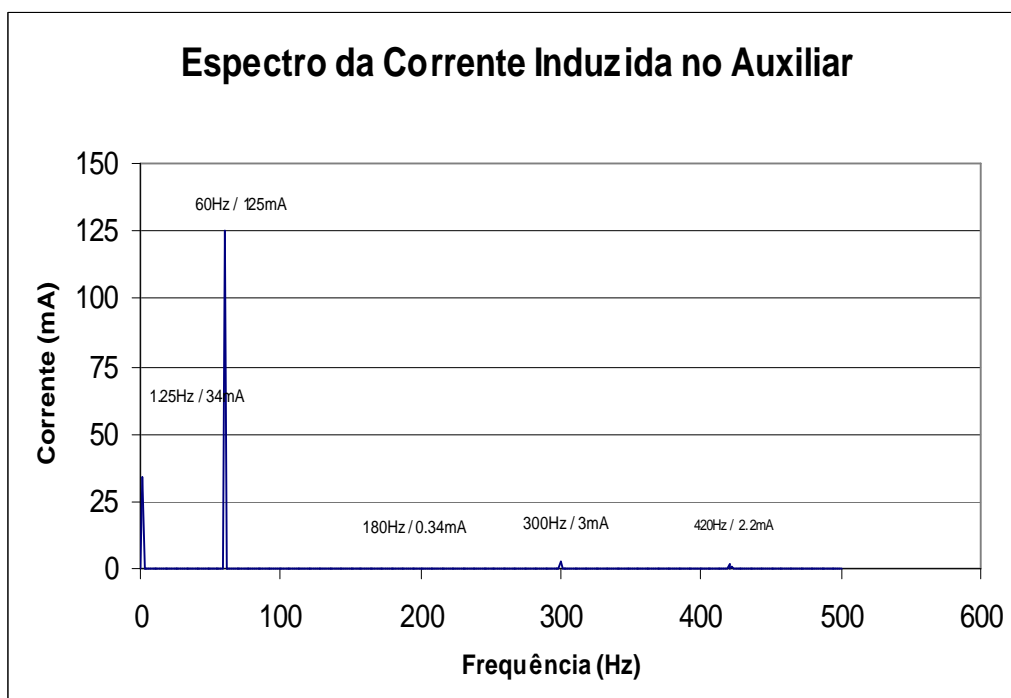


Figura – 8.2 – Espectro da Corrente Induzida no Auxiliar

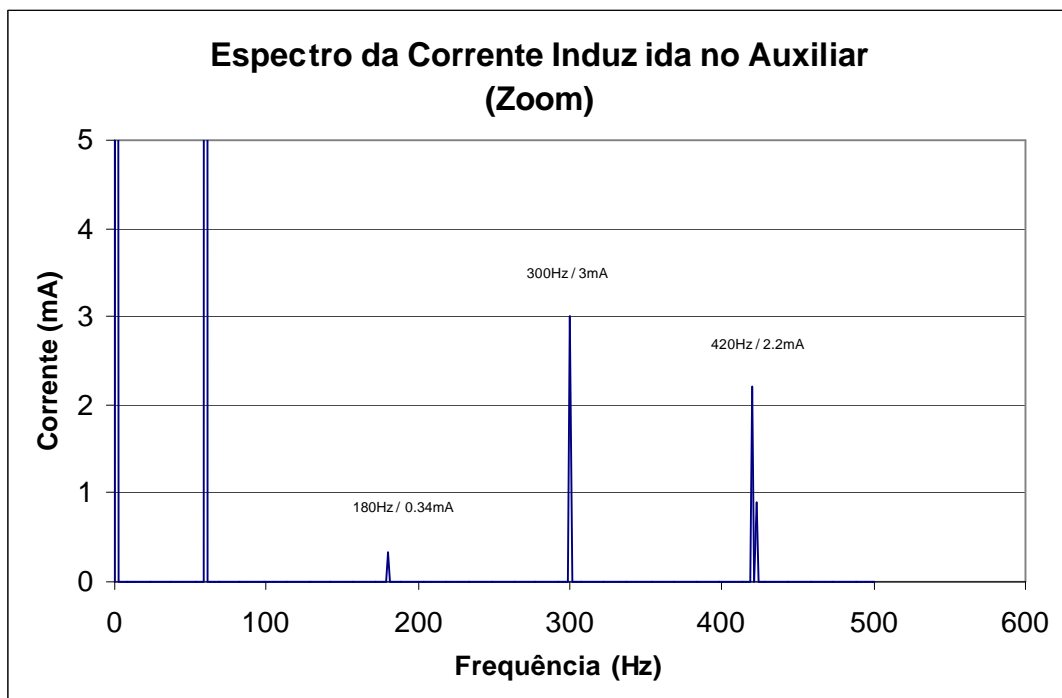


Figura – 8.3 – Zoom do espectro da Corrente Induzida no Auxiliar

APÊNDICE

C

Ensaio da Performance do Protótipo

MATRBGC-HGW560-75kW

**LABORATÓRIO DE ENSAIOS ELÉTRICOS - BAIXA TENSÃO
WEG MÁQUINAS**

RELATÓRIO DE ENSAIO DE PROTÓTIPO MATRBGC 560

POTÊNCIA: 75KW / 25KW
TENSÃO ESTATOR: 440 / 1200V
POLARIDADE: 12 / 8 Pólos
FREQUÊNCIA: 60 Hz

Jaraguá do Sul
Outubro, 2005.

SUMÁRIO

1- INTRODUÇÃO	307
2- EQUIPAMENTOS DE MEDIÇÃO	307
3- MEDIÇÃO DA RESISTÊNCIA A FRIO	307
3.1- Procedimentos	307
3.2- Resultados	307
3.2.1- Acessórios	307
3.2.2- Bobinado do Estator da Máquina Principal (12 pólos)	308
3.2.3- Bobinado do Estator da Máquina Auxiliar (8 pólos)	308
4- ENSAIOS DA MÁQUINA PRINCIPAL	308
5- ENSAIOS DA MÁQUINA AUXILIAR	308
6- ENSAIOS ALIMENTANDO PRINCIPAL (12 PÓLOS) COM AUXILIAR (8 PÓLOS) EM CURTO	309
6.1- Ensaio em Vazio	309
6.2- Ensaio em Carga como Motor	309
6.3- Ensaio em Carga como Gerador	309
6.4- Características de Torque	310
6.5- Curvas Características	310
7- ENSAIOS DE VIBRAÇÃO	312
8- ACOPLAMENTO ELETROMAGNÉTICO ENTRE ENROLAMENTO PRINCIPAL E AUXILIAR	314

TABELAS

Tabela 3.2.2.1- Ensaio de Resistência a Frio no Bobinado Principal (12P)	308
Tabela 3.2.3.1- Ensaio de Resistência a Frio no Bobinado Auxiliar (8P)	308
Tabela 6.1.1- Ensaio em Vazio na Ligação operando em Cascata Mais	309
Tabela 6.2.1- Ensaio em Carga como Motor operando em Cascata Mais	309
Tabela 6.3.1- Ensaio em Carga como Gerador operando em Cascata Mais	309

LISTA DE FIGURAS

Figura 6.5.1- Curva de Corrente x Rotação Alimentando Principal (12P) com Auxiliar (8P) em Curto	310
Figura 6.5.2 - Curva de Potência x Rotação Alimentando Principal (12P) com Auxiliar (8P) em Curto	311
Figura 6.5.3- Curva de Torque x Rotação Alimentando Principal (12P) com Auxiliar (8P) em Curto	311
Figura 7.1 - Diagrama dos Pontos de Medição de Vibração	312
Figura 7.2 - Espectro de Vibração em Carga – Domínio da Frequência (1000 Hz)	312
Figura 7.3 - Espectro de Vibração em Carga – Domínio da Frequência (1000 Hz)	313
Figura 7.4 - Espectro de Vibração em Carga – Domínio do Tempo	313
Figura 8.1 - Forma de Onda da Corrente Induzida na Auxiliar	314
Figura 8.2 - Espectro da Corrente Induzida na Auxiliar	314
Figura 8.3 - Forma de Onda da Tensão Induzida na Auxiliar	315
Figura 8.4 - Espectro da Tensão Induzida na Auxiliar	315

1- INTRODUÇÃO

Este relatório tem por objetivo apresentar os resultados dos ensaios realizados no protótipo MATRBGC HGW 560 – 75kW.

O protótipo testado foi montado em uma carcaça 560 com potência nominal de 75kW no enrolamento principal de 12 pólos, e 25KW no enrolamento auxiliar de 8 pólos na frequência de alimentação de 60Hz. O estator é composto por dois enrolamentos, sendo o principal de 12 pólos com tensão 440 V / 254 V e o auxiliar de 8 pólos com tensão de 1200 V / 690 V. Ambos com 6 cabos de saída. O rotor é constituído de uma gaiola bobinada com fio circular

No início do relatório serão apresentados os equipamentos utilizados nos ensaios, com uma breve descrição de sua função.

Os procedimentos utilizados serão apresentados ao longo do relatório preferencialmente no início dos capítulos.

2- EQUIPAMENTOS DE MEDIÇÃO

Neste capítulo serão apresentados os equipamentos de medição utilizados nos ensaios, sua função e uma breve apresentação de suas características.

- § Fonte DC HP6684A - Aplicação da Corrente DC para medição da resistência dos enrolamentos
- § Milivoltímetro Fluke 45 - Medição da Queda de Tensão nos Enrolamentos para determinação da resistência
- § Multímetro Fluke 11 - Multímetro utilizado para medição da resistência dos Pt100.
- § Registrador Yokogawa LR8100 - Registrador Gráfico Multipenas utilizado para obtenção das Curvas de Partida.
- § Wattímetro Yokogawa WT130 - Analisador de Potência Trifásico utilizado para as medições de potência de entrada da máquina.
- § Transdutor de Torque HBM T10F - Medidor de Torque acoplado a ponta do eixo da Máquina utilizado nos ensaios em carga e Curvas de Partida.
- § Transdutores de Corrente, Tensão e Potência - Utilizados para converter valores CA em CC, para realização dos ensaios de Curvas de Partida.
- § Analisador de Vibração VBSéries - Utilizado nas análise de vibração.
- § HPXXX - Osciloscópio utilizado para obtenção dos espectros de tensão e corrente.

3- MEDIÇÃO DA RESISTÊNCIA A FRIO

3.1 Procedimentos

Foi aplicada nos enrolamentos uma corrente DC correspondente a 10% da corrente nominal e registrou-se a queda de tensão obtida. A temperatura do bobinado foi medida utilizando os RTDs tipo Pt100 instalados na máquina.

Nas tabelas 3.2.2.1 e 3.2.3.1 são apresentados os valores medidos e sua correção para uma temperatura de 20°C.

3.2 Resultados

3.2.1 Acessórios

Pt100 (2 por fase) = 107.7 Ohms (20.02°C)

Pt100 (1 por mancal) = 107.9 Ohms (20.54°C)

3.2.2 Bobinado do Estator da Máquina Principal (12 pólos)

Temperatura do ensaio = 20.02°C

Esquema de Ligação = 1Y (440V)

Cabos Medidos	Corrente (A)	Tensão (V)	Resistência por Fase (20°C)
1-2	15.78	0.5691	0.018032
1-3	15.78	0.5689	0.018026
2-3	15.78	0.5690	0.018029

Tabela –3.2.2.1 - Ensaio de resistência a frio no bobinado principal (12 Pólos)

3.2.3 Bobinado do Estator da Máquina Auxiliar (8 pólos)

Temperatura do ensaio = 20.02°C

Esquema de Ligação = 1Y (1200V)

Cabos Medidos	Corrente (A)	Tensão (V)	Resistência por Fase (20°C)
1-2	1.92	1.6254	0.423281
1-3	1.92	1.6259	0.423411
2-3	1.92	1.6257	0.423359

Tabela – 3.2.3.1 - Ensaio de resistência a frio no bobinado auxiliar (8 Pólos)

4- ENSAIOS DA MÁQUINA PRINCIPAL

Não foi possível a realização dos ensaios das máquinas individuais devido aos baixos torques encontrados durante o ensaio. A máquina não consegue acelerar o conjunto até atingir a rotação síncrona quando acoplada ao dinamômetro, mesmo com a excitação do dinamômetro desligada. Isto ocorre devido ao fato da gaiola ser construída por bobinas fazendo com que a curva de torque da máquina individual seja baixa, principalmente o torque de partida por não apresentar o efeito skin nos condutores.

As máquinas individuais apresentam torques relativamente baixos se comparadas à altura de eixo do protótipo. Como a máquina foi construída numa carcaça grande para atender a condição de operação em cascata mais, o dinamômetro utilizado no ensaio também apresenta um volume e uma inércia de rotor bastante grande. O fato de usar um dinamômetro maior não compromete a qualidade dos ensaios realizados na condição de operação em cascata mais devido ao fato do torque nesta condição ser maior e a medição do torque é feita utilizando um transdutor de torque acoplado diretamente no eixo da máquina.

5- ENSAIOS DA MÁQUINA AUXILIAR

Pelos mesmos motivos da máquina principal, não foi possível a realização dos ensaios da máquina auxiliar individual. A máquina auxiliar apresenta um torque ainda menor fazendo com que a máquina não consiga acelerar o conjunto até a rotação nominal quando acoplada ao dinamômetro

6- ENSAIOS ALIMENTANDO PRINCIPAL (12POLOS) COM AUXILIAR (8 POLOS) EM CURTO

Nestes ensaios buscou-se verificar o funcionamento do protótipo quando acionado pelo enrolamento principal e tendo os terminais do enrolamento auxiliar conectado em curto, e a máquina operando em cascata mais.

6.1 Ensaio em Vazio

O ensaio foi realizado com o protótipo em vazio, isto é, desacoplado do dinamômetro alimentado com tensão e frequência nominais no enrolamento principal. A tabela 6.1.1 mostra os valores medidos.

Tensão (V)	Corrente (A)	Potencia. (W)	Rotação (rpm)	FP
440	207.8	4800	360	0.030

Tabela – 6.1.1 - Ensaio em vazio operando em cascata mais.

6.2 Ensaio em Carga como Motor

O ensaio foi realizado com o protótipo acoplado ao dinamômetro e alimentado com tensão e frequência nominais no enrolamento principal e mantendo o auxiliar em curto. Através do dinamômetro são aplicadas diversas condições de torque para obtenção do desempenho operando como motor, conforme tabela 6.2.1. Neste ensaio foi considerado 75kW como potência nominal.

Carga (%)	Pot. Útil (W)	Corrente (A)	Tensão (V)	Pot. Abs. (W)	Torque (Nm)	Rotação (rpm)	FP	Rendimento (%)
25.0	18750	210.7	440	23800	499.2	358.7	0.148	78.8
50.0	37500	214.9	440	43700	1001.7	357.5	0.267	85.8
75.0	56250	226.3	440	63100	1508.9	356.0	0.366	89.1
100.0	75000	243.9	440	83200	2020.4	354.5	0.448	90.1
125.0	93750	265.4	440	102300	2536.9	352.9	0.506	91.6
150.0	112500	296.3	440	124900	3062.5	350.8	0.553	90.1

Tabela – 6.2.1 - Ensaio em carga como motor.

6.3 Ensaio em Carga como Gerador

O ensaio foi realizado com o protótipo também acoplado ao dinamômetro e alimentado com tensão e frequência nominais no enrolamento principal. Através do dinamômetro são aplicadas diversas condições de torque motor para obtenção do desempenho da máquina como gerador, conforme valores mostrados na tabela 6.3.1. O torque aplicado ao eixo é negativo para a operação como gerador. Neste ensaio foi considerado 75kW como potência nominal.

Carga (%)	Pot. Útil (W)	Corrente (A)	Tensão (V)	Pot. Eixo (W)	Torque (Nm)	Rotação (rpm)	FP	Rendimento (%)
25	18750	207.6	440	24015.5	634.5	361.45	0.1185	78.1
50	37500	228.2	440	42466.0	1117.5	362.91	0.2157	88.3
75	56250	248.7	440	63187.9	1657.3	364.11	0.2968	89.0
100	75000	269.2	440	82541.6	2159.2	365.06	0.3656	90.9
125	93750	289.7	440	104511.4	2728.7	365.76	0.4246	89.7
150	112500	310.2	440	126478.6	3298.1	366.22	0.4759	88.9

Tabela – 6.3.1 - Ensaio em carga como gerador.

6.4 Características de Torque

O objetivo deste ensaio foi determinar o comportamento do protótipo no momento da partida e no ponto de conjugado máximo.

O ensaio foi realizado com a máquina acoplada ao dinamômetro o qual foi usado inicialmente para bloquear o eixo da máquina e posteriormente para aplicar o conjugado motor necessário para que a máquina entrasse em conjugado máximo. Os valores de tensão, corrente, torque e potência foram registrados.

$$I_p/I_n = 2.91 \text{ pu}$$

$$I_p = 608.2 \text{ A}$$

$$C_p/C_n = 0.579 \text{ pu}$$

$$C_p = 1206.3 \text{ Nm}$$

$$C_m/C_n = 2.12 \text{ pu}$$

$$C_m = 4414.5 \text{ Nm}$$

6.5 Curvas Características

O objetivo deste ensaio é determinar o comportamento do protótipo em diversas condições de rotação, buscando determinar, em toda sua faixa de operação, suas características de performance, tais como corrente estatórica, potência e torque, mostradas nas Figuras 6.5.1, 6.5.2. e 6.5.3 respectivamente

O ensaio foi realizado com a máquina acoplada ao dinamômetro, que foi utilizado como máquina primária. No mesmo instante em que o protótipo foi alimentado o dinamômetro foi acionado para acelerar de 0 a 1200 rpm forçando o protótipo a percorrer toda sua curva de torque. Os valores de tensão, corrente, potência, torque e rotação foram gravados utilizando um registrador gráfico em conjunto com transdutores.

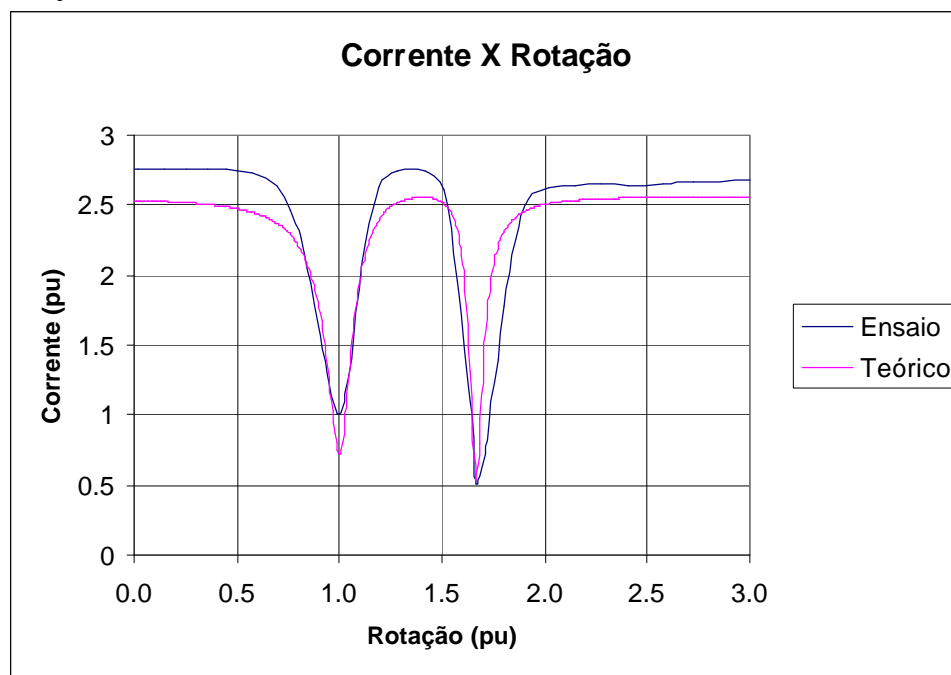


Figura.6.5.1 – Curva de Corrente x Rotação. Alimentando Principal (12P) com Auxiliar (8P) em Curto.

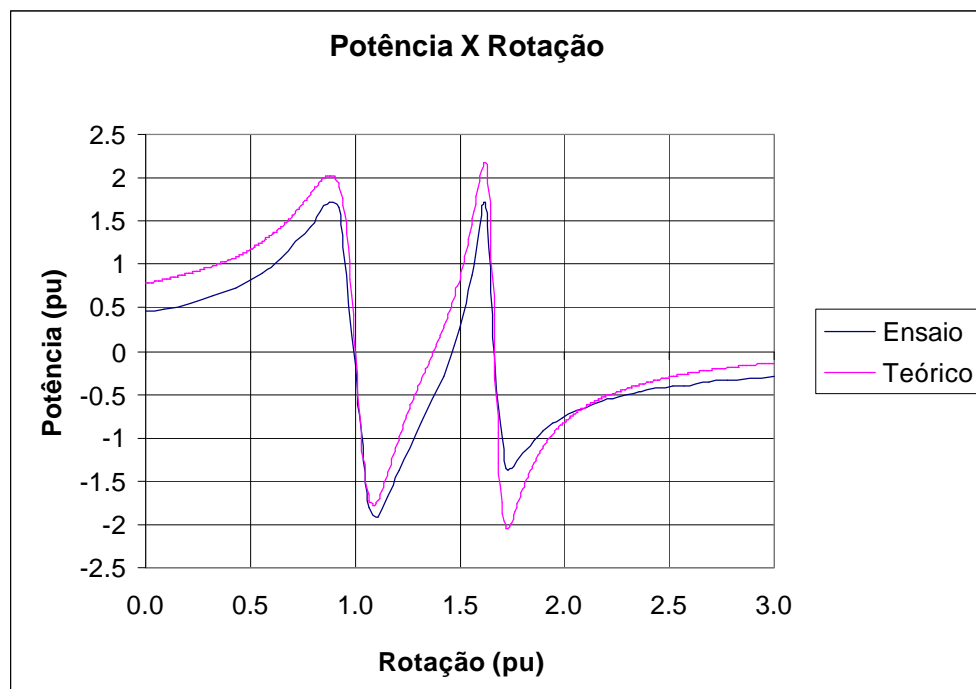


Figura.6.5.2 – Curva de Potência x Rotação. Alimentando Principal (12P) com Auxiliar (8 P) em Curto.

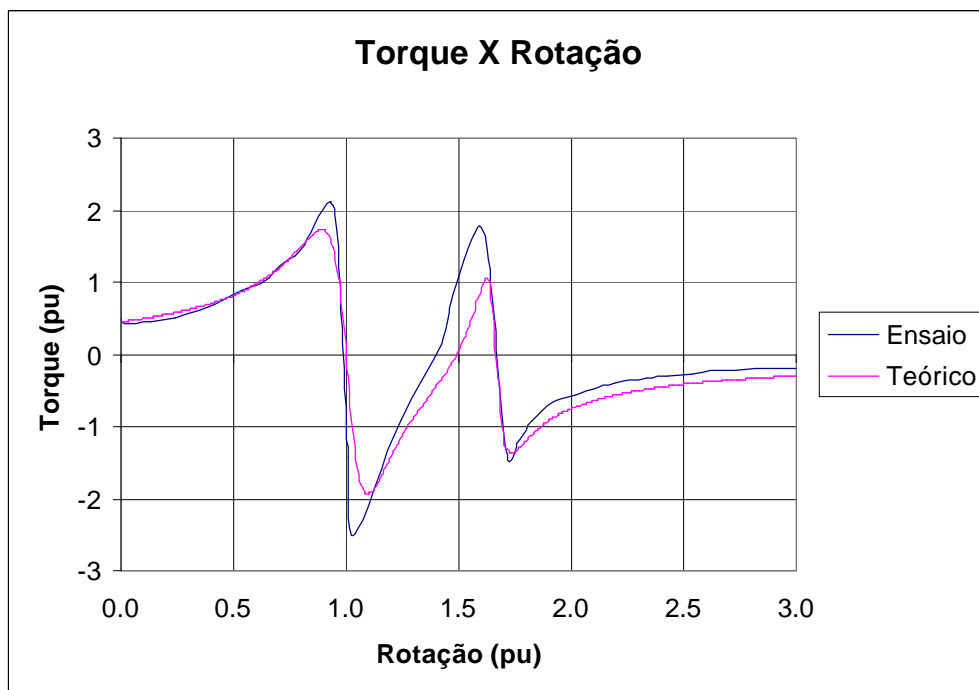


Figura. 6.5.3 – Curva de Torque x Rotação. Alimentando Principal (12P) com Auxiliar (8P) em Curto.

7- ENSAIOS DE VIBRAÇÃO

Um dos objetivos do trabalho é estudar o comportamento da máquina quanto à vibração proveniente das excitações eletromagnéticas. Este ensaio tem por objetivo verificar, através de uma análise do espectro de vibração este comportamento.

Foram realizadas medições em carga nominal, ou seja, 2023Nm –354rpm. O enrolamento principal 12 pólos foi alimentado com Y-440V-60Hz. Os terminais do enrolamento auxiliar foram curto circuitados. Nestas condições foram realizadas medições no domínio da frequência e do tempo com o protótipo fixo em base rígida e acoplado ao dinamômetro por intermédio de um eixo cardan. As medições foram feitas nos pontos indicados na figura 7.1 Os valores medidos no domínio da frequência estão mostrados nas figuras 7.2 e 7.3. No domínio do tempo está mostrado na figura 7.4.

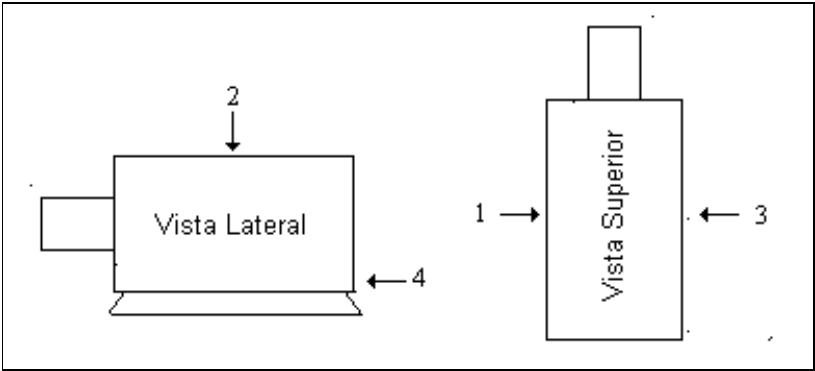


Figura – 7.1 - Diagrama dos pontos de medição de vibração

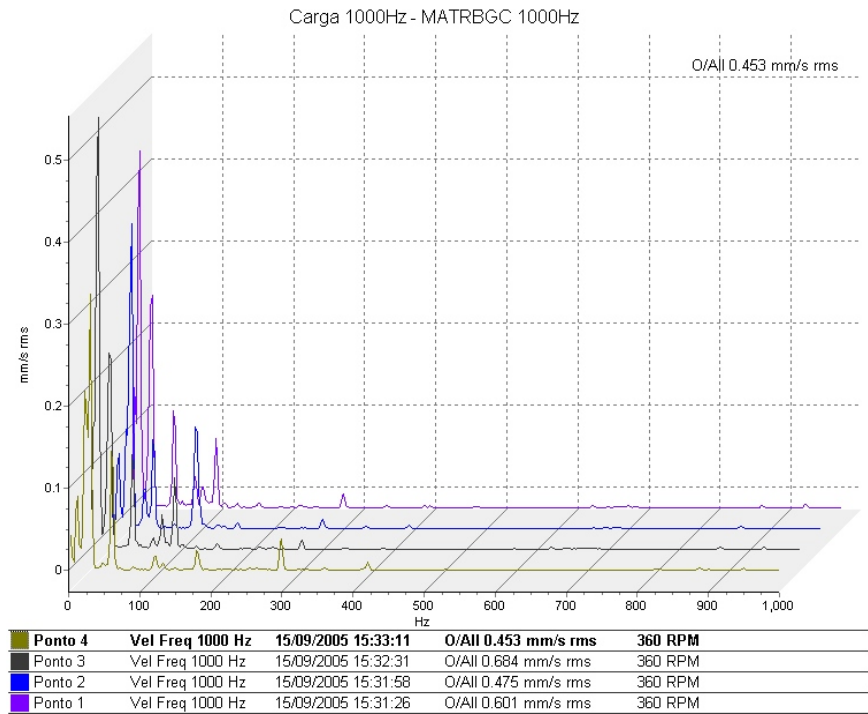


Figura – 7.2 - Espectro de Vibração em Carga - Domínio da Frequência (1000Hz)

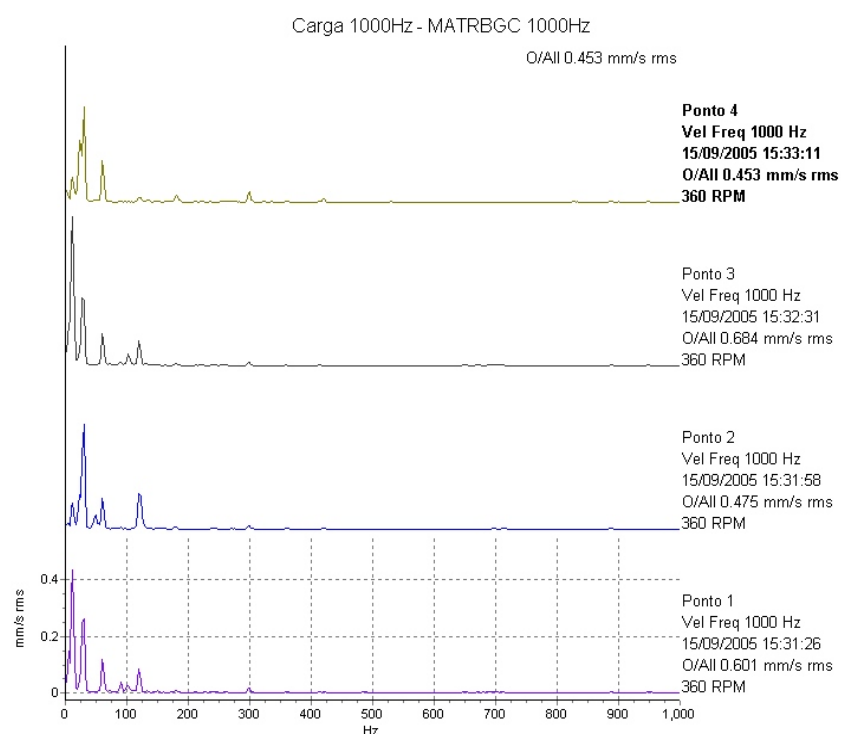


Figura – 7.3 - Espectro de Vibração em Carga - Domínio da Frequência (1000Hz)

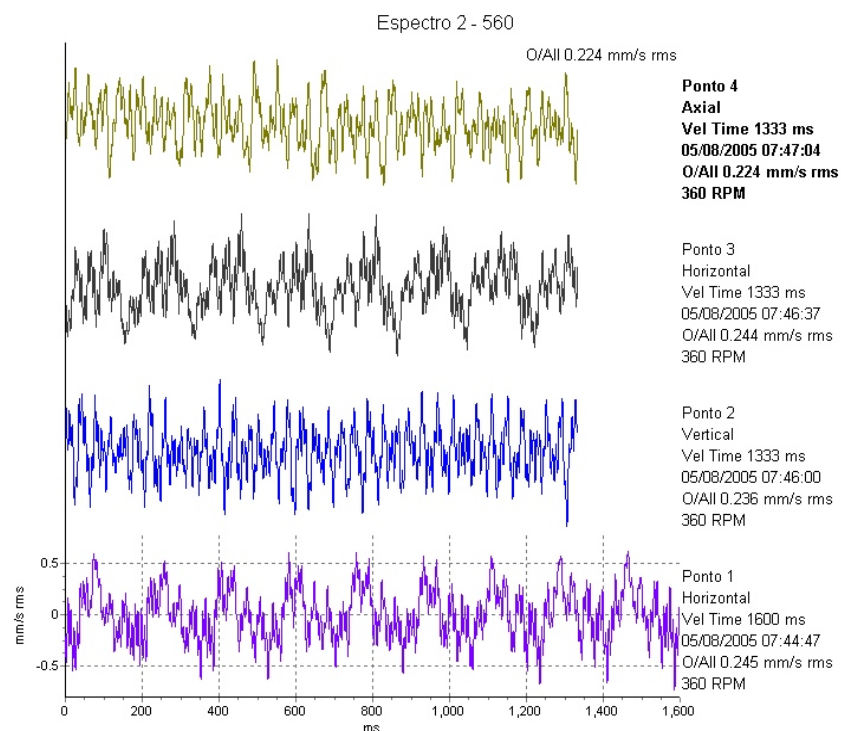


Figura – 7.4 - Espectro de vibração em carga - Domínio do tempo

8- ACOPLAMENTO ELETROMAGNÉTICO ENTRE ENROLAMENTO PRINCIPAL E AUXILIAR

Como o núcleo magnético do estator compartilha os dois enrolamentos é necessário verificar a existência ou não do acoplamento eletromagnético entre os enrolamentos. Para este protótipo verificamos apenas a influência do enrolamento principal sobre o auxiliar.

Para verificar este acoplamento é aplicada a tensão nominal ao enrolamento principal e a corrente induzida é medida nos terminais do enrolamento auxiliar.

Aplicando ao enrolamento principal a tensão nominal, mantendo o enrolamento auxiliar em curto, a máquina roda em vazio bem próximo da rotação síncrona da cascata de 360 rpm. Nesta condição a corrente induzida no auxiliar foi medida. Na figura 8.1 é mostrada a forma de onda da corrente induzida em função do tempo. Na figuras 8.2. é mostrado o espectro de corrente induzida no auxiliar no domínio da frequência.

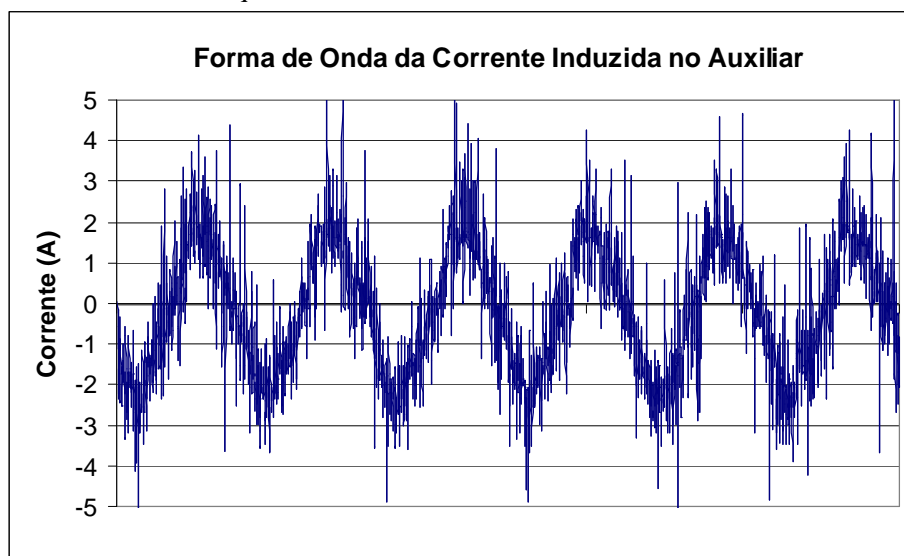


Figura – 8.1 – Forma de Onda da Corrente Induzida na Auxiliar

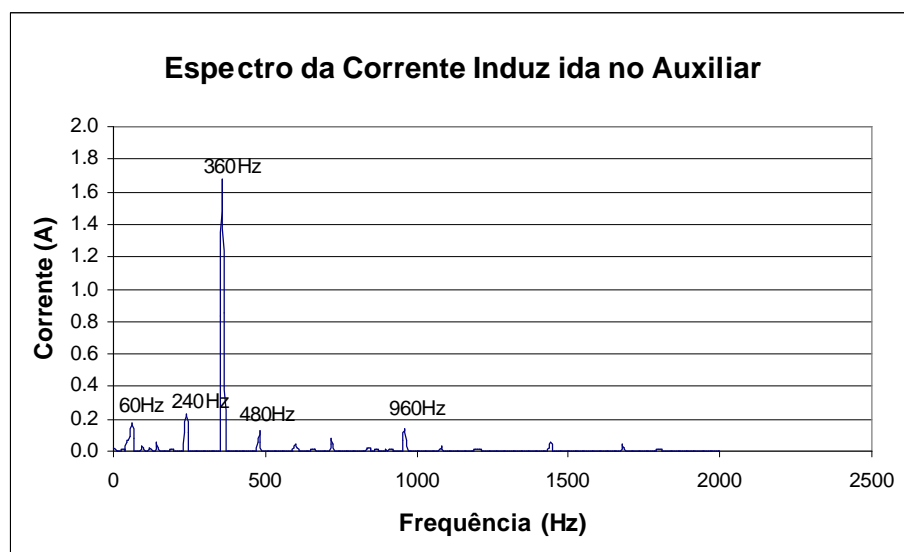


Figura – 8.2 – Espectro da Corrente Induzida na Auxiliar

A máquina foi alimentada com tensão e frequência nominal no enrolamento principal. Mantendo o enrolamento auxiliar aberto. Nesta condição a máquina roda em vazio próximo da rotação síncrona da máquina principal que é de 600 rpm. A tensão induzida no enrolamento auxiliar nesta condição, em função do tempo está mostrada na figura 8.3. A mesma tensão induzida no domínio da frequência é mostrado na figura 8.4.

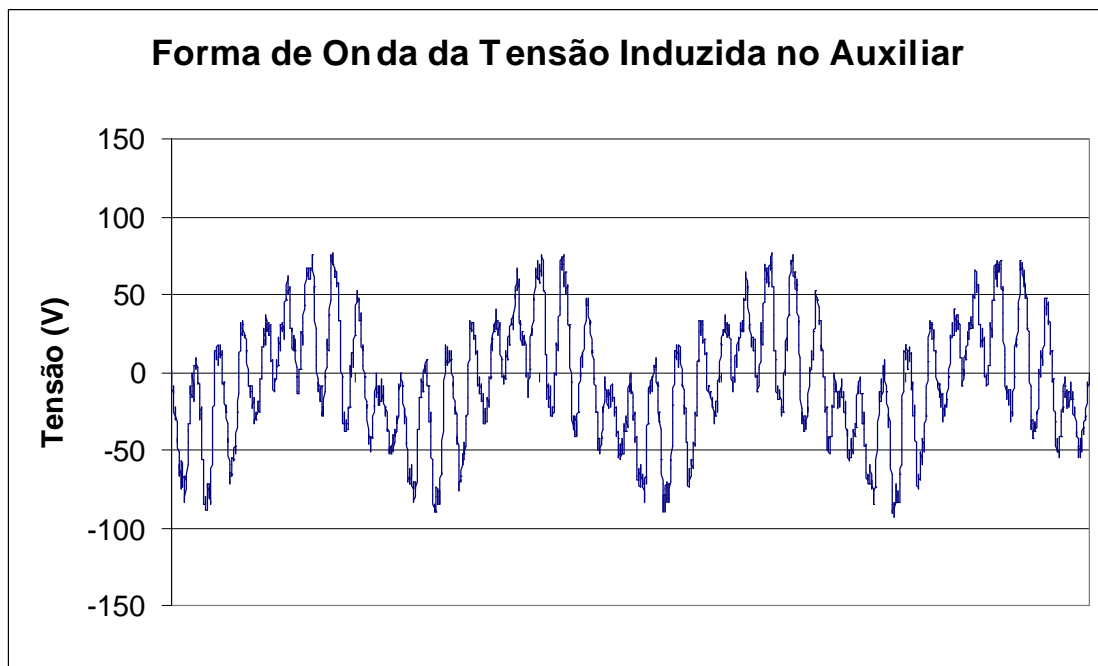


Figura – 8.3 – Forma de Onda da Tensão Induzida na Auxiliar

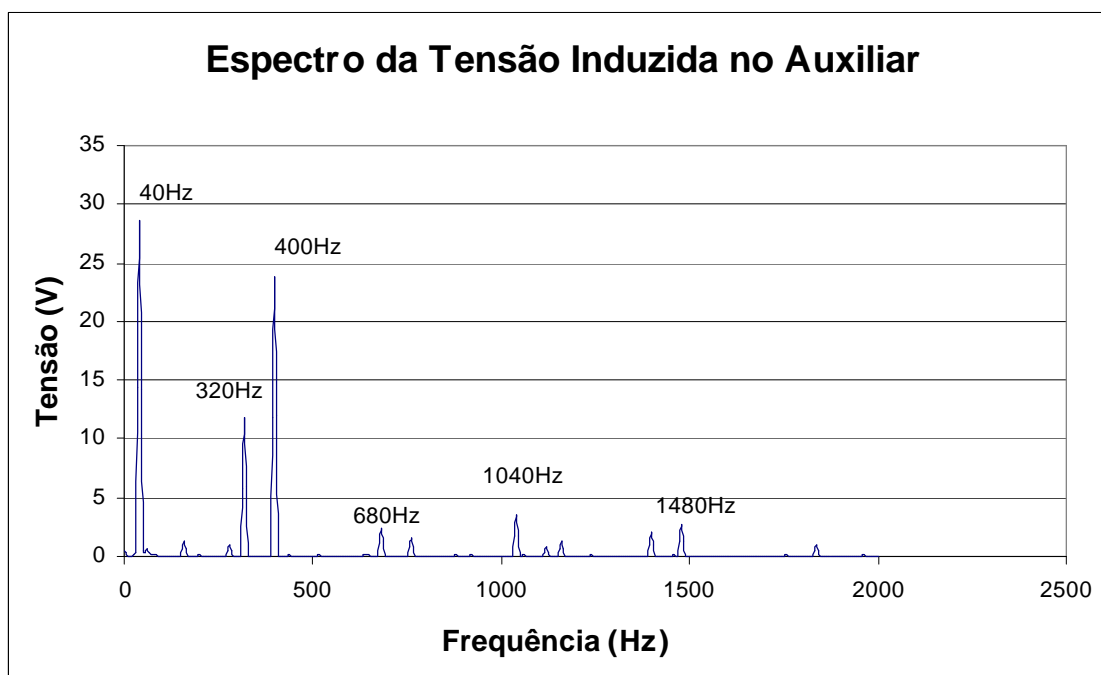


Figura – 8.4 – Espectro da Tensão Induzida na Auxiliar

APÊNDICE D

**Determinação dos coeficientes de
amortecimento modais do protótipo**

MATRGDA-FAF315-15kW

RELATÓRIO TÉCNICO DE ENSAIOS

19/03/2004

ASSUNTO: Determinação dos coeficientes de amortecimento modais do Protótipo
MATRGDA-FAF315-15kW

CONCLUSÃO:

Os amortecimentos modais desejados encontram-se listados na tabela abaixo. Estes coeficientes estão apresentados na forma percentual, ou seja, em percentagem em relação ao amortecimento crítico. Os valores encontram-se tabelados para cada frequência natural identificada em cada um dos pontos de medição solicitados. Devido a grande densidade de frequências naturais, foi possível calcular o amortecimento modal somente em algumas destas frequências. Os anexos apresentam os gráficos das funções obtidas em cada ponto de medição.

RESULTADO GERAL DAS MEDIÇÕES							
Ponto 1		Ponto 2		Ponto 3		Ponto 4	
Freq. de Ressonância [Hz]	Amorteci-Mento [%]	Freq. de Ressonância [Hz]	Amorteci-Mento [%]	Freq. de Ressonância [Hz]	Amorteci-Mento [%]	Freq. de Ressonância [Hz]	Amorteci-Mento [%]
100.0	3.73	168.0	3.51	248.0	2.63	388.0	7.45
244.0	2.88	276.0	1.22	308.0	1.17	576.0	6.72
408.0	1.54	408.0	1.55	408.0	1.48	760.0	0.99
468.0	2.12	468.0	1.34	468.0	1.19	772.0	0.66
740.0	0.72	616.0	1.67	760.0	1.53	848.0	1.55
992.0	1.13	740.0	1.68	796.0	0.77	992.0	1.35
1748	0.79	808.0	1.74	848.0	0.89	1080	0.67
1816	0.80	1032	1.8	992.0	1.36	1126	0.34
1888	0.64	1224	2.77	1180	2.21	1148	0.32
2060	1.28	1728	0.93	1292	0.95	1216	1.73
2116	0.44	1844	1.59	1464	0.34	1384	1.58
2172	0.53	1932	0.38	1580	1.00	1456	0.335
2264	1.44	1996	0.84	1664	1.41	1576	2.56
2356	1.1	2104	0.85	2064	1.61	1660	0.70
2500	0.73	2260	0.71	2196	0.25	1700	0.41
2672	0.63	2364	0.39	2236	0.54	1736	0.54
2764	0.57	2692	0.52	2416	1.26	1768	1.10
3056	0.65	2732	0.38	2560	1.28	1800	2.26
		2856	0.73	2620	0.52	1892	0.57
		2948	0.40	2660	0.58	1936	0.79
		3092	0.88	2796	0.95	2300	1.17
				2956	0.61	2528	1.62
						2604	0.52
						2684	1.00
						2820	0.35
						2892	0.76
						3000	0.50
						3168	0.73

EQUIPAMENTOS DE MEDIÇÃO

- Sistema de análise de sinais para ruído e vibração de 4 canais PULSE 3560C
Fabricante: Brüel & Kjaer
Ano de Fabricação: 2003
- Acelerômetro DeltaTron Type 4394
Fabricante: Brüel & Kjaer
Data de Fabricação: 23/12/2003
Número de série: 10647
- Martelo de Impacto Modelo 2302-5
Fabricante: Endevco
Data de Fabricação: 19/11/2003
Número de série: 2782

COMENTÁRIOS

A determinação dos coeficientes de amortecimento modais foi feita utilizando o software 7700 N4 de análise de sinais de vibração do PULSE 3560C.

Uma forma de determinação destes coeficientes é através da identificação dos pontos da banda de meia potência (-3dB) em relação aos máximos picos do módulo da função de resposta em frequência ($H(f)$ = razão entre a resposta e a excitação, no domínio da frequência). A Fig. D1 procura ilustrar o método.

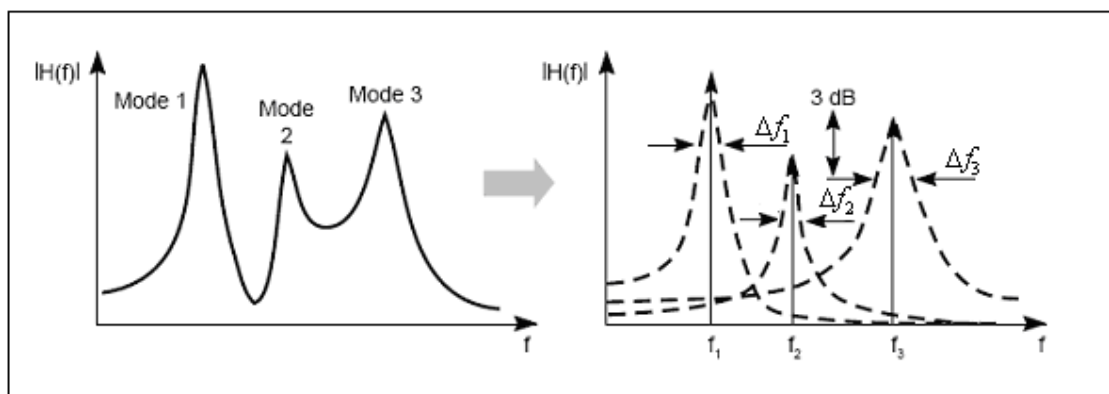


Fig. D1 - Ilustração dos picos dos módulos da função resposta.

O coeficiente de amortecimento modal ξ_i do i -ésimo modo de vibração pode ser obtido da relação:

$$\xi_i = \frac{\Delta f_i}{2f_i}$$

onde : Δf_i é a largura da banda de meia potência;
 f_i é a i -ésima frequência de ressonância.

A Fig. D2 mostra um exemplo extraído da literatura do pulse, de como o software apresenta os resultados da frequência de ressonância e do coeficiente de amortecimento.

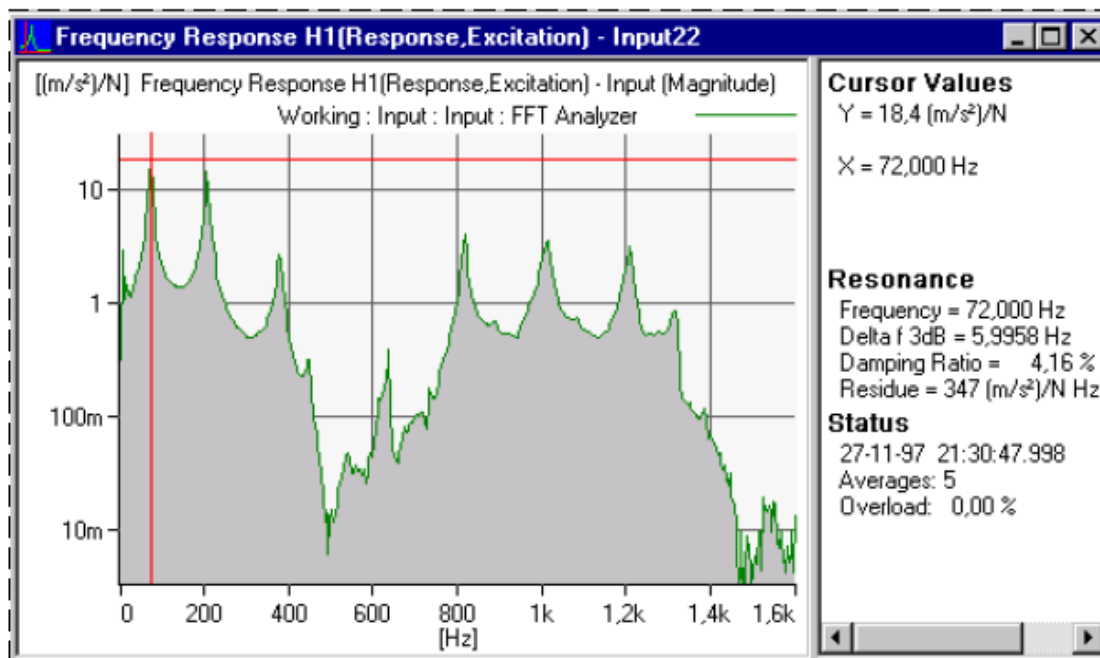


Fig. D2 – Exemplo da literatura do pulse

PROCEDIMENTO DE ENSAIO

Para determinação das funções de resposta em frequência foi utilizado um acelerômetro para medição da resposta nos pontos solicitados para as medições e um martelo de impacto para medição da excitação. Para os pontos de impacto foram usados aqueles que melhor excitavam os pontos de medição da aceleração.

As fotos a seguir apresentam o uso do martelo de impacto e o acelerômetro em cada ponto de medição.

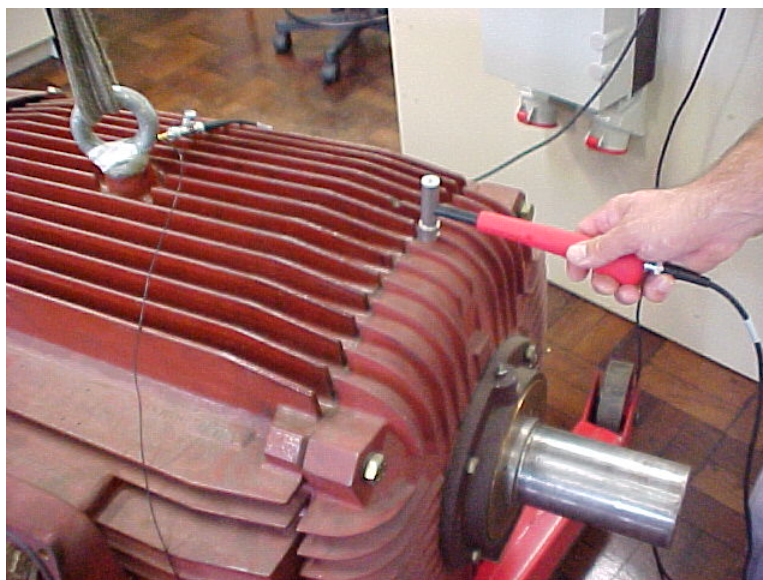


Foto D1 - Uso do martelo de impacto



Foto D2 - Ponto 1 de medição



Foto D3 -Ponto 2 de medição

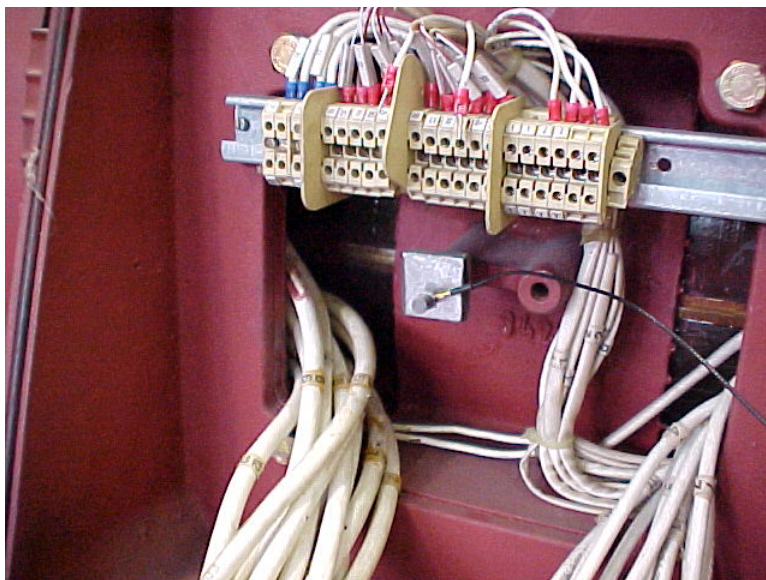


Foto D4 - Ponto 3 de medição

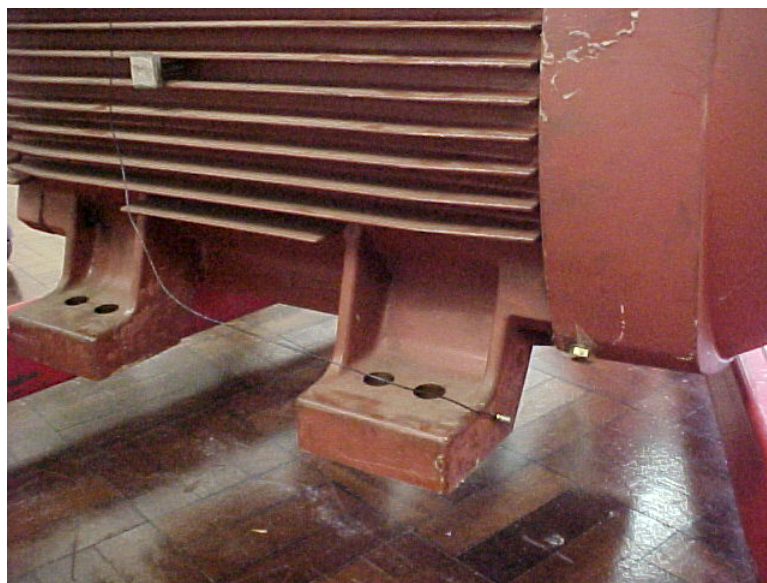


Foto D4 - Ponto 4 de medição

As medições foram todas efetuadas com o motor suspenso (dependurado), para simular a condição completamente livre. Não havia disponibilidade de borrachas para este ensaio.

Os anexos D1 a D4 apresentam os gráficos das funções de respostas obtidas para cada par de pontos de excitação e medição e as respectivas identificações dos amortecimentos em uma das frequências de ressonância. As demais frequências de ressonâncias dos gráficos e respectivos amortecimentos acham-se listadas na tabela das conclusões.

ANEXO I

Função de Resposta em Frequência para Medição do Amortecimento Ponto 1

PULSE Report:

Report generated the 3/18/2004

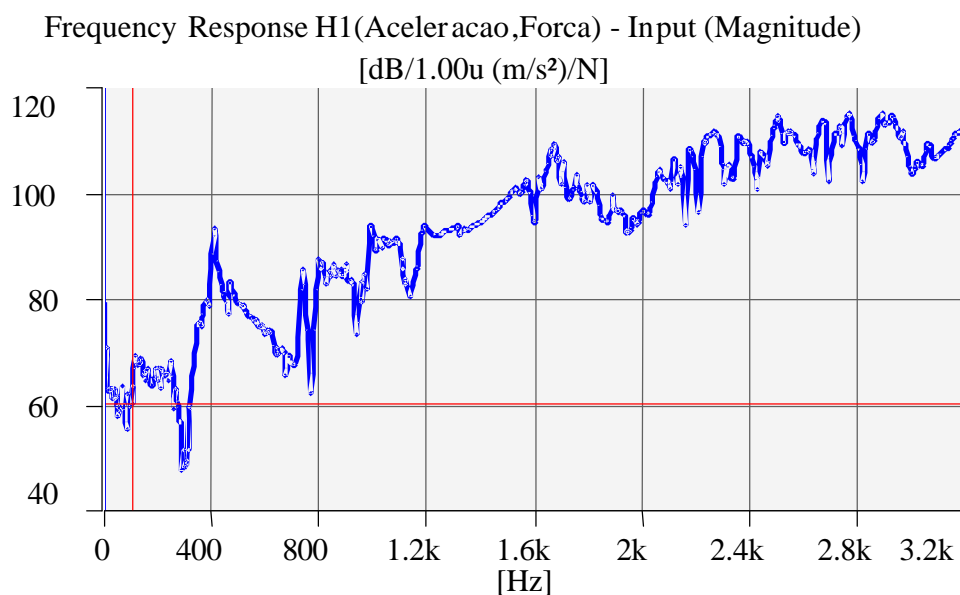


Fig. D3 – Resposta forçada

Cursor Values

Y = 59.8 dB/1.00u (m/s²)/N

X = 104.0 Hz

Fund. = 0.000 Hz

Status

3/18/2004 14:04:32.000

Averages: 10

Overload: 0.00 %

Resonance

Frequency = 100.0 Hz

Delta f 3dB = 7.454 Hz

Damping Ratio = 3.73 %

Residue = 0.0340 (m/s²)/N Hz

ANEXO II

**Função de Resposta em Frequência para Medição do Amortecimento
Ponto 2**

PULSE Report:

Report generated the 3/18/2004

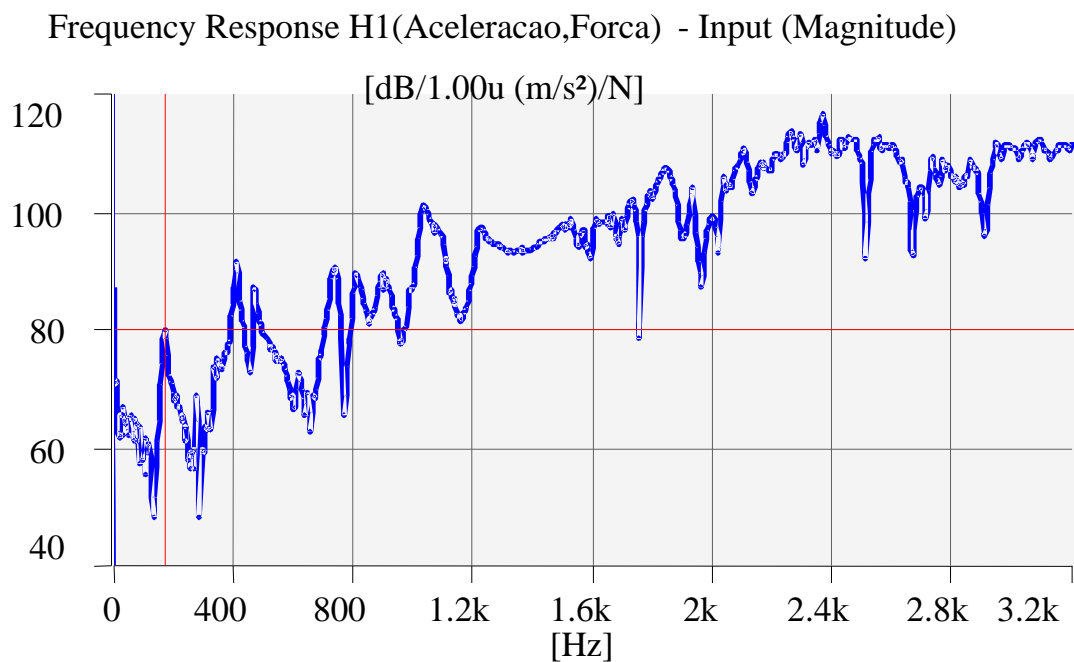


Fig. D4 - Frequency Response H1(Aceleracao,Forca) - Input

Cursor ValuesY = 79.7 dB/1.00u (m/s²)/N

X = 168.0 Hz

Fund. = 0.000 Hz

Status

3/18/2004 14:17:22.290

Averages: 10

Overload: 0.00 %

Resonance

Frequency = 168.0 Hz

Delta f 3dB = 11.81 Hz

Damping Ratio = 3.51 %

Residue = 0.360 (m/s²)/N Hz

ANEXO III

Função de Resposta em Frequência para Medição do Amortecimento Ponto 3

PULSE Report:

Report generated the 3/18/2004

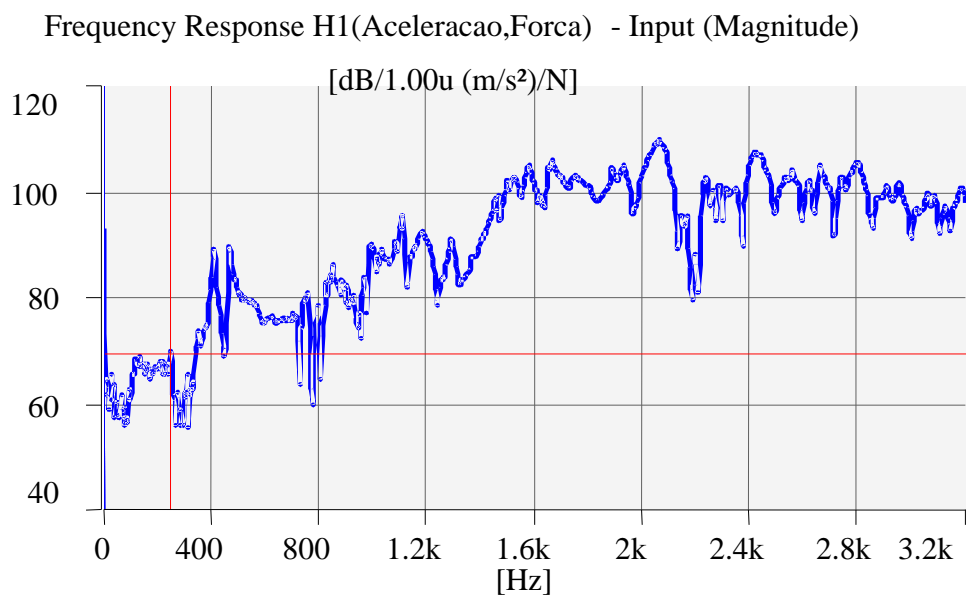


Fig. D5 - Frequency Response H1(Aceleracao,Forca) - Input

Cursor Values

Y = 69.2 dB/1.00u (m/s²)/N

X = 244.0 Hz

Fund. = 0.000 Hz

Status

3/18/2004 14:25:33.688

Averages: 10

Overload: 0.00 %

Resonance

Frequency = 248.0 Hz

Delta f 3dB = 13.03 Hz

Damping Ratio = 2.63 %

Residue = 0.127 (m/s²)/N Hz

ANEXO IV

**Função de Resposta em Frequência para Medição do Amortecimento
Ponto 4**

PULSE Report:

Report generated the 3/18/2004

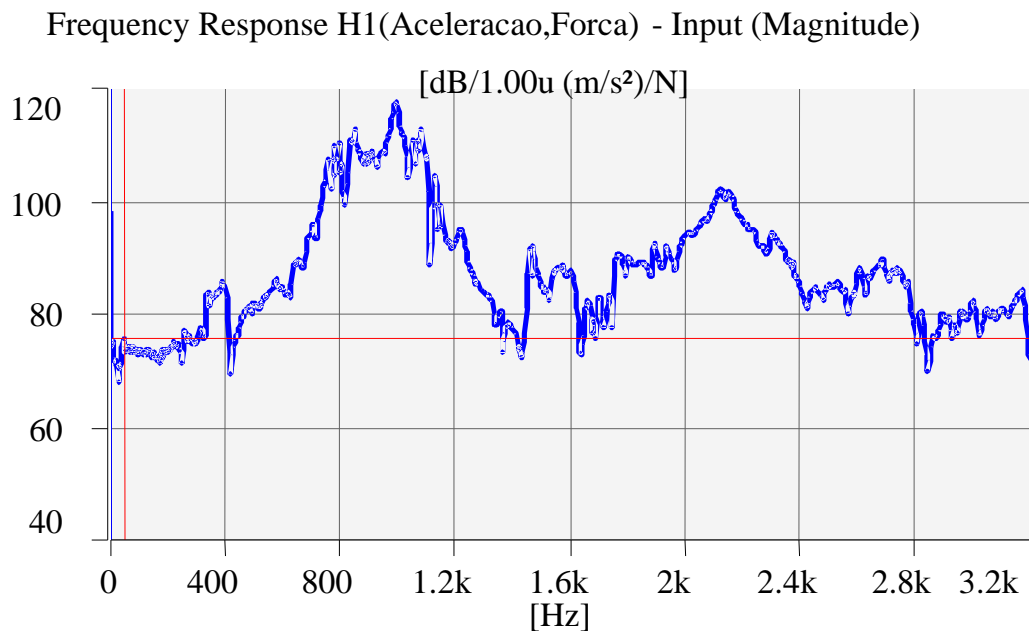


Fig. D6 - Frequency Response H1(Aceleracao,Forca) - Input

Cursor Values

Y = 75.5 dB/1.00u (m/s²)/N

X = 44.00 Hz

Fund. = 0.000 Hz

Status

3/18/2004 14:34:05.119

Averages: 10

Overload: 0.00 %

Resonance

Frequency = 44.00 Hz

Delta f 3dB = 85.70 Hz

Damping Ratio = 97.4 %

Residue = 1.60 (m/s²)/N Hz

APÊNDICE E

**Determinação dos coeficientes de
amortecimento modais do protótipo**

MATRBGC-HGW560-75kW

RELATÓRIO TÉCNICO DE ENSAIOS

17/05/2005

ASSUNTO: Determinação dos amortecimentos modais do motor completo HGW 560 e análise modal experimental do pacote de chapas do estator soldado e do mesmo pacote do estator bobinado.

RESULTADOS

As etapas dos ensaios foram as seguintes:

- 1- Análise modal experimental do pacote de chapas do estator soldado apoiado sobre borracha;
- 2- Análise modal experimental do estator bobinado apoiado sobre borracha;
- 3- Obtenção experimental das FRF's (Funções de Resposta em Frequência) em alguns pontos da máquina montada para obtenção dos coeficientes de amortecimento modais do motor completo.

A tabela 01 mostra os valores de frequências naturais encontradas para o pacote de chapas do estator soldado e para o estator bobinado, assim como os amortecimentos modais correspondentes. Nos anexos I e II, estão ilustrados os modos de vibrar em cada frequência natural.

Tabela E1: Frequências naturais e amortecimento modal do pacote de chapas soldado e do estator bobinado.

PACOTE DE CHAPAS DO ESTATOR SOLDADO		
#	Frequência [Hz]	Amortecimento (%)
1	273	0.5
2	733	0.2
3	758	0.6
4	1316	0.2

ESTATOR BOBINADO		
#	Frequência [Hz]	Amortecimento (%)
1	248	3.5
2	319	4.0
3	727	1.5
4	839	1.7
5	1281	0.9
6	1388	1.2
7	1578	0.8

Depois da máquina ser montada, foram feitas medições em alguns pontos da carcaça (figura 08) para determinar valores de frequências naturais e amortecimentos modais. Os valores encontrados acham-se tabelados para cada um dos pontos de medição solicitados (tabela 02). Devido a grande densidade de frequências naturais, foi possível calcular o amortecimento modal somente em algumas destas frequências.

Tabela E2: Medições de frequências naturais e amortecimentos modais em alguns pontos da carcaça

RESULTADO GERAL DAS MEDIÇÕES							
Ponto 1		Ponto 2		Ponto 3		Ponto 4	
Freq. de Ressonância	Amortecimento	Freq. de Ressonância	Amortecimento	Freq. de Ressonância	Amortecimento	Freq. de Ressonância	Amortecimento
[Hz]	[%]	[Hz]	[%]	[Hz]	[%]	[Hz]	[%]
109	2.16	155	3.38	110	2.97	456	1.01
156.00	3.22	182	1.38	177	5.42	477	1.16
182	1.09	231	1.38	351	5.43	775	1.56
262	1.37	311	1.01	456	1.04	867	0.76
323	1.01	324	1.01	478	1.61	1175	1.16
416	0.43	404	2.04	555	2.15	1280	0.6
480	1.2	416	0.42	881	0.69	1425	0.73
539	1.53	428	0.5	1134	0.77	1478	1.4
585	1.68	481	1.77	1422	1.06		
611	0.85	541	1.81	1458	0.89		
661	0.4	588	1.44	1484	0.71		
745	1.15	612	0.9				
848	0.4	662	0.41				
909	0.9	848	0.6				
1003	0.3	880	0.41				
1167	0.72	909	0.88				
1206	0.74	1004	0.43				
1329	0.5	1080	1.67				
1349	0.54	1135	0.82				
1409	0.9	1167	0.67				
1472	0.55	1233	0.84				
1525	0.661	1327	0.53				
		1368	0.28				
		1400	1.02				
		1456	0.65				
		1491	0.62				
		1534	0.6				

BASE TEÓRICA - IDENTIFICAÇÃO DE PARÂMETROS E CONCEITUAÇÃO FÍSICA DE ANÁLISE MODAL EXPERIMENTAL

Identificação de Parâmetros

Fazer uma identificação experimental de parâmetros significa obter o modelo dinâmico da estrutura. Este pode ser representado através de modos de vibração, frequências naturais e amortecimentos modais (esse conjunto é chamado de parâmetros modais do sistema), ou ainda pelas características de massa, rigidez e amortecimento. Todas essas informações são obtidas através de medições de vibração sobre a estrutura.

Através de um modelo modal do sistema, é possível:

- prever o que poderá ocorrer com a estrutura sob supostas condições de operação ou excitação;
- explicar o que está acontecendo sob as condições reais de excitação e operação;
- projetar modificações da estrutura com o intuito de otimizar a sua performance dinâmica.

Um modelo dinâmico da estrutura pode também ser obtido simplesmente pela via teórica, ou seja, obtendo-se matematicamente um modelo analítico. Normalmente isto é feito usando o método dos elementos finitos (MEF), que faz uso de hipóteses e simplificações, principalmente na estimativa teórica do amortecimento da estrutura, que podem conduzir a erros nos resultados.

O modelo teórico é normalmente mais completo e menos preciso. Já o modelo experimental é, em geral, menos completo, no entanto, mais preciso. Daí a importância do uso da identificação experimental dos parâmetros para validar ou corrigir os resultados obtidos pelo MEF. As técnicas de validação e/ou correção do modelo teórico são chamadas "técnicas de atualização do modelo estrutural".

Apesar de ser um assunto essencialmente prático, a análise modal experimental faz uso extenso da teoria de vibração de sistemas lineares de múltiplos graus de liberdade, sendo necessário um bom conhecimento desta área e também de análise de sinais. É preciso saber fazer a escolha do método mais adequado de excitação da estrutura, bem como o tipo de sinal de excitação mais apropriado. Outro aspecto importante é a escolha do tipo de fixação da estrutura e dos respectivos transdutores.

CONCEITUAÇÃO FÍSICA DA ANÁLISE MODAL NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA

Suponha-se, como exemplo, que um diapasão seja excitado por uma leve pancada. Com o tom produzido pelo diapasão, pode-se concluir que ele vibra predominantemente em uma única frequência.

Através de um microfone pode-se captar o sinal de resposta do diapasão Fig. E1.a. A resposta no domínio do tempo é mostrada na Fig. E1.b, sendo uma senóide ligeiramente amortecida. A Fig. E2.c mostra a mesma resposta já no domínio da frequência.

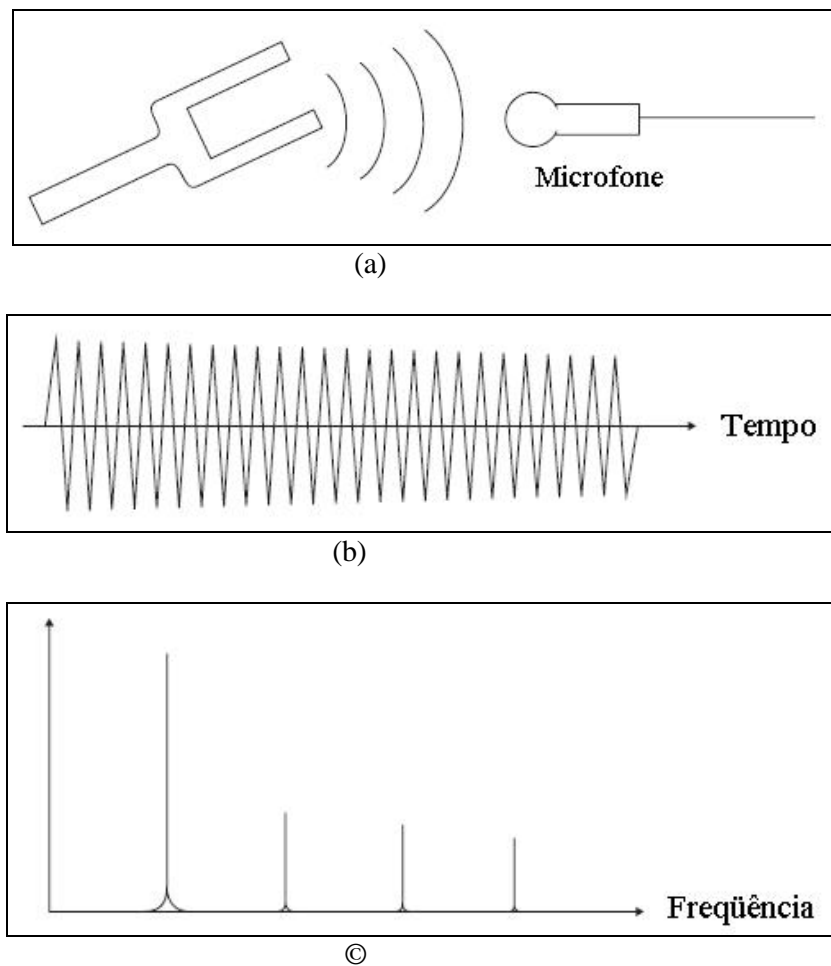


Fig. E1 - Vibração de um diapasão excitado por uma pancada

A figura 01c revela que a resposta do diapasão tem um grande pico de resposta, pouco amortecido, correspondente ao tom ouvido anteriormente, e outros picos de menor amplitude.

Cada um dos picos, grande ou pequeno, corresponde a um modo de vibração do diapasão. O maior tom é causado pela vibração do modo mostrado na Fig. E2.a. O segundo harmônico é causado pela vibração mostrada na Fig. E2.b.

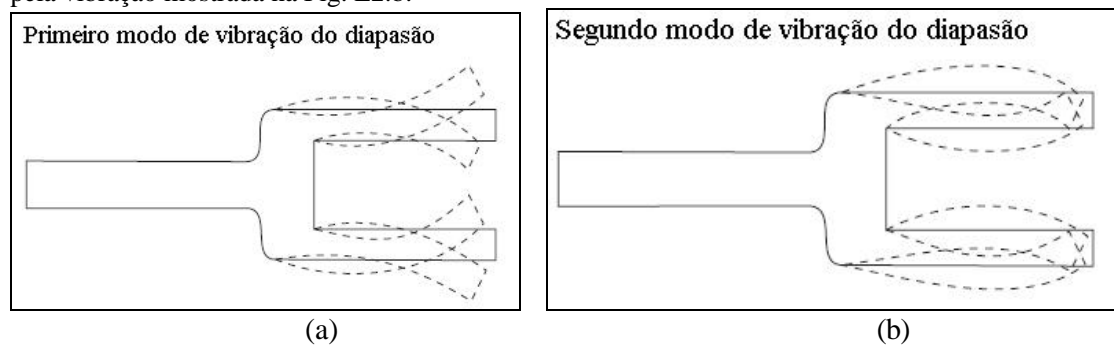


Fig. E2 - Primeiro e segundo modos de vibração do diapasão.

Da mesma maneira que uma onda real pode ser representada como a soma de ondas senoidais mais simples, pode-se representar também qualquer vibração como a soma das respostas de modos de vibração bem mais simples. A vibração de qualquer estrutura pode ser expressa como a soma da vibração de cada um de seus modos.

Mas, como determinar a forma de cada um dos modos de vibração? Para determinar a forma de cada um dos modos de vibração do diapasão ou qualquer outra estrutura, mede-se a vibração em diversos pontos da estrutura Fig. E3.a, correspondente à excitação em algum destes pontos.

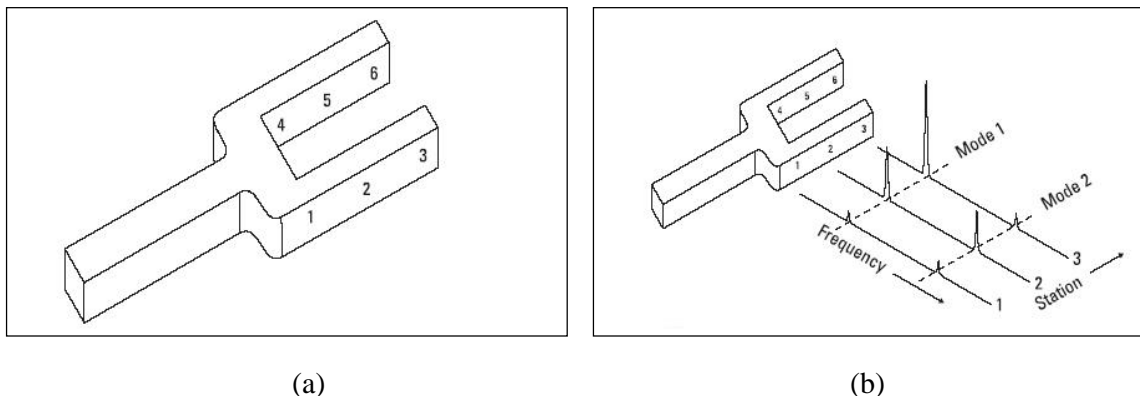


Fig. E3 - Resposta em frequência em alguns pontos de medição

São medidas e plotadas na Fig. E3.b as funções de resposta em frequência (FRF). Essas funções são obtidas pelas razões (no domínio da frequência) entre as respostas em cada ponto e a respectiva excitação (pancada em um único ponto). A FRF é uma função que só depende das características da estrutura (distribuição de rigidez, massa e amortecimento), independentemente da excitação (se a excitação for mais forte ou mais fraca, a resposta será proporcionalmente mais forte ou mais fraca, fornecendo sempre a mesma FRF, ou seja, a mesma razão entre a resposta e a excitação). Na realidade, a figura 03b apresenta o módulo das funções complexas nas respostas em frequência medidas em cada ponto indicado.

Da Fig. E3.b, vê-se que todos os picos correspondentes a um mesmo modo ocorrem na mesma frequência, independentemente do ponto onde foi feita a medição. O único parâmetro que varia de ponto para ponto ao longo da estrutura é a altura do pico de resposta. Conectando os picos de ressonância de um dado modo, traça-se a forma daquele modo.

Por simplicidade, na Fig. E3.b, foram representados apenas os módulos das funções complexas nas respostas em frequência. Na realidade, a fase é também muito importante na determinação dos modos de vibração. O módulo da resposta em frequência fornece a amplitude do modo, enquanto que a fase fornece o sentido da deflexão.

Cada modo de vibração é caracterizado pela sua forma modal, sua frequência natural e pelo seu amortecimento modal, os quais podem ser reconstituídos através das curvas de respostas em frequência tomadas em vários pontos ao longo da estrutura (pode-se determinar também o amortecimento para cada modo de vibração, através da curva de resposta em frequência, medindo-se a amplitude e a largura de cada pico de ressonância). Nenhuma informação é perdida.

A Fig. E4 mostra de forma mais clara, os modos de vibração da estrutura da Fig. E3. A Fig. E4 mostra um número de funções respostas em frequência medidas em um número bem maior de pontos do que os mostrados na Fig. E3, evidenciando a forma dos modos.

Apesar da conceituação física de análise modal apresentada, existe todo um procedimento matemático que permite serem obtidos os parâmetros modais da estrutura. O método normalmente usado para extração dos referidos parâmetros inclui um procedimento de ajuste de curva.

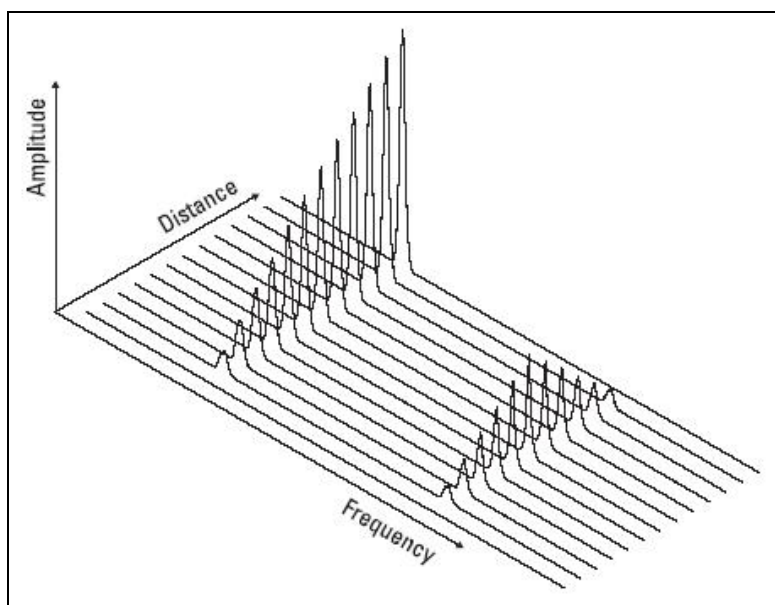


Fig. E4 - Modos de vibração do diapásio obtidos a partir das FRF medidas.

DETERMINAÇÃO DOS COEFICIENTES DE AMORTECIMENTO MODAIS

Uma forma de determinação destes coeficientes é através da identificação dos pontos da banda de meia potência (-3dB) em relação aos máximos picos do módulo da função de resposta em frequência ($H(f) = \text{FRF} = \text{razão entre a resposta e a excitação, no domínio da frequência}$). A Fig. E5 procura ilustrar o método.

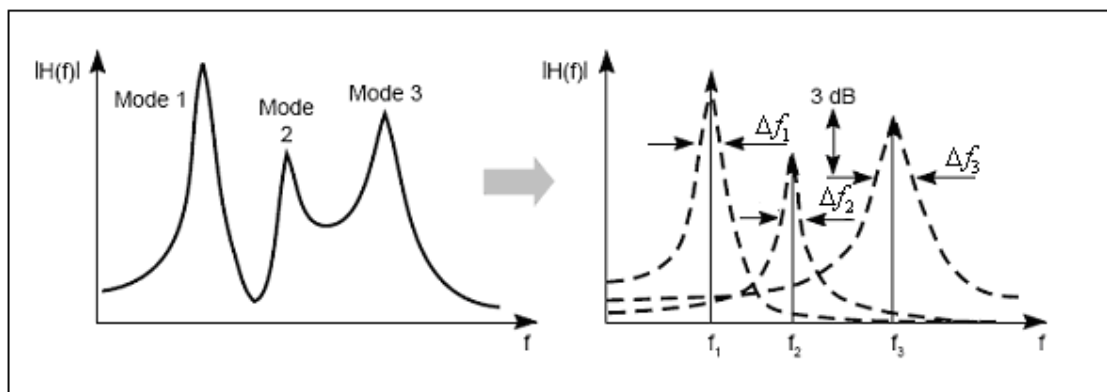


Fig. E5 – Ilustração do método de obtenção dos coeficientes modais de amortecimento.

O coeficiente de amortecimento modal ξ_i do i -ésimo modo de vibração pode ser obtido da relação:

$$\xi_i = \frac{\Delta f_i}{2f_i}$$

onde : Δf_i é a largura da banda de meia potência;
 f_i é a i -ésima frequência de ressonância.

A Fig. E6 mostra um exemplo de como o software do analisador Pulse da Bruel & Kjaer apresenta os resultados da frequência de ressonância e do coeficiente de amortecimento modal (extraído da literatura do analisador Pulse).

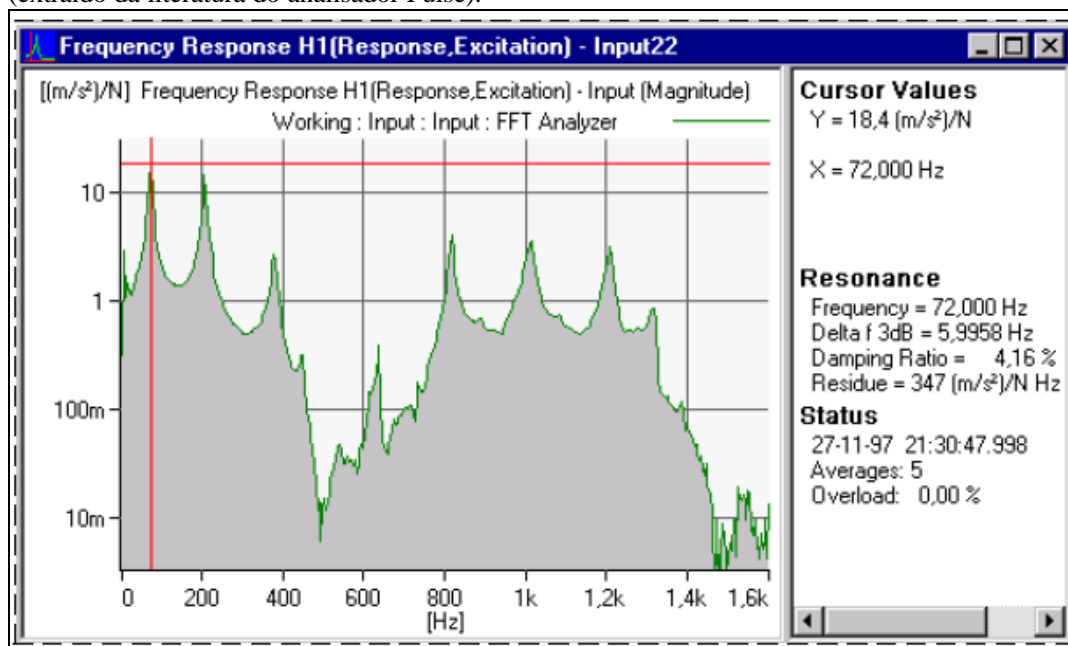


Fig. E6 – Apresentação coeficiente de amortecimento pelo software Pulse

DESCRIÇÃO DOS ENSAIOS

Equipamentos de Medição

- Sistema de análise de sinais para ruído e vibração de 4 canais PULSE 3560C
Fabricante: Brüel & Kjaer
Ano de Fabricação: 2003
- Acelerômetro Type 752A12
Fabricante: Endevco
Data de Fabricação: 20/11/2003
Número de série: 11494
- Martelo de Impacto Modelo 2304
Fabricante: Endevco
Data de Fabricação: 12/11/2003
Número de série: 1525

Análise modal do pacote de chapas do estator soldado e do estator bobinado*

Para obter as funções de resposta em frequência (FRF) da estrutura, utilizou-se o martelo de impacto (ou martelo modal) e o acelerômetro.

O pacote de chapas soldado foi colocado sobre uma base elástica e excitado com o martelo em um único ponto da face externa. As respostas foram medidas na parte interna do estator, com o acelerômetro colocado em cada um dos pontos ao longo da malha desenhada na estrutura. A Fig. E7 apresenta um desenho esquemático da malha usada pelo software de aquisição de sinais para ilustrar os pontos de medição de resposta e excitação.

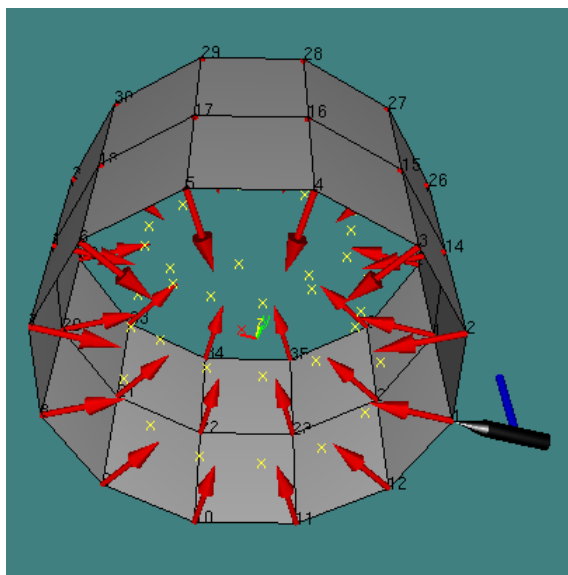


Fig. 07: Malha com posição do martelo e as posições dos acelerômetros (setas em vermelho)

Os sinais das respostas do acelerômetro em cada ponto e os sinais de forças aplicados pelo martelo foram adquiridos e processados pelo analisador de espectro. O conjunto de medições resulta nos modos de vibrar da estrutura.

Nos anexos I e II são apresentados os modos de vibrar do pacote de chapas soldado e do estator bobinado. As frequências naturais e os amortecimentos modais estão apresentados na tabela E1.

Medições de FRF do motor montado e determinação dos amortecimentos modais

Para determinação das funções de resposta em frequência foi utilizado o mesmo procedimento descrito acima: o acelerômetro em cada ponto de medição da resposta e o martelo de impacto para medição da excitação. Contudo, foram medidos somente quatro pontos ao longo da carcaça (figura 08), que também estava apoiada sobre borrachas. Não foi feita uma análise modal completa, pois a estrutura não foi discretizada para essa finalidade.

* Todas as medições foram realizadas na faixa de frequência até 1600Hz. O limitante foi o sistema de excitação, que forneceu energia suficiente somente até 1600Hz para esse sistema. Uma queda de até 3dB do sinal do martelo no domínio da frequência é aceitável, se passar desse valor a energia da excitação se reduz a metade, aumentando o nível do ruído. Para ilustrar esse comentário, uma figura é apresentada no anexo III.

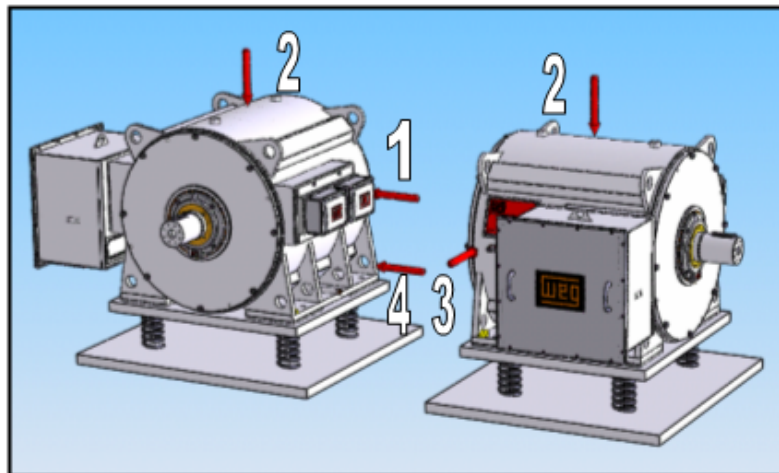


Fig. E8: Pontos de medição na carcaça apoiada em borracha

As figuras E9 , E10, E11, e E12 apresentam os gráficos de FRF que foram usados para preenchimento da tabela 02.

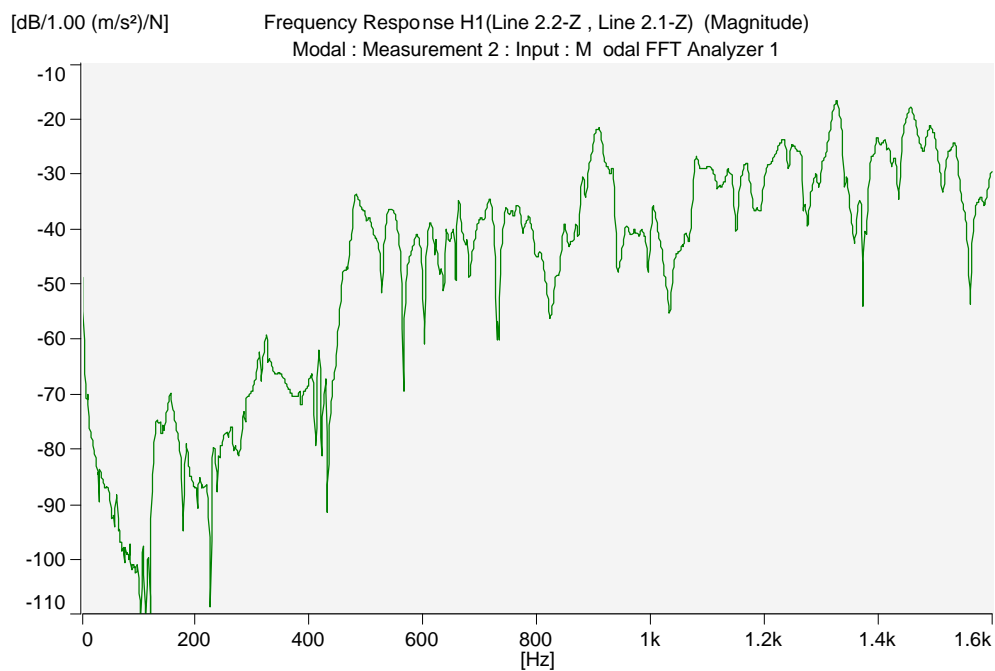


Fig. E9: FRF correspondente à medição no ponto 02 com a excitação no ponto 01

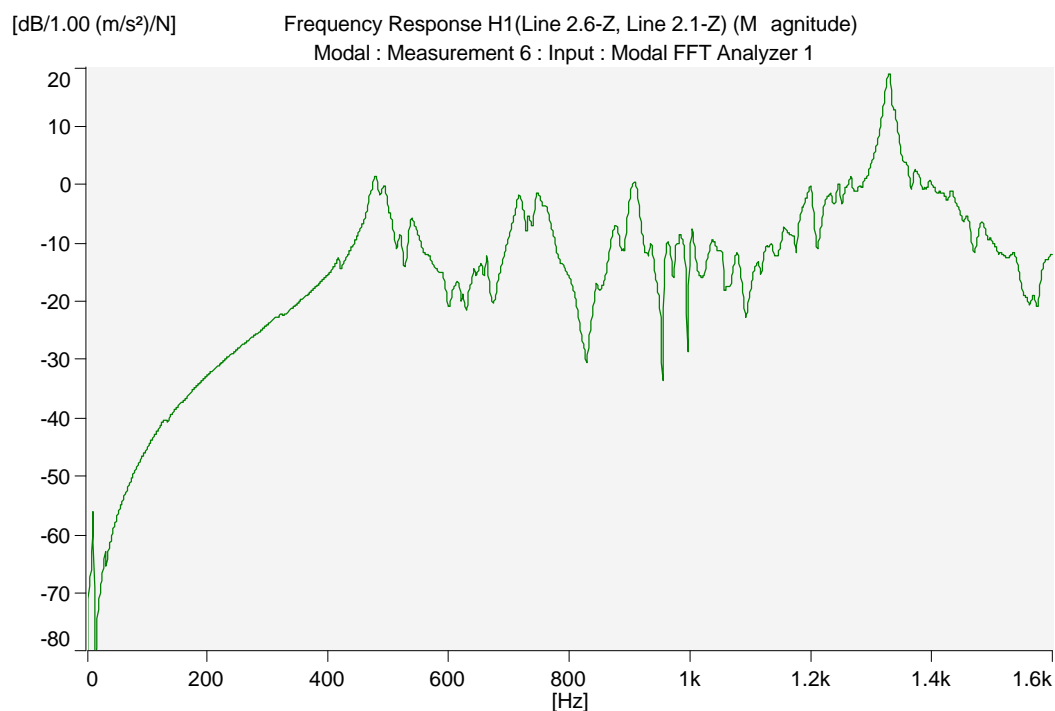


Fig. E10: FRF correspondente à medição no ponto 02 com a excitação no ponto 02

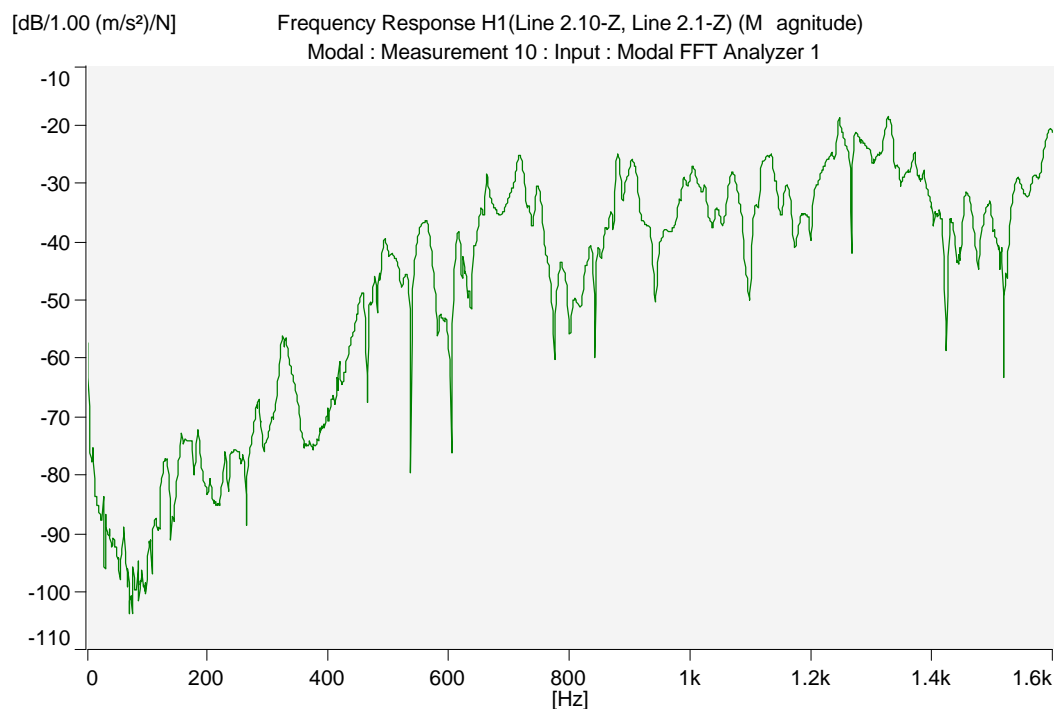


Fig. E11: FRF correspondente à medição no ponto 02 com a excitação no ponto 03

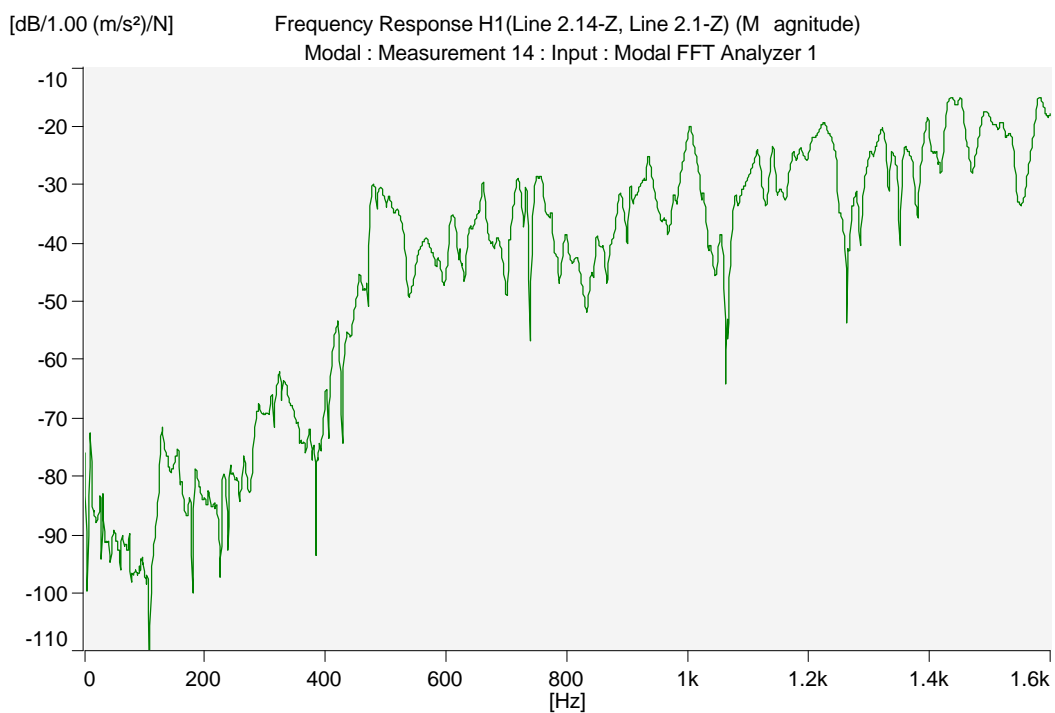
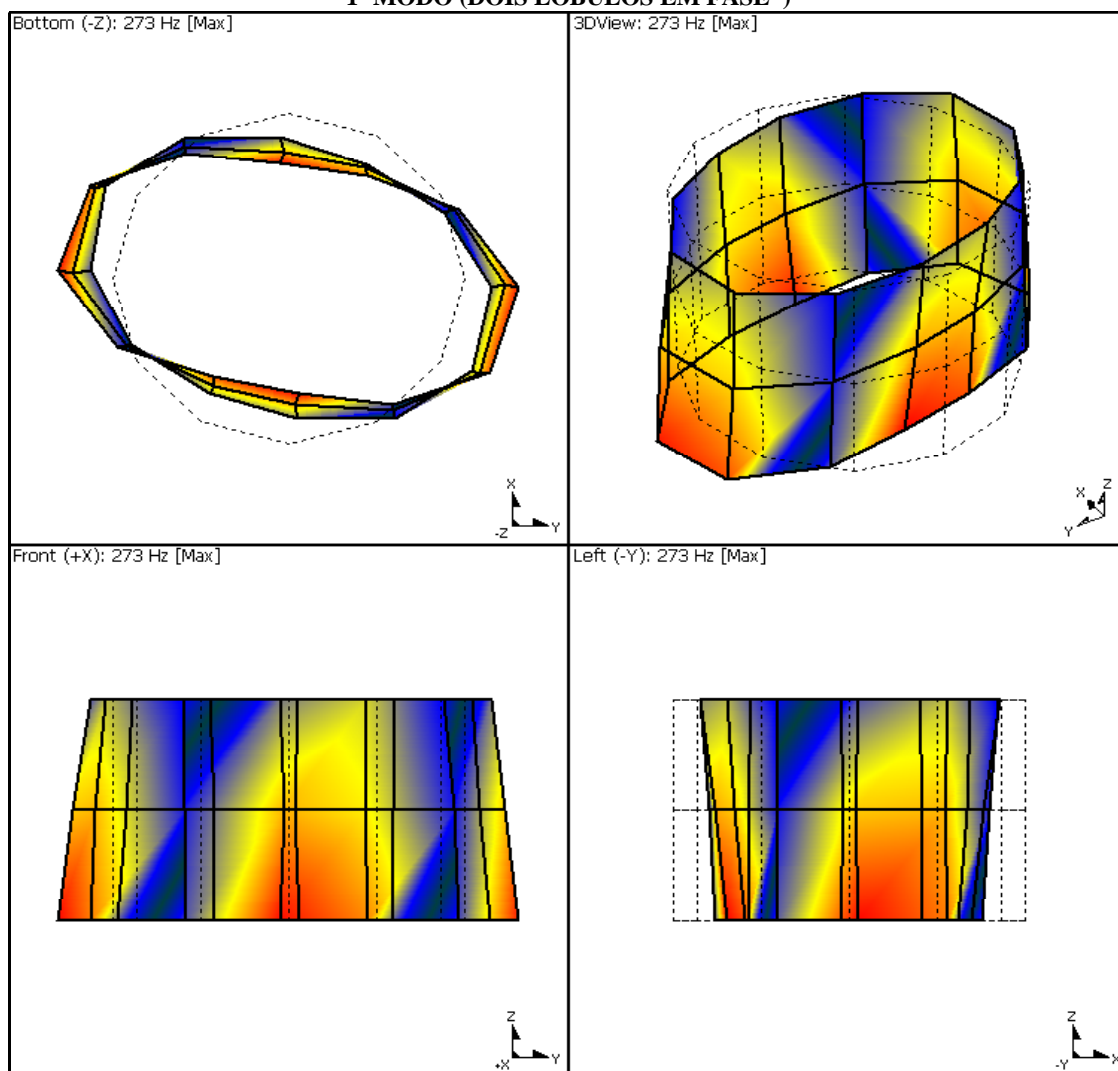


Fig. E12: FRF correspondente à medição no ponto 02 com a excitação no ponto 04

ANEXO I

MODOS DE VIBRAR DO PACOTE DE CHAPAS DO ESTATOR SOLDADO

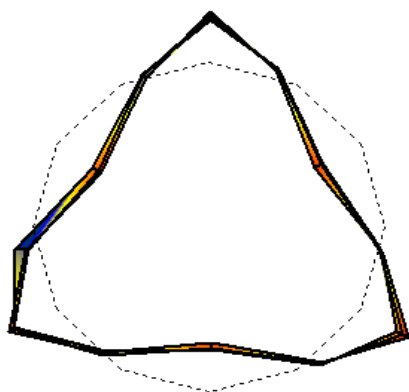
1º MODO (DOIS LÓBULOS EM FASE^{*})



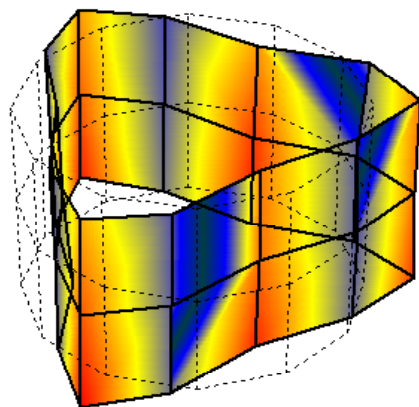
^{*} Os modos com dois lóbulos em fase e dois lóbulos defasados possuem a mesma frequência (considerando o uma resolução de 1Hz)

2º MODO (TRÊS LÓBULOS EM FASE)

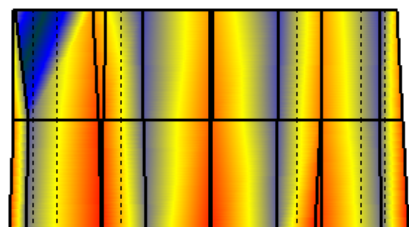
Bottom (-Z): 733 Hz [Max]



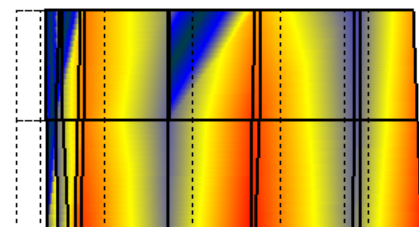
3DView: 733 Hz [Max]



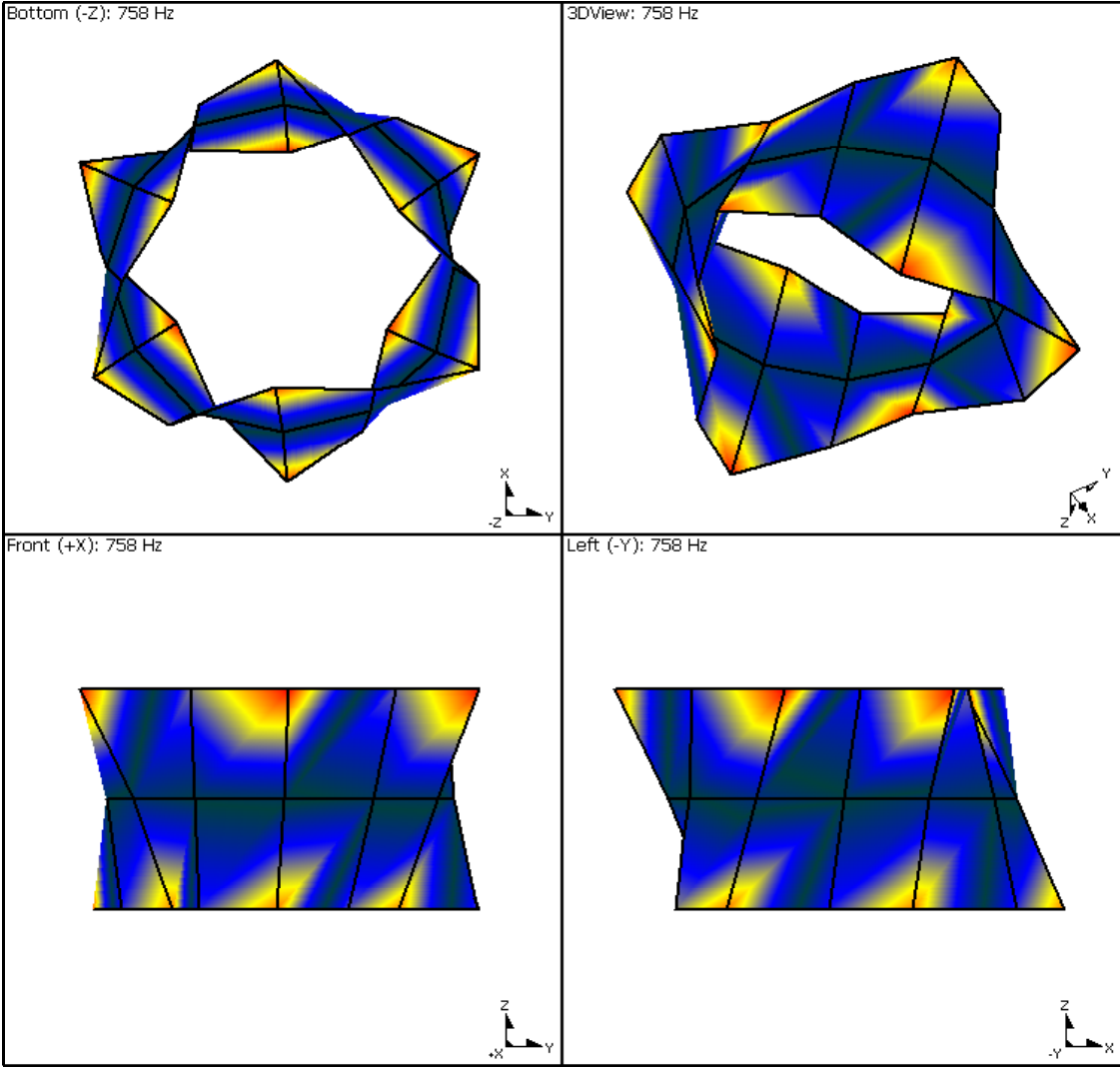
Front (+X): 733 Hz [Max]



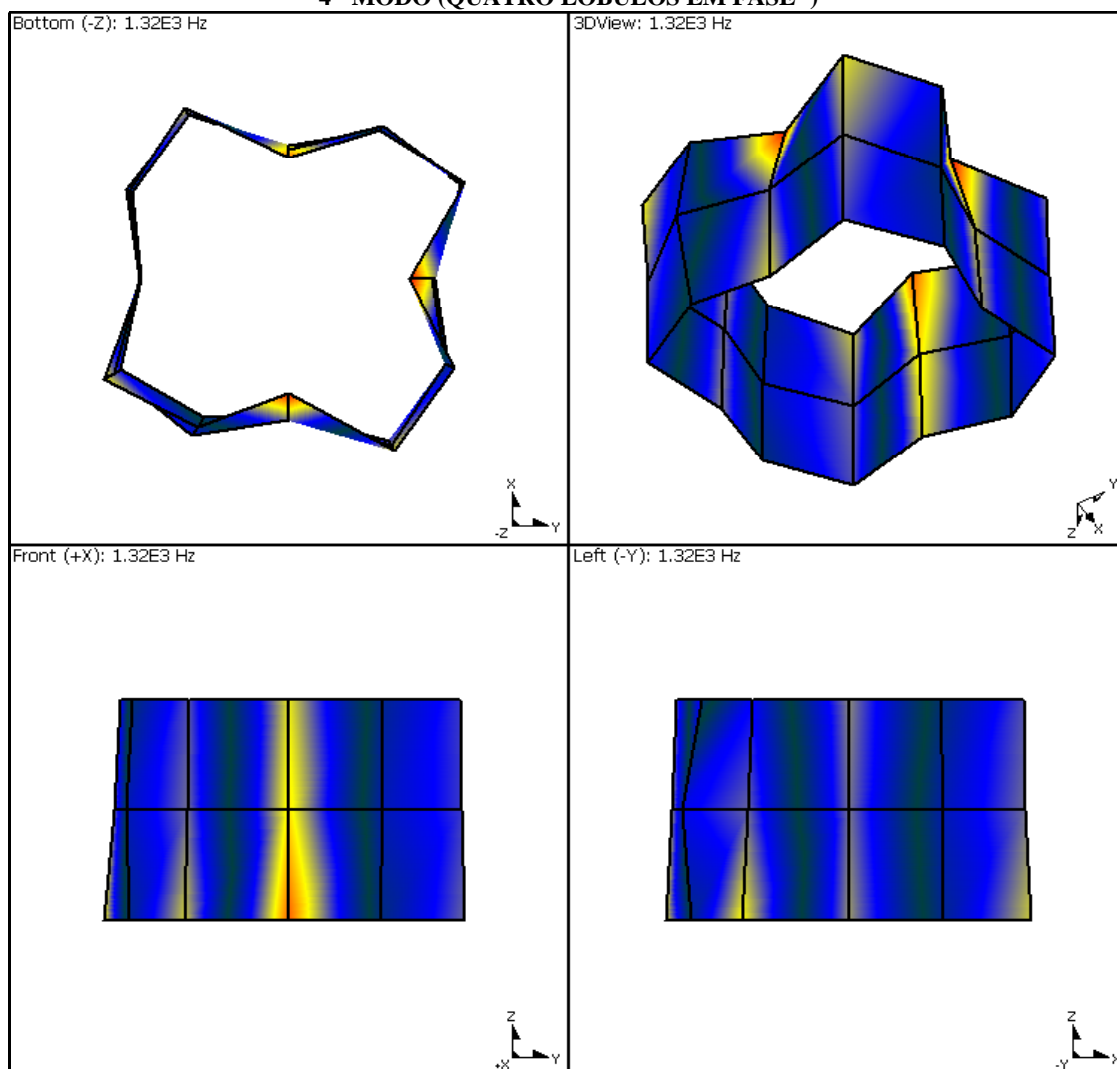
Left (-Y): 733 Hz [Max]



3º MODO (TRÊS LÓBULOS DEFASADOS)



4 ° MODO (QUATRO LÓBULOS EM FASE *)

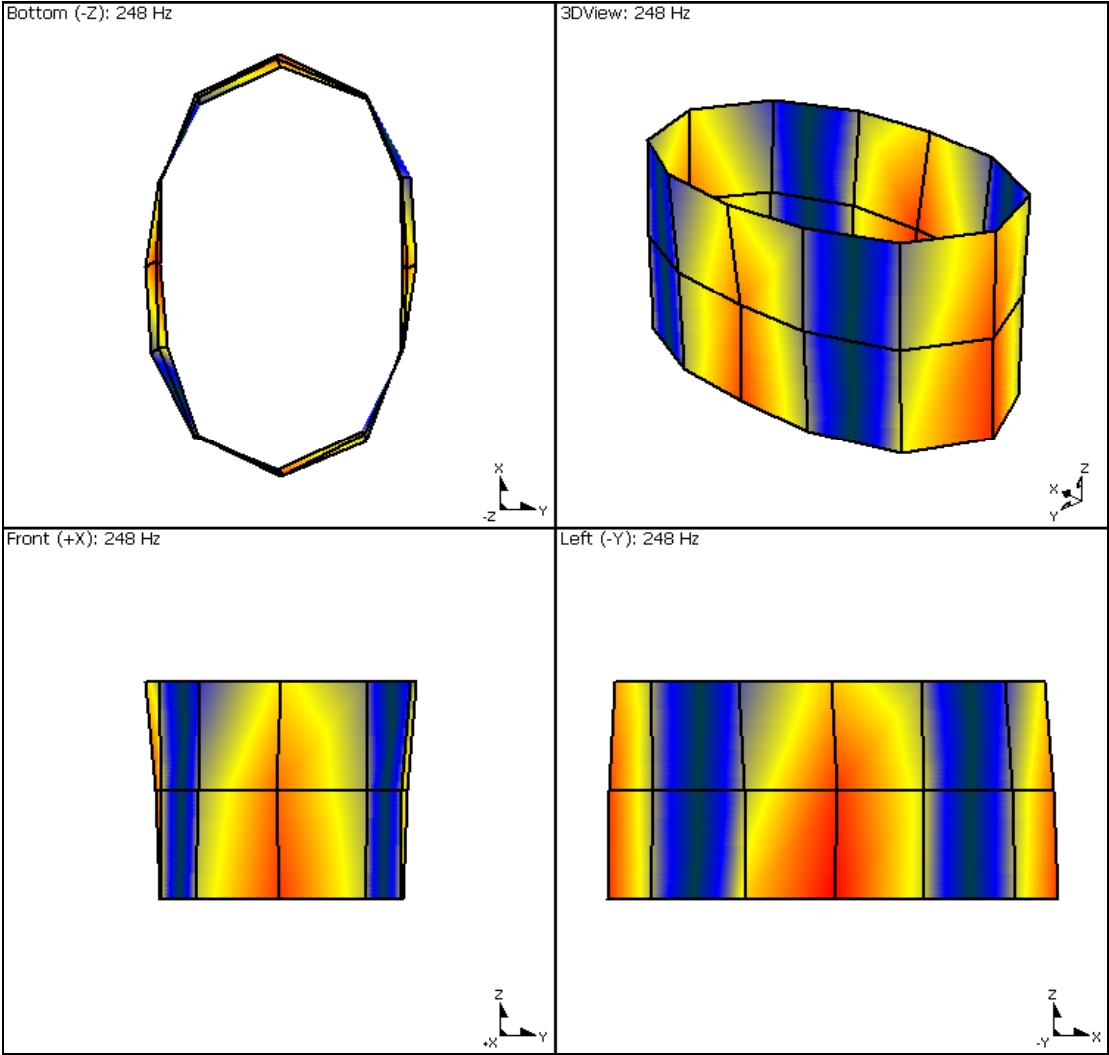


* Idem ao comentário feito para o modo de dois lóbulos

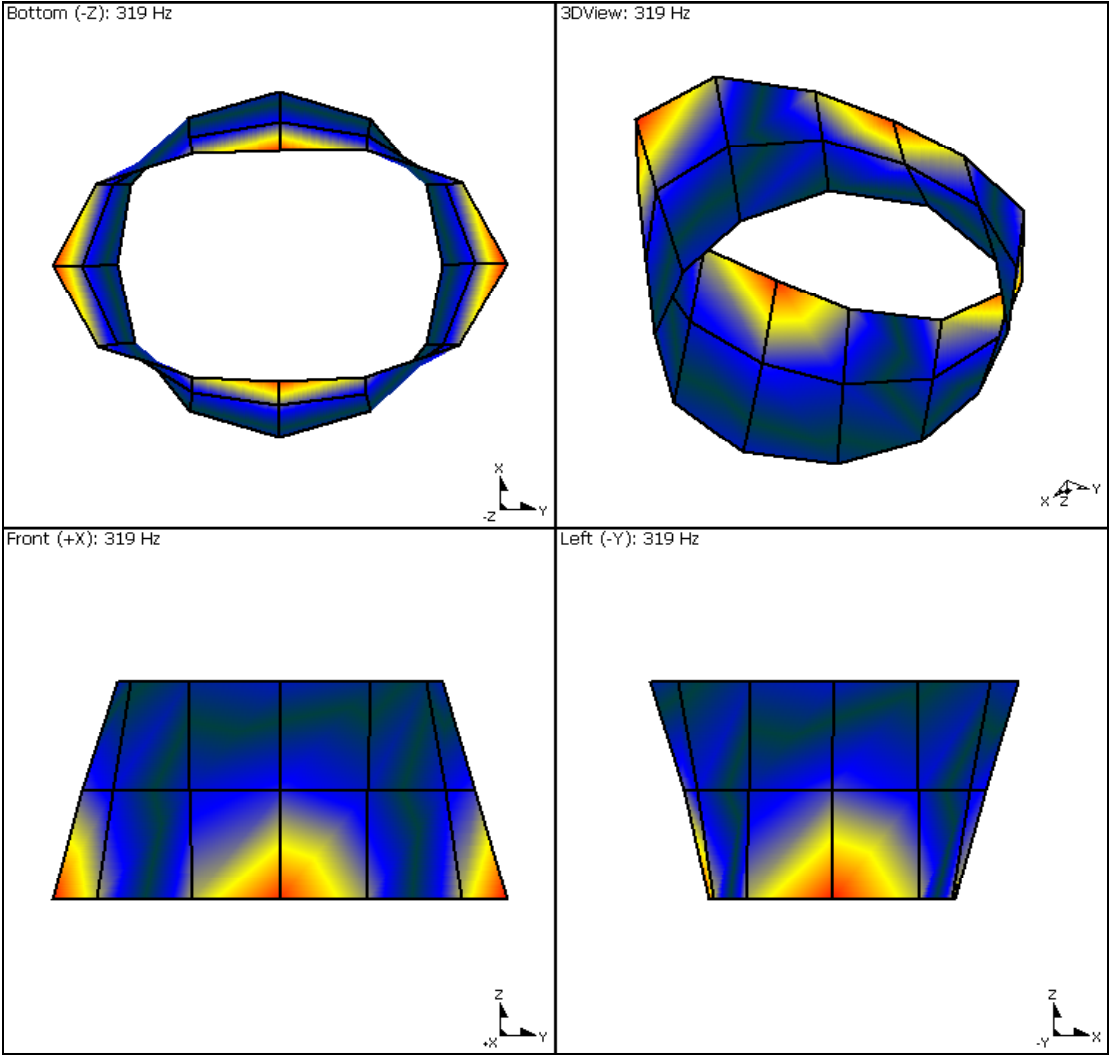
ANEXO II

MODOS DE VIBRAR DO ESTATOR BOBINADO

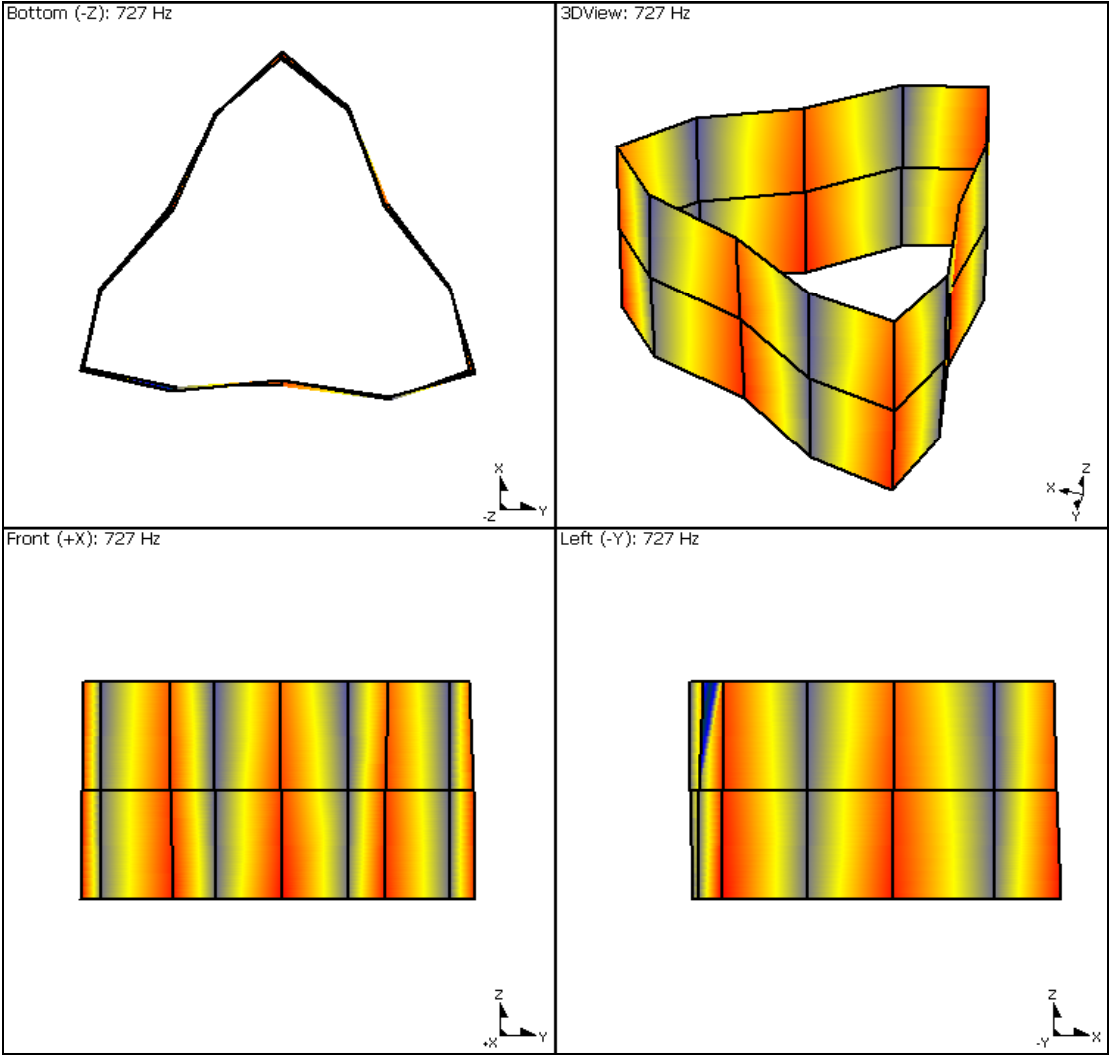
1º MODO (DOIS LÓBULOS EM FASE)



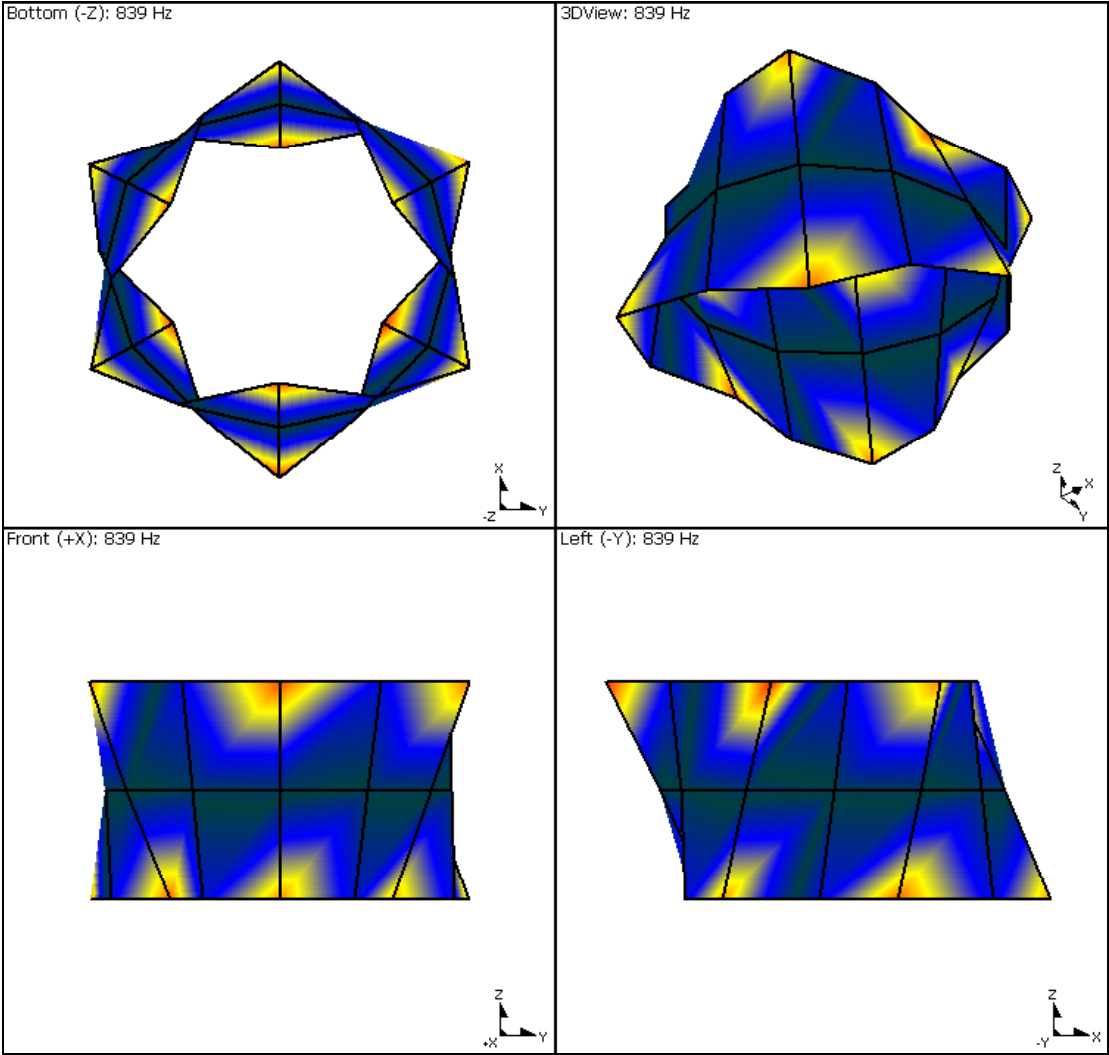
2º MODO (DOIS LÓBULOS DEFASADOS)



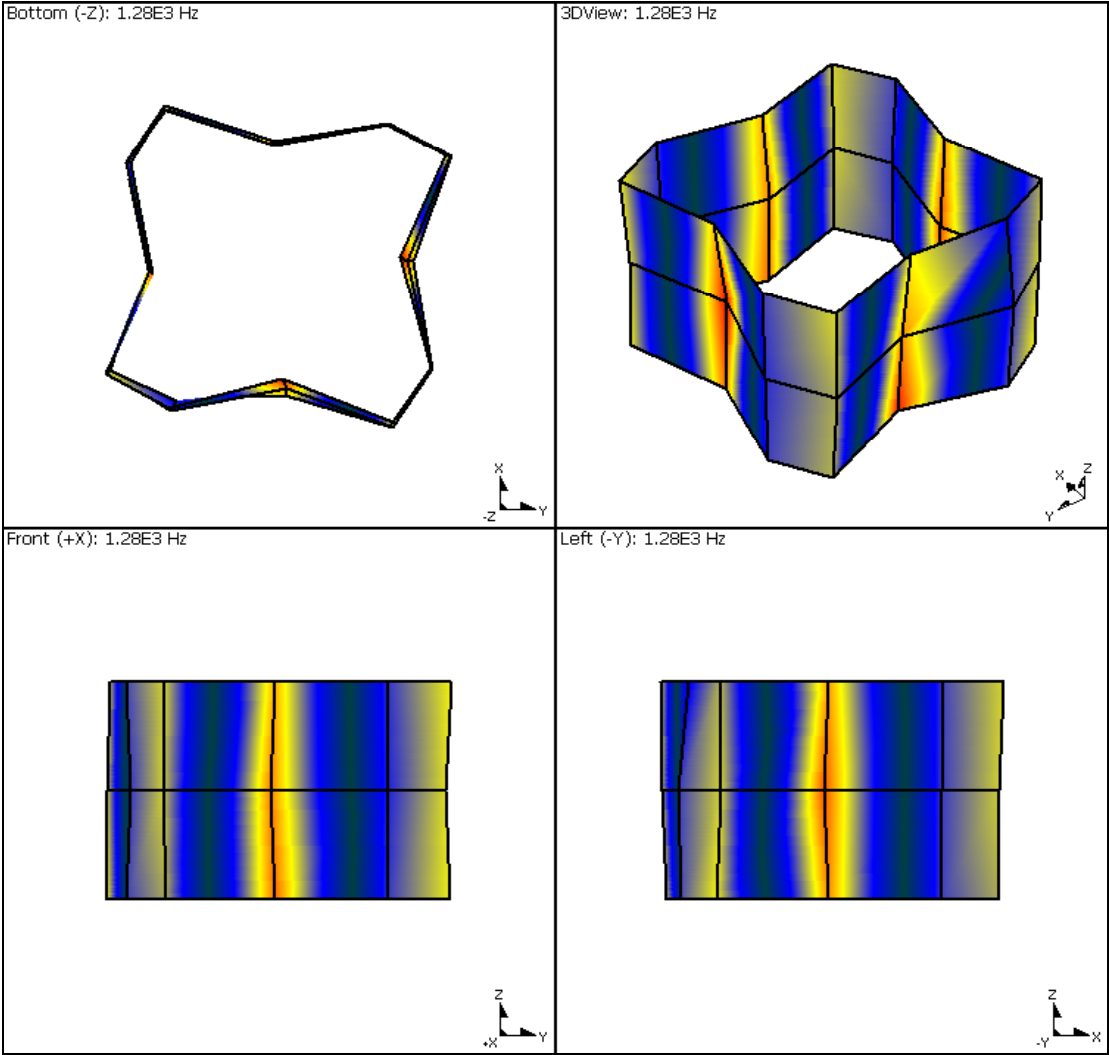
3º MODO (TRÊS LÓBULOS EM FASE)



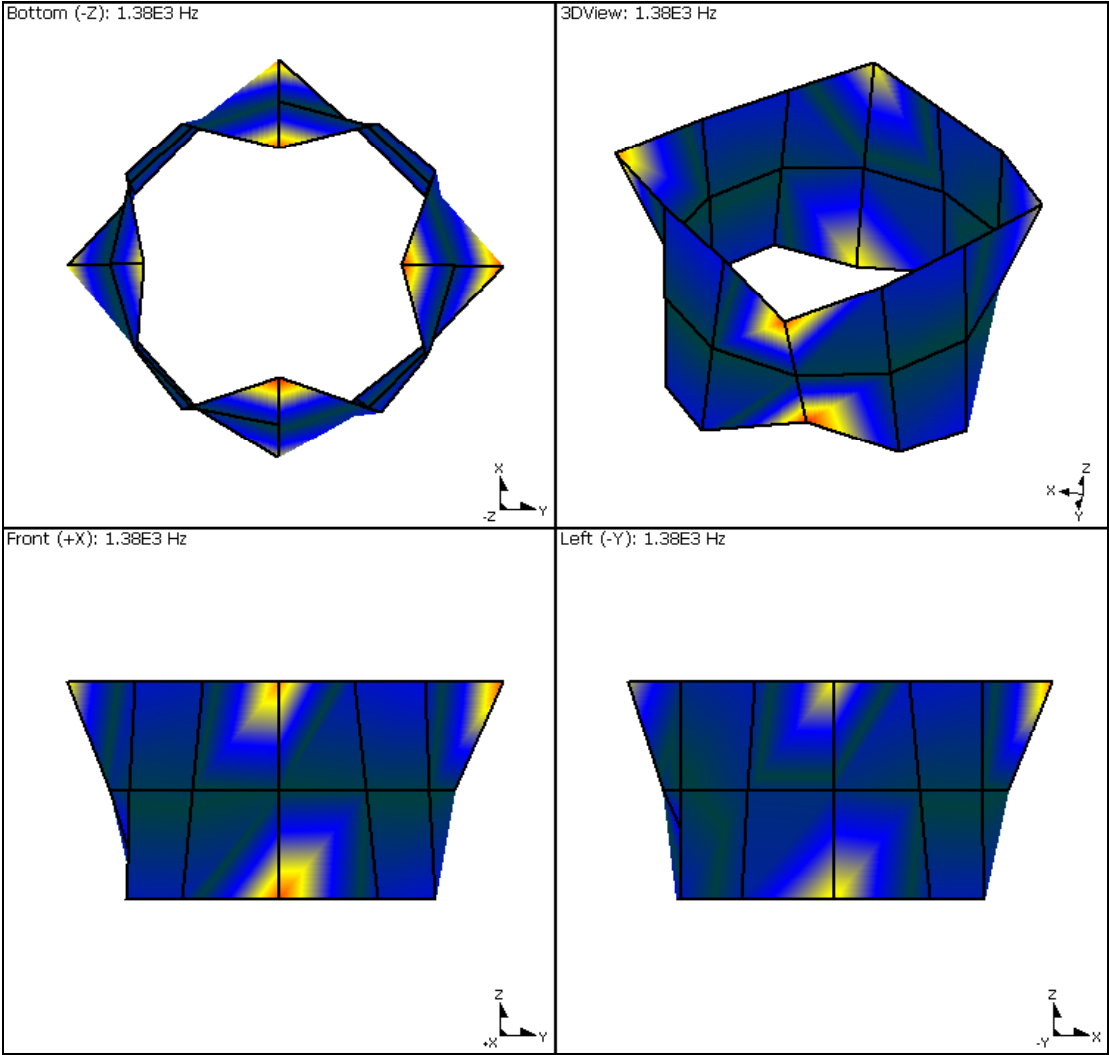
4º MODO (TRÊS LÓBULOS DEFASADOS)



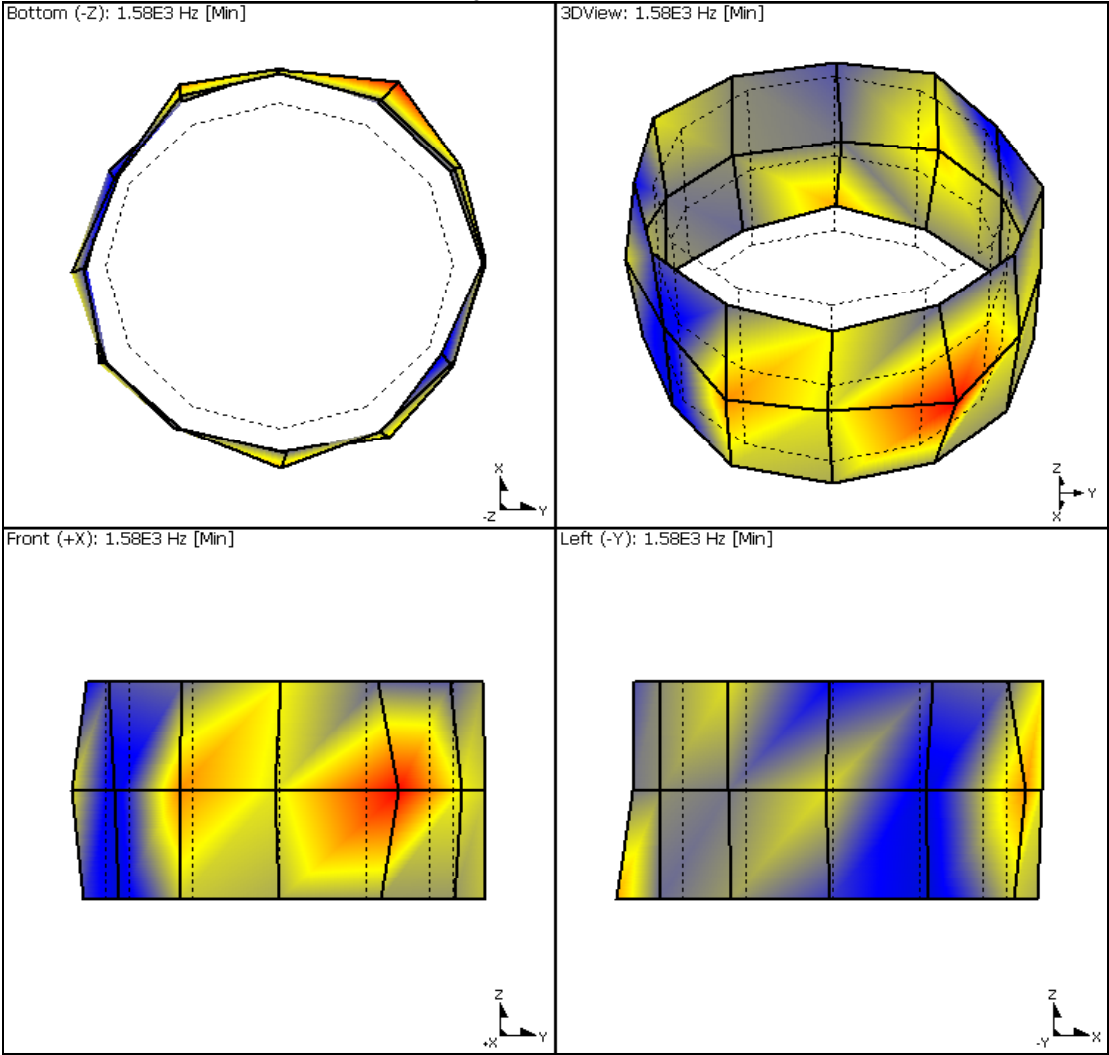
5º MODO (QUATRO LÓBULOS EM FASE)



6° MODO (QUATRO LÓBULOS DEFASADOS)

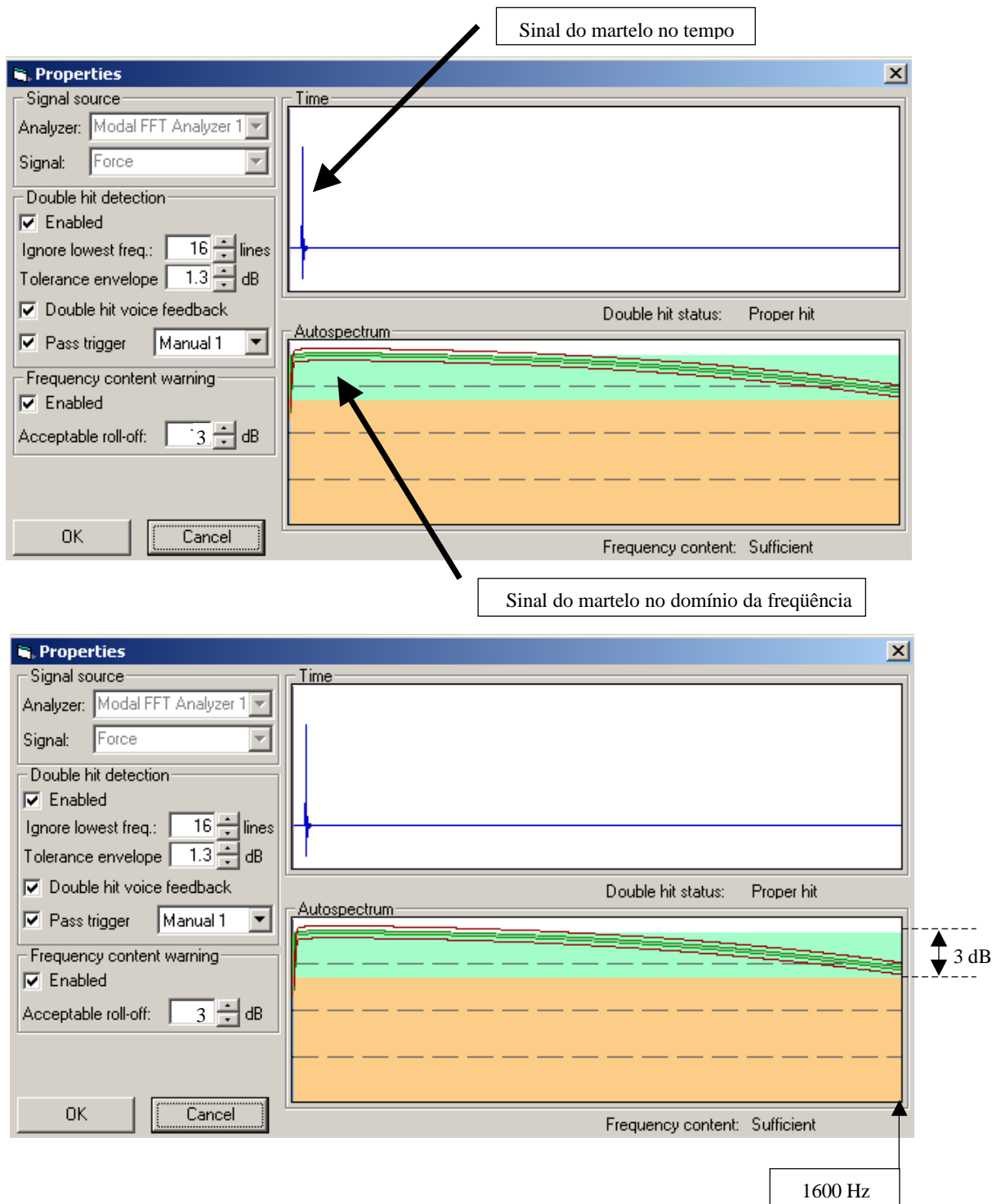


7º MODO (CONTRAÇÃO E EXPANSÃO DO ESTATOR)

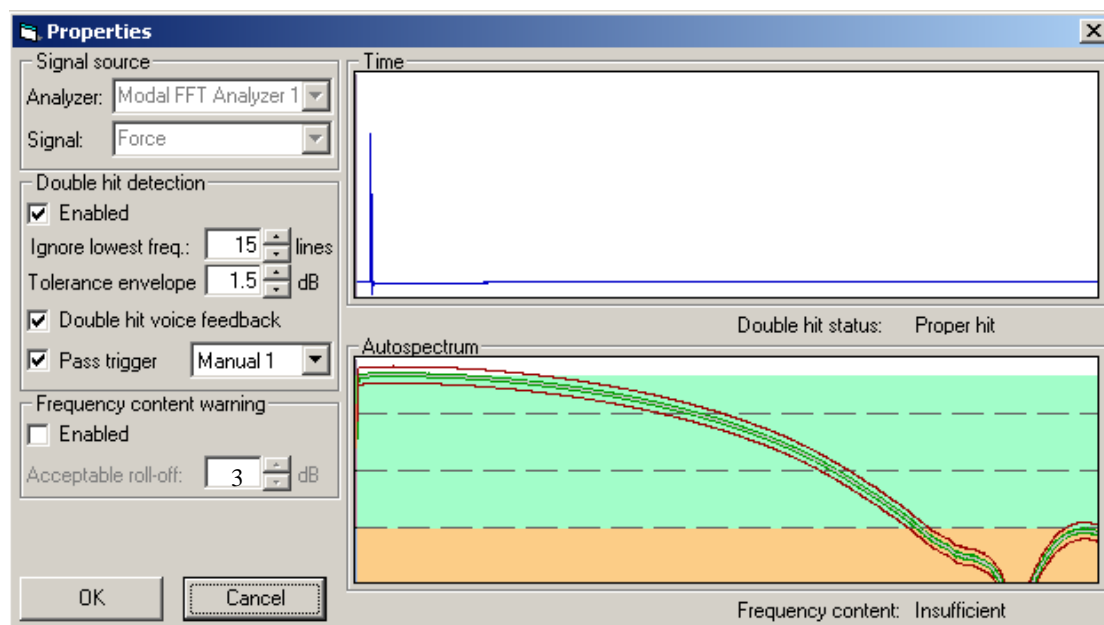


ANEXO III**ILUSTRAÇÃO DO LIMITE DE FREQUÊNCIA DE MEDIÇÃO**

EXEMPLO DE MEDIÇÃO COM O SINAL ADEQUADO



EXEMPLO DE MEDIÇÃO COM INSUFICIENTE



A adequação do sinal para a faixa de frequência que se deseja medir é dependente da ponteira que está no martelo e da própria rigidez da estrutura onde se está batendo. Este é um “*setup*” feito no início das medições e sempre se procura obter a maior faixa de frequência possível, trocando a ponteira do martelo e/ou mudando o ponto de medição.

APÊNDICE

F

**Determinação dos parâmetros do
circuito equivalente**

MATRBDA-HAW560-75kW

Determinação dos Parâmetros do Circuito Equivalente Protótipo MATRBDA-HAW560-75kW

1) Ensaio da Máquina Auxiliar

Data : 03 de Agosto de 2005

Valores Medidos:

	Secundário	Primário						
Ligação:	$Lig_2 := "Y"$	$Lig_1 := "Y"$						
Coef. tensão de fase:	$kat_2 := \text{if}(Lig_2 = "Y", \sqrt{3}, 1)$	$kat_1 := \text{if}(Lig_1 = "Y", \sqrt{3}, 1)$						
Coef. corrente de fase:	$kac_2 := \text{if}(Lig_2 = "Y", 1, \sqrt{3})$	$kac_1 := \text{if}(Lig_1 = "Y", 1, \sqrt{3})$						
Temp ambiente	$Taa_2 := 20$	$Taa_1 := 20$						
Medidas de resist:	$mra := 0..2 \quad (\text{três valores})$							
Resistência @ Tamb:	$Ra_{2_{mra}} :=$ <table border="1"> <tr><td>0.4033(ohm)</td></tr> <tr><td>0.4034(ohm)</td></tr> <tr><td>0.4036(ohm)</td></tr> </table>	0.4033(ohm)	0.4034(ohm)	0.4036(ohm)	$Ra_{1_{mra}} :=$ <table border="1"> <tr><td>0.4233(ohm)</td></tr> <tr><td>0.4234(ohm)</td></tr> <tr><td>0.4234(ohm)</td></tr> </table>	0.4233(ohm)	0.4234(ohm)	0.4234(ohm)
0.4033(ohm)								
0.4034(ohm)								
0.4036(ohm)								
0.4233(ohm)								
0.4234(ohm)								
0.4234(ohm)								

	Secundário		Primário	
	Curto	Aberto	Curto	Aberto
Tensão p rimária:	$Uasc_1 := 177(V)$	$Uasa_1 := 1227(V)$	$Uapc_1 := 0(V)$	$Uapa_1 := 1121.7(V)$
Corrente p rimária:	$Iasc_1 := 18.48(A)$	$Iasa_1 := 9.94(A)$	$Iapc_1 := 12.3(A)$	$Iapa_1 := 0(A)$
Fator de potência:	$FPasc := 0.179$	$FPasa := 0.083$	$FPapc := 0.204$	$FPapa := 0.1262$
Tensão secund ária:	$uasc_2 := 0(V)$	$uasa_2 := 1311.3(V)$	$uapc_2 := 139.1(V)$	$uapa_2 := 1295(V)$
Corrente secund ária:	$iasc_2 := 15.8(A)$	$iasa_2 := 0(A)$	$iapc_2 := 11.75(A)$	$iapa_2 := 8.51(A)$
Pot. absorvida:	$Pasc := 1020(watt)$	$Pasa := 1760(watt)$	$Papc := 576.9(watt)$	$Papa := 2407(watt)$
Fat. transf. tensão	$kasae := \frac{Uasa_1 \cdot kat_1^{-1}}{uasa_2 \cdot kat_2^{-1}}$ $kae := \frac{kasae + kapae}{2}$	$kasae = \blacksquare$ $kae = \blacksquare$	$kapae := \frac{Uapa_1 \cdot kat_1^{-1}}{uapa_2 \cdot kat_2^{-1}}$	$kapae = \blacksquare$
Fat. transf. corrente:	$kai := kae^{-1}$	$kai = \blacksquare$		
Fat. transf. imped.:	$kaz := kae^2$	$kaz = \blacksquare$		

Ensaio com Secundário Aberto Alimentado pelo Primário:

Tensão prim. fase:	$U_{asaf_1} := U_{asa_1} \cdot k_{at_1}^{-1}$	$U_{asaf_1} = \blacksquare \text{ (V)}$
Corrente estator:	$I_{asa_1} := I_{asa_1} \cdot k_{ac_1}^{-1} \cdot e^{j - \arccos(FP_{asa})}$	$I_{asa_1} = \blacksquare \text{ (A)}$
Res. est. fase:	$R_{asa_1} := \text{mean}(R_{a_1})$	$R_{asa_1} = \blacksquare \text{ (ohm)}$
Perdas J est:	$P_{aj_1} := 3 \cdot R_{asa_1} \cdot (I_{asa_1})^2$	$P_{aj_1} = \blacksquare \text{ (watt)}$
Perdas no ferro:	$P_{afe_1} := P_{asa} - P_{aj_1}$	$P_{afe_1} = \blacksquare \text{ (watt)}$
Perd. ferro fase:	$P_{afef_1} := \frac{P_{afe_1}}{3}$	$P_{afef_1} = \blacksquare \text{ (watt)}$
Ten. sec. fase ref.:	$U_{asar_2} := u_{asa_2} \cdot k_{at_2}^{-1} \cdot k_{ae}$	$U_{asar_2} = \blacksquare \text{ (V)}$
Res. perda ferro	$R_{afetsa} := \frac{(U_{asar_2})^2}{P_{afef_1}}$	$R_{afetsa} = \blacksquare \text{ (ohm)}$
Imp. equivalente :	$Z_{aesa} := \frac{U_{asaf_1}}{I_{asa_1}}$	$Z_{aesa} = \blacksquare \text{ (ohm)}$
Res. série:	$R_{0sa} := \text{Re}(Z_{aesa}) - R_{asa_1}$	$R_{0sa} = \blacksquare \text{ (ohm)}$
Reat. série	$X_{0sa} := \sqrt{\left(\frac{ U_{asar_2} }{ I_{asa_1} }\right)^2 - R_{0sa}^2}$	$X_{0sa} = \blacksquare \text{ (ohm)}$
Reat primário:	$X_{asa_1} := \text{Im}(Z_{aesa}) - X_{0sa}$	$X_{asa_1} = \blacksquare \text{ (ohm)}$
Reat magnetizante:	$X_{amsa} := \sqrt{\frac{R_{0sa} \cdot R_{afetsa}^2}{(R_{afetsa} - R_{0sa})}}$	$X_{amsa} = \blacksquare \text{ (ohm)}$

Parâmetros obtidos:

Resistência primário:	$R_{asa_1} = \blacksquare \text{ (ohm)}$
Reatância primário:	$X_{asa_1} = \blacksquare \text{ (ohm)}$
Resistência ferro	$R_{afetsa} = \blacksquare \text{ (ohm)}$
Reatância magnetizante:	$X_{amsa} = \blacksquare \text{ (ohm)}$

Ensaio com Primário Aberto alimentado pelo secundário:

Tensão sec. fase:	$u_{apaf_2} := u_{apa_2} \cdot kat_2^{-1}$	$u_{apaf_2} = \text{■} \text{ (V)}$
Corrente rotor:	$i_{apa_2} := i_{apa_2} \cdot e^{j - \arccos(F_{Papa})}$	$i_{apa_2} = \text{■} \text{ (A)}$
Res. fase rotor:	$rapaf_2 := \text{mean}(Ra_2)$	$rapaf_2 = \text{■} \text{ (ohm)}$
Perdas J rotor:	$paj_2 := 3 \cdot rapaf_2 \cdot (i_{apa_2})^2$	$paj_2 = \text{■} \text{ (watt)}$
Perdas no ferro:	$pafe_2 := P_{apa} - paj_2$	$pafe_2 = \text{■} \text{ (watt)}$
Perd. ferro fase:	$pafaf_2 := \frac{pafe_2}{3}$	$pafaf_2 = \text{■} \text{ (watt)}$
Tens. prim. ref. fase:	$u_{apar_1} := U_{apa_1} \cdot kat_1^{-1} \cdot kae^{-1}$	$u_{apar_1} = \text{■} \text{ (V)}$
Res perda ferro:	$rafetpa := \frac{(u_{apar_1})^2}{pafaf_2}$	$rafetpa = \text{■} \text{ (ohm)}$
Imp. equiv :	$z_{aeqpa} := \frac{u_{apaf_2}}{i_{apa_2}}$	$z_{aeqpa} = \text{■} \text{ (ohm)}$
Res. serie:	$r0pa := \text{Re}(z_{aeqpa}) - rapaf_2$	$r0pa = \text{■} \text{ (ohm)}$
Reat. serie	$x0pa := \sqrt{\left(\frac{ u_{apar_1} }{ i_{apa_2} }\right)^2 - r0pa^2}$	$x0pa = \text{■} \text{ (ohm)}$
Reat secundário:	$xapa_2 := (\text{Im}(z_{aeqpa}) - x0pa)$	$xapa_2 = \text{■} \text{ (ohm)}$
Reat magnetizante:	$xampa := \sqrt{\frac{r0pa \cdot rafetpa^2}{rafetpa - r0pa}}$	$xampa = \text{■} \text{ (ohm)}$

Parâmetros obtidos (referidos ao estator):

Resistência rotor:	$Rapa_2 := rapaf_2 \cdot kaz$	$Rapa_2 = \text{■} \text{ (ohm)}$
Reatância rotor:	$Xapa_2 := xapa_2 \cdot kaz$	$Xapa_2 = \text{■} \text{ (ohm)}$
Res. perda ferro	$Rafetpa := rafetpa \cdot kaz$	$Rafetpa = \text{■} \text{ (ohm)}$
Reatância magnetiz:	$Xampa := xampa \cdot kaz$	$Xampa = \text{■} \text{ (ohm)}$
Res. ferro bloq. média:	$Rafebm := \frac{Rafetpa + Rafetsa}{2}$	$Rafebm = \text{■} \text{ (ohm)}$

Ensaio a Vazio:**Valores Medidos:**

Perdas mecânicas: $P_{amev} := 3192 \text{ (watt)}$

Perdas no ferro: $P_{afeev} := 1073 \text{ (watt)}$

Pot. absorvida: $P_{aev} := 4400 \text{ (watt)}$

Tensão linha: $U_{aev1} := 1200 \text{ (V)}$

Corrente de linha: $I_{aev1} := 10.32 \text{ (A)}$

Determinação da Resistência do Ferro:

Tensão fase: $U_{aevf1} := U_{aev1} \cdot k_{at1}^{-1}$ $U_{aevf1} = \blacksquare \text{ (V)}$

Fator de pot: $FP_{ev} := \frac{P_{aev}}{\sqrt{3} \cdot U_{aev1} \cdot I_{aev1}}$ $FP_{ev} = \blacksquare$

Cor de fase: $I_{aevf1} := I_{aev1} \cdot k_{ac1}^{-1} \cdot e^{j - \arccos(FP_{ev})}$ $I_{aevf1} = \blacksquare$

Tensão magnetizante: $E_{ev0} := \frac{U_{aev1}}{k_{at1}} - I_{aevf1} \cdot (R_{sa1} + j \cdot X_{sa1})$ $E_{ev0} = \blacksquare \text{ (V)}$

Res perda ferro: $R_{afeev} := \frac{(|E_{ev0}|)^2}{\frac{P_{afeev}}{3}}$ $R_{afeev} = \blacksquare \text{ (ohm)}$

Imp. equiv : $Z_{aeqev} := \frac{U_{aevf1}}{I_{aevf1}}$ $Z_{aeqev} = \blacksquare \text{ (ohm)}$

Res. serie: $R_{0ev} := \text{Re}(Z_{aeqev}) - R_{sa1}$ $R_{0ev} = \blacksquare \text{ (ohm)}$

Reat. série $X_{0ev} := \sqrt{\left(\frac{|E_{ev0}|}{|I_{aevf1}|}\right)^2 - R_{0ev}^2}$ $X_{0ev} = \blacksquare \text{ (ohm)}$

Reat. primário: $X_{aev1} := (\text{Im}(Z_{aeqev}) - X_{0ev})$ $X_{aev1} = \blacksquare \text{ (ohm)}$

Reat. magnetizante: $X_{amev} := \sqrt{\frac{R_{0ev} \cdot R_{afeev}^2}{R_{afeev} - R_{0ev}}}$ $X_{amev} = \blacksquare \text{ (ohm)}$

Parâmetros obtidos:

Reatância primário: $X_{aev1} = \blacksquare \text{ (ohm)}$

Resistência ferro: $R_{afeev} = \blacksquare \text{ (ohm)}$

Reatância magnetizante: $X_{amev} = \blacksquare \text{ (ohm)}$

Parâmetros do Circuito Equivalente para 440 (V) @ 120 (°C) referidos as estator

Coef. corr. temp. est	$kaT_1 := \frac{(234.5 + 120)}{(234.5 + T_{aa1})}$	$kaT_1 = \blacksquare$
Coef. corr. temp. rot	$kaT_2 := \frac{(234.5 + 120)}{(234.5 + T_{aa2})}$	$kaT_2 = \blacksquare$
Resistência primário	$Ra_1 := R_{sa1} \cdot kaT_1$	$Ra_1 = \blacksquare \text{ (ohm)}$
Reatância primário	$Xa_1 := \frac{X_{sa1} + X_{ae1}}{2}$	$Xa_1 = \blacksquare \text{ (ohm)}$
Resistência do ferro:	$Rafe_1 := R_{afev} \cdot kaT_1$	$Rafe_1 = \blacksquare \text{ (ohm)}$
Res ferro paralela:	$Rafe_2 := \frac{R_{afebm} \cdot R_{afev}}{R_{afev} - R_{afebm}} \cdot kaT_1$	$Rafe_2 = \blacksquare \text{ (ohm)}$
Reat. magnetizante	$X_{am} := \frac{X_{amsa} + X_{ampa} + X_{amev}}{3}$	$X_{am} = \blacksquare \text{ (ohm)}$
Resistência secundário	$Ra_2 := R_{pa2} \cdot kaT_2$	$Ra_2 = \blacksquare \text{ (ohm)}$
Reatância secundário	$Xa_2 := X_{pa2}$	$Xa_2 = \blacksquare \text{ (ohm)}$

2) Ensaio Máquina Principal

Valores Medidos:

	Secundário	Primário						
Ligação:	Lig ₂ := "Y"	Lig ₁ := "Y"						
Coef. tensão de fase:	kpt ₂ := if(Lig ₂ = "Y" ,√3,1)	kpt ₁ := if(Lig ₁ = "Y" ,√3,1)						
Coef. corrente de fase:	kpc ₂ := if(Lig ₂ = "Y" ,1,√3)	kpc ₁ := if(Lig ₁ = "Y" ,1,√3)						
Temp ambiente	Tpa ₂ := 20	Tpa ₁ := 20						
Medidas de resist:	mrp := 0.. 2 (três valores)							
Resistência @ Tamb:	Rp _{2 mp} :=	Rp _{1 mp} :=						
	<table border="1"> <tr><td>0.273265(ohm)</td></tr> <tr><td>0.273441(ohm)</td></tr> <tr><td>0.273206(ohm)</td></tr> </table>	0.273265(ohm)	0.273441(ohm)	0.273206(ohm)	<table border="1"> <tr><td>0.01803(ohm)</td></tr> <tr><td>0.01803(ohm)</td></tr> <tr><td>0.01803(ohm)</td></tr> </table>	0.01803(ohm)	0.01803(ohm)	0.01803(ohm)
0.273265(ohm)								
0.273441(ohm)								
0.273206(ohm)								
0.01803(ohm)								
0.01803(ohm)								
0.01803(ohm)								
	Secundário	Primário						
	Curto	Aberto	Curto	Aberto				
Tensão primária:	Up _{sc} ₁ := 80 (V)	Up _{sa} ₁ := 452 (V)	Up _{pc} ₁ := 0 (V)	Up _{pa} ₁ := 408.7 (V)				
Corrente primária:	Ip _{sc} ₁ := 158.2 (A)	Ip _{sa} ₁ := 102.8 (A)	Ip _{pc} ₁ := 93.5 (A)	Ip _{pa} ₁ := 0 (A)				
Fator de potência:	FP _p sc := 0.174	FP _p sa := 0.043	FP _p pc := 0.226	FP _p pa := 0.063				
Tensão secundária:	up _{sc} ₂ := 0 (V)	up _{sa} ₂ := 1346 (V)	up _{pc} ₂ := 125.7 (V)	up _{pa} ₂ := 1333 (V)				
Corrente secundária:	ip _{sc} ₂ := 47.3 (A)	ip _{sa} ₂ := 0 (A)	ip _{pc} ₂ := 31.7 (A)	ip _{pa} ₂ := 30.98 (A)				
Pot. absorvida:	Pp _{sc} := 3800 (watt)	Pp _{sa} := 3500 (watt)	Pp _{pc} := 1559.2 (watt)	Pp _{pa} := 4506 (watt)				
Fat. transf. tensão	$kpsae := \frac{Up_{sa1} \cdot kpt_1^{-1}}{up_{sa2} \cdot kpt_2^{-1}}$ $kpe := \frac{kpsae + kppae}{2}$	$kpsae = \blacksquare$ $kpe = \blacksquare$	$kppae := \frac{Up_{pa1} \cdot kpt_1^{-1}}{up_{pa2} \cdot kpt_2^{-1}}$	$kppae = \blacksquare$				
Fat. transf. corrente:	kpi := kpe ⁻¹	kpi = \blacksquare						
Fat. transf. imped.:	kpz := kpe ²	kpz = \blacksquare						

Ensaio com Secundário Aberto Alimentado pelo Primário:

Tensão prim. fase:	$U_{psaf_1} := U_{psa_1} \cdot k_{pt_1}^{-1}$	$U_{psaf_1} = \blacksquare \text{ (V)}$
Corrente estator:	$I_{psa_1} := I_{psa_1} \cdot k_{pc_1}^{-1} \cdot e^{j \cdot \text{acos}(FP_{psa})}$	$I_{psa_1} = \blacksquare \text{ (A)}$
Res. est. fase:	$R_{psa_1} := \text{mean}(R_{p_1})$	$R_{psa_1} = \blacksquare \text{ (ohm)}$
Perdas J est:	$P_{pj_1} := 3 \cdot R_{psa_1} \cdot (I_{psa_1})^2$	$P_{pj_1} = \blacksquare \text{ (watt)}$
Perdas no ferro:	$P_{pfe_1} := P_{psa} - P_{pj_1}$	$P_{pfe_1} = \blacksquare \text{ (watt)}$
Perd. ferro fase:	$P_{pfef_1} := \frac{P_{pfe_1}}{3}$	$P_{pfef_1} = \blacksquare \text{ (watt)}$
Ten. sec. fase ref.:	$U_{psar_2} := u_{psa_2} \cdot k_{pt_2}^{-1} \cdot k_{pe}$	$U_{psar_2} = \blacksquare \text{ (V)}$
Res. perda ferro	$R_{pfetsa} := \frac{(U_{psar_2})^2}{P_{pfef_1}}$	$R_{pfetsa} = \blacksquare \text{ (ohm)}$
Imp. equivalente :	$Z_{pesa} := \frac{U_{psaf_1}}{I_{psa_1}}$	$Z_{pesa} = \blacksquare \text{ (ohm)}$
Res. série:	$R_{0sa} := \text{Re}(Z_{pesa}) - R_{psa_1}$	$R_{0sa} = \blacksquare \text{ (ohm)}$
Reat. série	$X_{0sa} := \sqrt{\left(\frac{ U_{psar_2} }{ I_{psa_1} }\right)^2 - R_{0sa}^2}$	$X_{0sa} = \blacksquare \text{ (ohm)}$
Reat primário:	$X_{psa_1} := \text{Im}(Z_{pesa}) - X_{0sa}$	$X_{psa_1} = \blacksquare \text{ (ohm)}$
Reat magnetizante:	$X_{pmsa} := \sqrt{\frac{R_{0sa} \cdot R_{pfetsa}^2}{(R_{pfetsa} - R_{0sa})}}$	$X_{pmsa} = \blacksquare \text{ (ohm)}$

Parâmetros obtidos:

Resistencia est:	$R_{psa_1} = \blacksquare \text{ (ohm)}$
Reatância primário:	$X_{psa_1} = \blacksquare \text{ (ohm)}$
Resistência ferro	$R_{pfetsa} = \blacksquare \text{ (ohm)}$
Reatância magnetizante:	$X_{pmsa} = \blacksquare \text{ (ohm)}$

Ensaio com Primário Aberto alimentado pelo secundário

Tensão sec. fase:	$up_{paf2} := up_{pa2} \cdot k_{pt2}^{-1}$	$up_{paf2} = \text{■} \text{ (V)}$
Corrente rotor:	$ip_{pa2} := ip_{pa2} \cdot e^{j - \cos(\text{FP}_{ppa})}$	$ip_{pa2} = \text{■} \text{ (A)}$
Res. fase rotor:	$rp_{paf2} := \text{mean}(R_{p2})$	$rp_{paf2} = \text{■} \text{ (ohm)}$
Perdas J rotor:	$pp_{j2} := 3 \cdot rp_{paf2} \cdot (ip_{pa2})^2$	$pp_{j2} = \text{■} \text{ (watt)}$
Perdas no ferro:	$pp_{fe2} := P_{ppa} - pp_{j2}$	$pp_{fe2} = \text{■} \text{ (watt)}$
Perd. ferro fase:	$pp_{faf2} := \frac{pp_{fe2}}{3}$	$pp_{faf2} = \text{■} \text{ (watt)}$
Tens. prim. ref. fase:	$up_{par1} := U_{ppa1} \cdot k_{pt1}^{-1} \cdot k_{pe}^{-1}$	$up_{par1} = \text{■} \text{ (V)}$
Res perda ferro:	$rp_{fetpa} := \frac{(up_{par1})^2}{pp_{faf2}}$	$rp_{fetpa} = \text{■} \text{ (ohm)}$
Imp. equiv :	$z_{peqpa} := \frac{up_{paf2}}{ip_{pa2}}$	$z_{peqpa} = \text{■} \text{ (ohm)}$
Res. serie:	$r_{0pa} := \text{Re}(z_{peqpa}) - rp_{paf2}$	$r_{0pa} = \text{■} \text{ (ohm)}$
Reat. serie	$x_{0pa} := \sqrt{\left(\frac{ up_{par1} }{ ip_{pa2} }\right)^2 - r_{0pa}^2}$	$x_{0pa} = \text{■} \text{ (ohm)}$
Reat secundário:	$x_{ppa2} := (\text{Im}(z_{peqpa}) - x_{0pa})$	$x_{ppa2} = \text{■} \text{ (ohm)}$
Reat magnetizante:	$x_{pmpa} := \frac{r_{0pa} \cdot rp_{fetpa}^2}{\sqrt{rp_{fetpa}^2 - r_{0pa}^2}}$	$x_{pmpa} = \text{■} \text{ (ohm)}$

Parâmetros obtidos (referido ao estator):

Resistencia rotor:	$R_{ppa2} := rp_{paf2} \cdot k_{pz}$	$R_{ppa2} = \text{■} \text{ (ohm)}$
Reat. rotor:	$X_{ppa2} := x_{ppa2} \cdot k_{pz}$	$X_{ppa2} = \text{■} \text{ (ohm)}$
Res. perda ferro	$R_{pfetpa} := rp_{fetpa} \cdot k_{pz}$	$R_{pfetpa} = \text{■} \text{ (ohm)}$
Reat. magnetiz:	$X_{pmpa} := x_{pmpa} \cdot k_{pz}$	$X_{pmpa} = \text{■} \text{ (ohm)}$
Res ferro bloq media:	$R_{pfebm} := \frac{(R_{pfetpa} + R_{pfetsa})}{2}$	$R_{pfebm} = \text{■} \text{ (ohm)}$

Ensaio a Vazio:**Valores Medidos:**

Perdas mecânicas: $P_{pmev} := 1641 \text{ (watt)}$

Perdas no ferro: $P_{pfeev} := 1043 \text{ (watt)}$

Tensão linha: $U_{pev1} := 440 \text{ (V)}$

Pot. absorvida: $P_{pev} := 3260 \text{ (watt)}$

Corrente de linha: $I_{pev1} := 103.2 \text{ (A)}$

Determinação da Resistência do Ferro:

Tensão fase: $U_{pevf1} := U_{pev1} \cdot k_{pt1}^{-1}$ $U_{pevf1} = \blacksquare \text{ (V)}$

Fator de pot: $FPev := \frac{P_{pev}}{\sqrt{3} \cdot U_{pev1} \cdot I_{pev1}}$ $FPev = \blacksquare$

Cor de fase: $I_{pevf1} := I_{pev1} \cdot k_{pc1}^{-1} \cdot e^{j \cdot \arccos(FPev)}$ $I_{pevf1} = \blacksquare$

Tensão magnetizante: $E_{ev0} := \frac{U_{pevf1}}{k_{pt1}} - I_{pevf1} \cdot (R_{psa1} + j \cdot X_{psa1})$ $E_{ev0} = \blacksquare \text{ (V)}$

Res perda ferro: $R_{pfeev} := \frac{(|E_{ev0}|)^2}{\frac{P_{pfeev}}{3}}$ $R_{pfeev} = \blacksquare \text{ (ohm)}$

Imp. equiv : $Z_{peqev} := \frac{U_{pevf1}}{I_{pevf1}}$ $Z_{peqev} = \blacksquare \text{ (ohm)}$

Res. serie: $R_{0ev} := \text{Re}(Z_{peqev}) - R_{psa1}$ $R_{0ev} = \blacksquare \text{ (ohm)}$

Reat. série $X_{0ev} := \sqrt{\left(\frac{|E_{ev0}|}{|I_{pevf1}|}\right)^2 - R_{0ev}^2}$ $X_{0ev} = \blacksquare \text{ (ohm)}$

Reat primário: $X_{pev1} := (\text{Im}(Z_{peqev}) - X_{0ev})$ $X_{aev1} = \blacksquare \text{ (ohm)}$

Reat magnetizante: $X_{pmev} := \sqrt{\frac{R_{0ev} \cdot R_{pfeev}^2}{R_{pfeev} - R_{0ev}}}$ $X_{pmev} = \blacksquare \text{ (ohm)}$

Parâmetros obtidos:

Reatância primário: $X_{pev1} = \blacksquare \text{ (ohm)}$

Resistência ferro: $R_{pfeev} = \blacksquare \text{ (ohm)}$

Reatância magnetizante: $X_{pmev} = \blacksquare \text{ (ohm)}$

Parâmetros do Circuito Equivalente para 440 (V) @ 120 (°C) referidos ao estator

Coef. corr. temperatura	$kpT_1 := \frac{(234.5 + 120)}{(234.5 + T_{pa1})}$	$kpT_1 = \blacksquare$
Coef. corr. temperatura	$kpT_2 := \frac{(234.5 + 120)}{(234.5 + T_{pa2})}$	$kpT_2 = \blacksquare$
Resistência primário	$Rp_1 := Rpsa_1 \cdot kpT_1$	$Rp_1 = \blacksquare \text{ (ohm)}$
Reatância primário	$Xp_1 := \frac{Xpsa_1 + Xpev_1}{2}$	$Xp_1 = \blacksquare \text{ (ohm)}$
Resistência do ferro:	$Rpfe_1 := Rpfeev \cdot kpT_1$	$Rpfe_1 = \blacksquare \text{ (ohm)}$
Res ferro paralela:	$Rpfe_2 := \frac{Rpfebm \cdot Rpfeev}{Rpfeev - Rpfebm} \cdot kpT_1$	$Rpfe_2 = \blacksquare \text{ (ohm)}$
Reat. magnetizante	$Xpm := \frac{Xpmsa + Xpmpa + Xpmev}{3}$	$Xpm = \blacksquare \text{ (ohm)}$
Resistência secundário	$Rp_2 := Rppa_2 \cdot kpT_2$	$Rp_2 = \blacksquare \text{ (ohm)}$
Reatância secundário	$Xp_2 := Xppa_2$	$Xp_2 = \blacksquare \text{ (ohm)}$

Ensaio com Secundário Aberto Alimentado pelo Primário:

Tensão prim. fase:	$U_{psaf_1} := U_{psa_1} \cdot k_{pt_1}^{-1}$	$U_{psaf_1} = \blacksquare \text{ (V)}$
Corrente estator:	$I_{psa_1} := I_{psa_1} \cdot k_{pc_1}^{-1} \cdot e^{j - \arccos(FP_{psa})}$	$I_{psa_1} = \blacksquare \text{ (A)}$
Res. est. fase:	$R_{psa_1} := \text{mean}(R_{p_1})$	$R_{psa_1} = \blacksquare \text{ (ohm)}$
Perdas J est:	$P_{pj_1} := 3 \cdot R_{psa_1} \cdot (I_{psa_1})^2$	$P_{pj_1} = \blacksquare \text{ (watt)}$
Perdas no ferro:	$P_{pfe_1} := P_{psa} - P_{pj_1}$	$P_{pfe_1} = \blacksquare \text{ (watt)}$
Perd. ferro fase:	$P_{pfef_1} := \frac{P_{pfe_1}}{3}$	$P_{pfef_1} = \blacksquare \text{ (watt)}$
Ten. sec. fase ref.:	$U_{psar_2} := u_{psa_2} \cdot k_{pt_2}^{-1} \cdot k_{pe}$	$U_{psar_2} = \blacksquare \text{ (V)}$
Res. perda ferro	$R_{pfetsa} := \frac{(U_{psar_2})^2}{P_{pfef_1}}$	$R_{pfetsa} = \blacksquare \text{ (ohm)}$
Imp. equivalente :	$Z_{pesa} := \frac{U_{psaf_1}}{I_{psa_1}}$	$Z_{pesa} = \blacksquare \text{ (ohm)}$
Res. série:	$R_{0sa} := \text{Re}(Z_{pesa}) - R_{psa_1}$	$R_{0sa} = \blacksquare \text{ (ohm)}$
Reat. série	$X_{0sa} := \sqrt{\left(\frac{ U_{psar_2} }{ I_{psa_1} }\right)^2 - R_{0sa}^2}$	$X_{0sa} = \blacksquare \text{ (ohm)}$
Reat primário:	$X_{psa_1} := \text{Im}(Z_{pesa}) - X_{0sa}$	$X_{psa_1} = \blacksquare \text{ (ohm)}$
Reat magnetizante:	$X_{pmsa} := \sqrt{\frac{R_{0sa} \cdot R_{pfetsa}^2}{(R_{pfetsa} - R_{0sa})}}$	$X_{pmsa} = \blacksquare \text{ (ohm)}$

Parâmetros obtidos:

Resistencia est:	$R_{psa_1} = \blacksquare \text{ (ohm)}$
Reatância primário:	$X_{psa_1} = \blacksquare \text{ (ohm)}$
Resistência ferro	$R_{pfetsa} = \blacksquare \text{ (ohm)}$
Reatância magnetizante:	$X_{pmsa} = \blacksquare \text{ (ohm)}$